Е. Н. САГОВСКАЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ И ПЛАНЫ УРОКОВ ПО АРИФМЕТИКЕ

5-6 класс

МОСКВА • ЛЕНИНГРАД

1957

Е. Н. САГОВСКАЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ И ПЛАНЫ УРОКОВ ПО АРИФМЕТИКЕ

5-6 класс

МОСКВА • ЛЕНИНГРАД
1957

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПО АРИФМЕТИКЕ

V класс

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга «Методические разработки по арифметике» для V класса предназначается для начинающих учителей, не имеющих достаточного опыта работы в данном классе. В эти разработки уроков вложен большой опыт актива ленинградских учителей, в течение ряда лет работавших в семинаре при Ленинградском городском институте усовершенствования учителей. Под руководством членов семинара данные разработки проверялись значительным количеством учителей V класса школ г. Ленинграда.

Уроки составлены применительно к новой программе Министерства просвещения РСФСР; использованы новый учебник по арифметике И. Н. Шевченко и задачник С. А. Пономарева и Н. И. Сырнева. Указанные в тексте параграфы учебника и номера задач относятся к приведенным выше пособиям.

В книге разработано 198 уроков согласно новой сетке часов, но, исходя из опыта, внутри тем сделаны некоторые отступления от официальной сетки.

По темам часы распределены следующим образом.

1. Целые числа	30 час.
2. Делимость чисел	21 »
3. Обыкновенные дроби	88 »
4. Десятичные дроби (сюда же включены 3 часа практических работ на местности)	49 »
5. Повторение	10 »
Итого	198 час.

Предлагаемая разработка уроков является только примерной. Почти ни один урок на практике не может быть механически проведен по данной разработке, и учитель, по своему усмотрению, может менять не только объем материала, но и методический подход к тому или иному вопросу. Желательно, чтобы были сохранены некоторые принципиальные положения автора, из которых основное— усвоение всего материала программы с привлечением активной работы ученика.

Выражение «активизация работы ученика» ни в коем случае не должно пониматься как активность чисто внешняя: односложные ответы с мест, написание одной строки на доске и т. д. Это — «дергание» ученика и создание видимости активной работы. Речь идет об активизации мыслительной способности ученика.

Для сознательного усвоения, прочного закрепления и воспитания интереса к математике уже с младшего возраста ученик сам, своим активным трудом, должен приобретать знания. На ряде продуманно подобранных учителем примеров и задач ученик активно проводит наблюдения, обобщения, делает посильные выводы и с помощью учителя доходит до правильных формулировок этих выводов. К сожалению, крайняя насыщенность программы по арифметике V класса затрудняет активизацию работы ученика.

Введение политехнического обучения в школе требует практических умений и навыков, на что необходимо дополнительное время. Нельзя включать в рекомендованную разработку уроков такое количество материала, которое заведомо не может быть усвоено учеником. Поэтому пришлось коснуться некоторых политехнических моментов недостаточно глубоко, например работа с таблицами, диаграммами и т. д.

Большую тревогу вызывает недостаток времени для работы над задачей вследствие перегрузки программы теоретическим материалом. В классе мало решается задач, навыки в анализе условия и плана решения задач закрепляются слабо, малейшее отступление от типа изученной в классе задачи затрудняет учащихся. Этот серьезнейший недостаток в подготовке учащихся особенно бросается в глаза при распределении всего годового материала по урокам.

В большинстве предлагаемых планов введены моменты повторения в классе или дома то в форме устных вычислений, то в форме небольших письменных упражнений на доске. Желательно, чтобы таких повторительных моментов было больше, но недостаток времени затрудняет введение их.

Предлагаемая система уроков — одна из возможных. Очень хорошо, если бы было несколько подобных поурочных разработок.

В 1955 г. вышли «Методические указания к преподаванию арифметики в V классе» Н. Я. Зайцевой, А. И. Зыкус, А. Н. Эрастовой, издание Учпедгиза, в 1954 г. — «Уроки арифметики в V классе» Н. К. Енгурина и Д. И. Чмутова в издании Татарского института усовершенствования учителей.

При наличии нескольких разработок учитель сможет сделать выбор наиболее подходящих из них при учете конкретных условий работы.

Приобретая постепенно опыт в работе по арифметике V класса и шире знакомясь с литературой, учитель сам найдет свой путь и создаст собственную систему уроков.

Тема первая

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ

Тема, названная в программе «Целые числа», является одной из важнейших и труднейших тем курса арифметики V класса.

Трудность этой темы недооценивают не только неопытные учителя V класса, но явно недооценили большое значение и крайнюю ее трудность и составители программы по арифметике V класса, отведя на изучение ее всего 20 час.

Тема эта является первой. Совершенно естественно, что после длительного летнего перерыва ряд вопросов из курса IV класса ученики забыли.

Переходя из IV класса в V, ученик делает в области арифметики очень ответственный шаг: от курса арифметики преимущественно вычислительного характера он переходит к курсу систематическому.

В отведенные программой на первую тему 20 час. материал ее не может быть пройден, учителя никогда в эту норму часов не укладываются. Поэтому в предлагаемой разработке на первую тему отводится 30 час. Добавленные 10 час. могут быть покрыты небольшим сокращением тем второго полугодия, хотя новая программа в целом является до крайности насыщенной.

При изучении первой темы учитель должен обратить внимание на следующие основные моменты.

1. Вопрос о нумерации явится повторением знаний IV класса и значительным углублением их. Ученик не

только должен знать разряды и классы числа, чтение и написание любого многозначного числа, но уметь представить число в виде суммы разрядных слагаемых, определить, сколько всего единиц любого разряда во всем числе, понимать разницу между числом и цифрой. Здесь же даются первые понятия об округлении чисел.

2. В первой же теме мы имеем и первый этап расширения числовой области — введение нуля как числа. До сих пор нуль был для ученика только цифрой, говорящей об отсутствии того или другого разряда. Операции с нулем как с числом открывают перед учеником новые возможности. До сих пор для него было несомненной истиной, что сумма двух слагаемых больше каждого из них, разность двух чисел меньше уменьшаемого и т. д. Теперь он узнает, что сумма двух слагаемых может быть равна одному из них, если второе слагаемое равно нулю; что разность может равняться уменьшаемому, если вычитаемое равно нулю и т. д.

3. Одним из ответственнейших вопросов первой темы, трудных для учеников, является вопрос о законах действий. Сведения в начальной школе по этим вопросам очень незначительны. Знание законов и свойств арифметических действий — это необходимое условие для рационализации вычислений, база для изучения алгебры. Поэтому учитель должен возвращаться к ним в процессе как устных, так и письменных вычислений.

4. Преподавание математики в настоящее время базируется на понятии функциональной зависимости величин. Эта идея перед учеником V класса предстанет в вопросе зависимости между компонентами и результатами действий, в вопросе изменения результатов в связи с изменением компонентов, причем возможно изменение не только одного, но и двух компонентов, что нелегко дается ученикам.

5. Преподавание арифметики должно включать элементы политехнического обучения, и эти элементы должны органически сливаться с материалом курса.

Уже в первой теме политехнические моменты должны быть подчеркнуты учителем. Появляются первые элементы приближенных вычислений; понятие чисел точных и приближенных; округление целых чисел; приближенное частное с точностью до 1; среднее арифметическое.

Решается некоторое количество задач практического характера, составляются небольшие сметы.

Ученики получают навыки работы со счетами.

6. В первой теме повторяются и углубляются сведения о геометрическом материале. При изучении этого материала необходима широкая наглядность и активная работа ученика по черчению, измерению и вычислению.

7. При изучении всего курса арифметики широко применяются устные вычисления, причем им отводятся не только отдельные «минутки», но, что гораздо важнее, устные вычисления должны применяться во всех случаях, когда это доступно ученику.

8. На первую тему приходится и большая работа с задачей. Здесь решаются задачи, связанные с повторением каждого действия, а также некоторые виды типовых задач.

Уже краткое изложение отдельных вопросов, связанных с первой темой, указывает на трудность и большую ответственность этой темы.

Насыщенность темы новым, часто трудным материалом толкает учителя, особенно неопытного, на неправильный путь работы: к ускорению темпа работы, отказу от активизации работы ученика, к словесному изложению материала.

Но тот метод работы, который может быть оправдан и целесообразен в старших классах, ведет к печальным следствиям в V классе, где обязательным условием понимания учеником материала является активная работа самого ученика в процессе усвоения этого материала. Активная работа ученика — залог успеваемости и трудовой дисциплины.

Очень желательно для закрепления знаний и приучения учеников к самостоятельности возможно чаще давать небольшие письменные работы минут на 10.

С первых шагов работы в V классе учитель должен обращать большое внимание на речь ученика, требовать полных ответов, правильного употребления числительных.

Домашние задания следует давать своевременно, достаточно разъяснять, а иногда, особенно в начале года, и прочитывать вместе с учениками по книге, так как ученик впервые начинает работать по математической книге. Научить ученика пользоваться учебником — одна из ответственных задач учителя.

Домашняя тетрадь должна находиться под строгим контролем учителя. Нужно руководить записями в тетради и на классной доске, требовать правильного написания цифр.

Ряд указаний, сделанных в связи с изучением первой темы, остается в полной силе и при изучении последующих тем.

1-й урок

Нумерация

I. *Объяснение нового материала.* В начале урока очень кратко сообщается ученикам, что в наступившем учебном году они будут сначала повторять по арифметике то, что они проходили в начальных классах школы, но повторяя, они узнают много нового, интересного и полезного.

Первый урок отводится повторению и закреплению сведений о нумерации, полученных учениками в первых четырех классах школы.

Учитель пишет на доске несколько чисел: 563 084; 1960 678; 563 009 008, и предлагает ученикам прочитать их и назвать содержащиеся в них разряды и классы.

Затем учитель спрашивает, сколько единиц содержится в каждом разряде. Получив ответ, объясняет, что 10 — это основное число, основание нашего счисления, нашей нумерации. Поэтому наша нумерация называется десятичной.

Далее учитель переходит к повторению вопроса о разрядах и классах в числе.

На доске написано число 56 482. Учитель спрашивает ученика: «Сколько написано чисел? А сколько написано цифр?»

Выясняется разница между понятиями «число» и «цифра».

Предлагается ученикам ответить на вопросы: сколько цифр вы знаете? А сколько чисел можно записать при помощи десяти цифр?

Объясняется, что все цифры, кроме нуля, называются значащими.

Затем повторяется местоположение в числе каждого разряда и класса. То же повторение проводится на классных счетах. Ученикам предлагается написать под диктовку на доске числа: 50 672; 126 081; 3 931 002, соблюдая просвет между классами, и отложить эти числа на классных счетах.

Дальше ученики упражняются в написании числа в виде суммы разрядных слагаемых:

$$694 = 600 + 90 + 4.$$

$$13\,006 = 10\,000 + 3\,000 + 6.$$

Предлагается ответить на вопрос: сколько разрядных слагаемых будет в числах: 53 070; 100 505; 200 001?

Ученики записывают под диктовку учителя следующие числа: 8306; 164 002; 300 460; 13 500 006. Затем тетрадки отбираются.

Далее проводится анализ числа 581 937.

Спрашивается у учеников: сколько разрядов и классов в этом числе? Сколько во всем числе простых единиц? Сколько десятков? Тот же вопрос задается ученикам относительно сотен, тысяч и т. д. Так же анализируется число 134 033.

II. *Домашнее задание.* По задачнику разобрать таблицу в § 1. Решить устно пример № 14 (1, 2). Из § 7 учебника выписать таблицу мер длины, знать запись наименования.

2-й урок

Нумерация

I. *Проверка домашней работы* 1. Ученики прочитывают числа: 1 630 901; 10 001 001, и называют в них разряды и классы.

Как называется наша нумерация? Почему она называется десятичной?

2. Проверяется усвоение таблицы № 1 по задачнику. Проводится фронтальный опрос учеников.

3. Повторяются меры длины.

II. *Объяснение нового материала.* Дается понятие о натуральном ряде чисел.

Ученику предлагается написать на доске числа по порядку, начиная с 1, например, до 15. На написанном ряде выясняются понятия: число предыдущее и число последующее.

Как получилось каждое последующее число? — Путем прибавления к предыдущему одной единицы.

Написанный ряд чисел называется натуральным рядом.

С учениками проводятся наблюдения.

1) Натуральный ряд чисел начинается с единицы.

2) А каким числом он кончается? Очень быстро ученики соображают, что последнего числа в натуральном ряде нет, натуральный ряд чисел бесконечен.

В тетрадях аккуратно делается запись: Натуральный ряд чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,..

Обращается внимание на употребление многоточия.

Несколькими вопросами проверяется понимание полученных сведений о натуральном ряде.

Далее учитель пишет на доске: 5, 6, 7, 8, 9,..

Можно ли сказать, что написан натуральный ряд? Почему нет?—Написанный ряд чисел начинается не с единицы.

Учитель делает вторую запись на доске: 1, 2, 5, 7,10,..

А написанный ряд чисел составит ли натуральный ряд? Почему нет? — Числа написаны не по порядку, т. е. не все числа получились от прибавления единицы к предыдущему числу.

Читается по учебнику § 4 (последние два абзаца). Выясняется, почему при помощи десяти цифр можно написать любое число?

С привлечением учеников показывается, что цифра меняет свое значение в зависимости от места, занимаемого ею в записи числа.

Анализируется значение каждой цифры в записи числа 44 444.

Цифра повторяется та же самая, а выражаемая ею величина различна и зависит от занимаемого ею в числе места.

Делается вывод, что каждая цифра имеет двоякое значение: в зависимости от начертания ее и в зависимости от места, занимаемого ею в числе.

Разряды на счетах.

Итак, мы повторили сведения об устной и письменной десятичной нумерации. На практике вы встречались еще с одним видом нумерации — с нумерацией римской.

Ученики читают вслух по учебнику § 6; делаются необходимые разъяснения.

По задачнику выполняется упражнение № 20 (1). Читаются только числа в пределе 100.

На счетах — упражнение № 6.

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 6. По задачнику — упражнение № 5 (1,2).

3-й урок

Сложение целых чисел

I. *Проверка домашней работы.* 1. Опрашиваются 3—4 ученика и устанавливается, усвоены ли ими все сведения о натуральном ряде чисел; о двояком значении цифры (с объяснением на примерах).

2. Упражнение № 5: один ученик записывает на доске, а другой откладывает на счетах.

3. Повторяются меры веса: тонна, центнер, килограмм, грамм.

II. *Объяснение нового материала*: „В первых классах школы вы проходили все действия с целыми числами. Мы повторим их и значительно расширим наши знания".

Предлагается учащимся решить две устные задачи, и на них выясняется, какие задачи решаются сложением.

У доски производится сложение, вспоминается механизм действия:

$$\begin{array}{r} 86246 \\ +\ \ 4381 \\ \underline{15387} \end{array}$$

Повторяют название компонентов и результата сложения.

Вспоминают известный ученикам переместительный закон сложения:

$$6 + 8 = 8 + 6;$$
$$5 + 4 = 4 + 5.$$

Дается название закона и его точная формулировка (по учебнику). Применение этого закона к проверке сложения путем перестановки слагаемых.

На примере $65 + 87 + 13$ ученики знакомятся с сочетательным законом. Сначала устно вычисляют в порядке записи, при этом встречаются с трудностью вычисления.

Предлагается самим ученикам найти более легкий путь вычисления: $(65 + 87) + 13 = 65 + (87 + 13) = 65 + 100$. Учащиеся наблюдают, что не только переместили слагаемые, но и соединили их в удобные для сложения группы. Дается название и формулировка сочетательного закона по учебнику.

Применение двух законов:

$$245 + 132 = 200 + 40 + 5 + 100 + 30 + 2 = \\ = (200 + 100) + (40 + 30) + (5 + 2).$$

Так же производится сложение в примере: $313 + 681$.

Делается вывод, что законы справедливы независимо от величины слагаемых и знание их облегчает вычисление.

III. *Устно*. Упражнение № 37 (1—5). Запись в общем виде: $a + b = b + a$.

IV. *Самостоятельно* в тетрадях упражнение № 38 (1, 2).

V. Затем учитель объясняет сложение на счетах. Дальше разбираются особые случаи сложения, неизвестные ученикам.

$25 + 15 = 40$. До сих пор ученики знали, что сумма больше каждого из слагаемых.

$25 + 0 = 25$. Сумма равна одному из слагаемых.

$0 + 15 = 15$. В каком случае?

А какие задачи можно составить к такому решению?

Например, требуется узнать, сколько денег в двух карманах, если в одном 25 руб., а в другом денег нет?

VI. *Домашнее задание*. По учебнику — § 12 без буквенных решений. По задачнику упражнения: № 31 (1) (проверку на счетах делать не надо); № 38 (3, 4, 5) (применить законы) и решить задачу № 35 (1). Записать в тетрадь таблицу мер веса.

4-й урок

Вычитание целых чисел

I. *Проверка домашней работы*. Вся проверка быстрым темпом проводится с мест.

II. *Устно*. 1) $26 + 79 + 14$; 3) $18 + 19 + 72 + 81$.
2) $121 + 18 + 79$;

III. *Объяснение нового материала*: „Мы повторили действие сложения. Перейдем к действию вычитания. Вспомним, какие задачи решаются вычитанием". Даются три устные задачи и разбирается, какой вопрос ставится каждой задачей.

Повторяется с учащимися название компонентов сложения и вычитания:

$$245 - 120 = 125.$$

Как проверить вычитание? (Полный ответ.)

$$120 + 125 = 245.$$

Устанавливается связь между сложением и вычитанием.

245 — уменьшаемое есть сумма.

120 — вычитаемое, } слагаемые.
125 — остаток, или разность. }

Вырабатывается и записывается определение вычитания.

Определение зачитывается по учебнику (стр. 22).

Рассматриваются еще два-три примера на установление связи между сложением и вычитанием.

Разбирается, что дается и что ищется в сложении и вычитании.

В сложении даются два слагаемых, а ищется их сумма.

В вычитании дается сумма двух слагаемых и одно из них, а ищется второе слагаемое.

Наблюдение: что дано в сложении (второе слагаемое), то ищется в вычитании (разность); что ищется в сложении (сумма), то дано в вычитании (уменьшаемое).

Делается вывод, что вычитание есть действие, обратное сложению. Повторяют эти рассуждения с учениками еще раз.

Всегда ли возможно сложение? Всегда ли возможно вычитание?

45 — 15 = 30 — вычитание возможно.

45 — 50 — вычитание невозможно.

Условие возможности вычитания. (Вывод самих учеников.)

Особые случаи вычитания: 81 — 81 = 0; 15 — 15 = 0.

Вывод. Если уменьшаемое равно вычитаемому, то разность равна 0.

До этого момента ученики знали, что разность всегда меньше уменьшаемого.

Даются примеры: $24 - 0 = 24$; $63 - 0 = 63$. Составить задачи к этим равенствам.

Сделать вывод: если вычитаемое равно 0, то разность равна уменьшаемому.

Проверка сложения и вычитания.

Два способа проверки сложения (провести устно с объяснением):

$$28 + 25 = 53.$$

1) $25 + 28 = 53$;

2) $53 - 25 = 28$.

Два способа проверки вычитания:

$$85 - 40 = 45.$$

1) $40 + 45 = 85$;

2) $85 - 45 = 40$.

IV. *Самостоятельно*. Проверить двумя способами:

$$594 + 813; \quad 1360 - 777.$$

V. *Домашнее задание*: По учебнику —§ 18. По задачнику — № 57 (1—5). Составить задачу на вычитание. Повторить квадратные меры и меры земельной площади (учебник, стр. 63).

5-й урок

Сложение и вычитание целых чисел

I. *Проверка домашней работы*. 1. № 57 (1 — 4) — проверяется с мест. Пятая строка записывается на доске. Проводится опрос о вычитании с нулем.

2. Один ученик записывает на доске таблицу квадратных мер. В это время учитель опрашивает учеников, чтобы проверить, насколько хорошо они знают заданные им для повторения меры.

Обращается внимание на значение чисел: 10, 100, 1000 в таблице мер. Подчеркивается связь метрической системы мер с десятичной нумерацией.

3. Несколько учеников зачитывают составленные дома задачи на вычитание.

II. *Устно.* На счетах — № 9 (3), 37 (6, 7). На доске примеры на сложение и вычитание именованных чисел № 47 (2):

$$24\ ц\ 7\ кг - 10\ ц\ 29\ кг$$

$$3\ кв.\ м\ 7\ кв.\ дм - 1\ кв.\ м\ 45\ кв.\ см.$$

III. *Объяснение нового материала.* Найти неизвестное число:

$$x + 49 = 100;$$
$$112 + x = 200;$$
$$312 - x = 68;$$
$$x - 98 = 12.$$

От учащихся требуются полные ответы: найти одно слагаемое, если известна сумма и второе слагаемое.

Ученики рассказывают, как это делается.

Так же о вычитании. Записать эти примеры под диктовку и дома решить.

№ 53 (1, 5): записать в виде равенства с x. Записать в виде числовой строки № 55 (1).

Запись: (53067 + 72492 + 5040) — (46054 + 70609).

Разбирается порядок действий в примере и значение скобок.

Так же решается № 55 (2).

Объясняется ученикам вычитание на счетах.

Затем ученики выполняют самостоятельно № 70 (2).

IV. *Домашнее задание.* По задачнику выполнить: № 70 (1), 68 (1 — 4), 48 (2). Повторить меры времени. Записать в тетради, сколько дней в каждом месяце.

6-й урок

Нахождение двух и нескольких чисел по их сумме и отношению

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 70 (1) проверяется с мест. Рассматриваются два способа решения.

2. № 68 (1 — 4) записывается на доске. Дается формулировка зависимости между компонентами.

3. Повторяются: а) меры времени, число дней в различных месяцах; б) сложение на счетах с переходом через разряд.

II. *Объяснение нового материала.* Решение задач на нахождение двух чисел по их сумме и отношению. Простейший вид этих задач проходился в IV классе. Записывают в тетради задачу:

В мастерской работают 60 человек, причем взрослых рабочих в три раза больше, чем учеников. Сколько в мастерской работает взрослых и сколько учеников?

Классу предлагается устно решить задачу и объяснить свое решение. Этим заданием проверяется усвоение материала в IV классе. Спрашиваются ответы у двух-трех учеников. Таким образом учитель выясняет недостатки в усвоении этого вида задач.

Далее все решение задачи четко отрабатывается и записывается в тетради учеников.

З а п и с ь. Число учеников принимаем за одну часть, тогда число взрослых рабочих составит три части.

1) Сколько равных частей приходится на 60 человек?

$$1 + 3 = 4 \text{ (без наименования).}$$

2) Сколько было учеников? $60 : 4 = 15$ (человек).

3) Сколько было взрослых рабочих? $15 \cdot 3 = 45$ (человек).

П р о в е р к а. $15 + 45 = 60$ (человек)

Если последний вопрос будет решен вычитанием, то проверку следует произвести делением, т. е. $60 - 15 = 45$ (человек).

П р о в е р к а. $45 : 15 = 3$.

Затем решают задачу № 118 (2).

Вырабатывают с учениками схему записи условия задачи.

	Число частей	Число книг
На 1-й полке	1	?
На 2-й полке	2	?
На 3-й полке	6	?
В с е г о	9	171 книга

Спрашивается, какое соглашение должно быть записано, если не будет схемы. Устно составляют план.

В тетради записывают схему и решение без вопросов.

III. *Домашнее задание.* По задачнику—№ 118 (1), 119 (1). (Учитель объясняет, какое число еще известно для решения задачи 119(1) — 24 часа.) Составить дома задачу такого типа и решить ее.

7-й урок

Повторение сведений о прямоугольнике

I. *Проверка домашней работы.* 1. У доски ученик рассказывает решение задачи № 118 (1). Классу предлагается разобрать данную к задаче графическую иллюстрацию.

2. № 119 (1) проверяется устно с мест.

3. У нескольких учеников устно спрашивается составленная дома задача. К одной из них чертится графическая иллюстрация на доске.

II. *Устно.* Вспоминают из курса IV класса умножение числа на 25:

$$240 \cdot 25 = (240 : 4) \cdot 100;$$
$$424 \cdot 25 = (424 : 4) \cdot 100;$$
$$320 \cdot 25; \quad 48 \cdot 25.$$

III. *Объяснение нового материала.* Повторить и дополнить сведения о прямоугольнике, полученные в младших классах.

Для записи геометрических сведений заводится особая тетрадь.

Указываются (называются) окружающие учеников предметы прямоугольной формы.

Учитель чертит на доске прямоугольник, вершины его обозначает буквами. Ученики описывают свойства этой фигуры: прямоугольник имеет 4 стороны и 4 прямых угла; противоположные стороны равны.

Дается название: AD — основание прямоугольника, CD—высота прямоугольника. Ученики чертят прямоугольник в тетрадях.

Показывается контур прямоугольника. Отрезок, равный сумме всех сторон прямоугольника, называется периметром прямоугольника.

Чему равен периметр прямоугольника, если основание его 8 *см*, а высоты 4 *см*?

Длину периметра будем обозначать одной латинской буквой P:

$$P = 8 + 4 + 8 + 4 = 8 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = (8 + 4) \cdot 2$$

Каждое звено формулы объясняется.

Найти периметр прямоугольника, основание которого

15 *м* 6 *дм* 3 *см*, а высота 3 *м* 7 *дм* 6 *см*.

Полное вычисление записывают в тетради, используя порядок действий последней формулы, т. е. двумя действиями.

$$15\ м\ 6\ дм\ 3\ см + 3\ м\ 7\ дм\ 6\ см = 19\ м\ 3\ дм\ 9\ см,$$
$$19\ м\ 3\ дм\ 9\ см \cdot 2 = 38\ м\ 7\ дм\ 8\ см.$$

Учитель на доске чертит квадрат.

— Как называется начерченная фигура? Можно ли квадрат назвать прямоугольником?

Находят черты сходства и различия между этими видами прямоугольников.

— Каждый ли квадрат можно назвать прямоугольником? А каждый ли прямоугольник можно назвать квадратом?

Сторона квадрата 5 *см*. Записать формулу периметра.

$$P = 5 \cdot 4 = 20\ (см).$$

Будем иногда стороны прямоугольника обозначать буквами.

Основание прямоугольника — a, высота прямоугольника — b.

Под буквами будем подразумевать числа, например: $a = 6$ *см*, $b = 8$ *см*.

Буквенная формула периметра: $P = 2a + 2b = (a + b) \cdot 2$. Записать в тетради.

Демонстрируется вырезанная модель прямоугольника. Предлагается на глаз определить (в сантиметрах) длины основания и высоты прямоугольника. Ответ спрашивается у нескольких учеников.

Производится «точное» измерение и вычисляется ошибка глазомерного определения длины.

Знакомят ученика с устройством и использованием рулетки.

Определяют на глаз с точностью до дециметра длину и ширину классной доски и проверяют рулеткой.

IV. *Домашнее задание.* Повторить сведения о прямоугольнике по учебнику § 60, п. 1 и п. 2. Разобрать предложенные задачи. Решить задачу: Периметр одного квадрата равен 22 *м* 8 *дм*. Сторона второго квадрата на 5 *м* 8 *дм* больше стороны первого. Найти периметр второго квадрата. По задачнику — № 141 (1). Составить дневное расписание уроков по часам.

8-й урок

Изменение суммы

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Повторение.* Опрос учеников о законах сложения. Вычислить с применением законов:

$$129+47+71+153.$$

III. *Устно.* $x+16=24$; $x+42=100$; $35+x=48$;

$$13+x=13.$$

Порядок опроса:

1. Назвать компоненты и результат действия.
2. Какой компонент ищется.
3. Как найти неизвестное слагаемое, зная сумму и второе слагаемое.
4. Устное вычисление.

IV. *Объяснение нового материала.* Сегодня займемся вопросом: как изменяется сумма при изменении слагаемых?

Работа ведется по учебнику, § 49. Ученик самостоятельно прочитывает п. 1.

— Все ли поняли вопрос об изменении суммы при увеличении одного из слагаемых? Закройте учебник и сформулируйте вывод. Устно решаются два-три примера.

Таким же образом разбирается и п. 2 (до последнего абзаца). Последний абзац прочитывается совместно с учителем и закрепляется несколькими примерами.

Дальше разбирается вопрос об изменении двух слагаемых; для чего решается № 45 по задачнику.

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 49. По задачнику — № 44.

9-й урок

Числа точные и приближенные [1]

I. *Проверка домашней работы.* 1. У класса спрашивается о различных случаях изменения суммы в связи с изменением слагаемых.

---

[1] Материал частично взят из книги В. М. Брадиса «Как надо вычислять» Учпедгиз, 1932.

2. Проверяется № 45.

II. *Устно.* Сумма двух чисел равна 45, одно число в четыре раза больше другого. Чему равно большее число?

III. *Объяснение нового материала.* В порядке сообщения нового материала перед учениками ставится такая задача:

В колхозе закончена постройка нового дома. Осталось только остеклить окна. Как узнает колхозник, сколько понадобится для этого стекол?

Совместно с учениками устанавливается, что колхозник должен знать следующее:

1. Сколько одинаковых окон надо остеклить.
2. Сколько стекол в каждом окне.
3. Какова площадь каждого стекла.
4. Какова площадь продажного листа стекла.

Выясняется, что некоторые нужные колхознику числа он получит при помощи счета (число окон, число стекол в каждом окне), а некоторые — путем измерения (размеры стекла в окне и покупного листа стекла).

Итак, число может явиться результатом одного только счета отдельных предметов или же результатом измерения и счета.

Колхозник получил следующие числа:

Число окон — 12. Число стекол в окне — 6. Длина и ширина стекла в окне — 35 *см* и 60 *см*. Длина и ширина покупного листа стекла — 40 *см* и 80 *см*.

Посмотрим, все ли полученные числа заслуживают полного доверия, т. е. вполне точны.

Ученики ясно понимают, что первые два числа вполне точны, а все остальные числа могут вызывать некоторое сомнение. Почему? — Измерение вряд ли может быть сделано вполне точно.

Поставим перед собой вопрос: всегда ли возможно вполне точно сосчитать предметы? Возможно ли точно сосчитать число жителей в городе? Почему нет? — Число жителей все время меняется: одни приезжают, другие уезжают. Приводят еще примеры, когда невозможно точно сосчитать отдельные предметы. Таким образом, при счете большого количества предметов приходится иметь дело с числами приближенными.

Какие еще числа у колхозника оказались приближенными? — Площади стекол.

Как вычислены площади? — Измерением длины и ширины стекол.

В результате измерения всегда получаем число приближенное.

Двоим ученикам предлагается измерить длину классной доски в сантиметрах; результат первого измерения не называется до конца второго измерения. Можно ожидать разных результатов.

Ученики измеряют в миллиметрах длину своей тетради и учебника. Все результаты измерений заносят в тетради.

Убеждаются в получении чисел, несколько отличных друг от друга.

Такие же приближенные числа получаем при взвешивании предмета. Ученики сами наблюдают при покупках, как стрелка весов несколько колеблется около черточки, обозначающей целые граммы.

Итак, какие же числа будем различать? (Связный рассказ.)

IV. *Домашнее задание*. Привести примеры чисел точных и приближенных. Составить смету (запись всех расходов) на остекление класса, сделать для этого нужные измерения и узнать стоимость продажных стекол (у завхоза школы). Все окна считать одинаковыми. Все выкладки и вычисления записать в тетрадь. Для выполнения задания дается три дня. По задачнику выполнить № 50 (1, 2).

10-й урок

Округление целых чисел

I. *Решение задачи*. Закрепление типа задач: нахождение чисел по их сумме и отношению, № 120 (2).

Совместно с учителем составляется графическая иллюстрация.

Все количество воды, т. е. 180 *л*, обозначим отрезком *AB* (рис. 1).

На поливку овощей, кроме помидоров и огурцов, истратили воды в три раза меньше, чем на помидоры и огурцы.

Обозначим это количество воды через одну часть, тогда на помидоры и огурцы истратили три части воды.

Дальше задача решается устно.

На дом задается письменно оформить решение задачи.

III. *Объяснение нового материала.* Вспоминают разделение чисел на точные и приближенные. Дают примеры, тех и других.

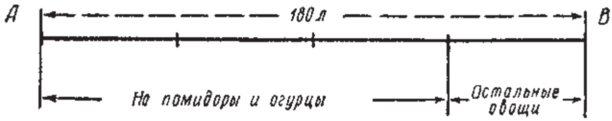


Рис. 1.

При изучении этой темы надо использовать те сведения, которые ученики получили об округлении чисел в начальной школе, и вести урок быстрыми темпами.

Сейчас вспомним, в чем состоит округление целых чисел и как это округление производить.

Число 843 надо округлить до десятков. Как это понимать? — Ответить на вопрос: сколько в этом числе десятков без учета единиц (иначе: круглых десятков)? — 84 десятка. Запись округленного числа: 840. Разбор записи: отбросили цифру единиц и заменили ее нулем.

Вводится знак $\approx$.

Округлить и записать округление чисел до сотен:

$$2624 \approx 2600; \quad 18\,346 \approx 18\,300.$$

Округлять целые числа можно до любого разряда. Если вместо числа 2624 берут 2600, то делают при этом ошибку, которая называется ошибкой или погрешностью округления. Желательно по возможности уменьшить эту ошибку округления. Как это сделать? — Надо было число 248 округлить до десятков. Один ученик написал в ответе 240, другой 250. Оба округлили до десятков, но кто сделал меньшую ошибку? Вскрывается, что один сделал ошибку на 8 единиц, а другой на 2. Анализируется второе число: округление сделано путем прибавления 2 единиц, что усилило цифру десятков до 5. Будем стараться уменьшить ошибку округления.

Упражнения на доске. Округлить до сотен: 3446; 52 353.

При замене нулями цифры десятков и единиц в первом числе цифра сотен не изменяется, во втором усиливается на единицу. Каждый раз дается полное объяснение.

Округлить до десятков: 265 и 235. Наблюдают, что отбрасывается одна только цифра 5.

Величина ошибки при увеличении цифры десятков на 1 и без увеличения: 270 и 260; 240 и 230. Ошибки оказываются одинаковыми.

Отсюда вывод: если отбрасывается одна только цифра 5, то предшествующую цифру можно усиливать на 1, а можно и не усиливать, ошибка будет одинакова.

Существует договоренность: если перед единственной отбрасываемой цифрой 5 стоит цифра четная, то ее не надо усиливать, если нечетная — усилить на 1. Это правило называется «правилом четной цифры».

Округлить до сотен: 1650; 2750; 13 450.

Округлить 84 486 последовательно до десятков, сотен и т. д.

Округлить 635 до десятков. Ученики дают два ответа: 640 и 630.

Термины: округление с избытком — взято число больше данного; округление с недостатком — взято число меньше данного.

Округлить до десятков, определяя каждый раз, с недостатком или с избытком проведено округление:

503; 817; 4325; 12 814; 17 715.

Подведение итога урока. Научились округлять числа; вычислять размер погрешности округления; округлять числа с недостатком и с избытком, при отбрасывании одной только цифры 5 соблюдать правило четной цифры.

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 9. По задачнику—№ 15 (1, 3), 57(6—8). Задачу № 120(1) решить с вычерчиванием графика. Повторить меры объема (по учебнику, стр. 64, второй столбец).

11-й урок

Изменение разности

I. *Проверка домашней работы.* 1. Решение задачи № 120 (1), проверяется у доски с графической иллюстрацией и полным объяснением.

2. № 15 (1, 3) проверяется с мест. Повторяется способ округления чисел. Проверяется работа ученика по учебнику.

3. Фронтальный опрос о кубических мерах.

II. *Объяснение нового материала.* Повторение названия чисел, входящих в сложение и вычитание.

Сообщается ученикам: $15+25=40$; 40 — сумма, запись $15+25$ тоже сумма, но не вычисленная.

Так же: $85-50=35$; 35 — разность; $85-50$ — тоже разность, но не вычисленная.

Напишите на доске сумму двух чисел! Разность чисел!

Прочитать: $84+(16+14)$.

К числу 84 прибавить сумму чисел 16 и 14.

$(62-18)-20$. От разности чисел 62 и 18 отнять число 20.

Учащиеся вспоминают, что изучили изменение суммы в связи с изменением слагаемых.

Сейчас займемся вопросом об изменении разности в связи с изменением уменьшаемого и вычитаемого.

Дальше работа проводится по учебнику § 50. Последовательно рассматривается каждый из пяти пунктов. Работа проводится в следующем порядке.

1. Ученик изучает таблицу.
2. Зачитывает вывод, напечатанный жирным шрифтом.
3. Устно решает один-два примера, предложенных учителем.

Буквенные записи пропускаются. Ученики закрывают книги и на память повторяют выводы.

III. *Домашнее задание.* По учебнику выполнить § 50, по задачнику — № 62, 64 и 142. Окончательно оформить задачу об остеклении класса.

12-й урок

Решение задач

Домашние тетради берутся учителем на дом.

Решить задачи устно:

1. Две книги вместе стоят 18 руб., причем одна в пять раз дороже другой. Сколько стоит более дорогая книга?
2. Сумма двух чисел равна 120, а частное равно 4. Какие это числа?

Следующую задачу один ученик решает на доске, а остальные — в тетрадях. Объяснение дается устно.

З а д а ч а 1. В мастерской работают 78 человек, среди них подростки, женщины и мужчины. Женщин в четыре раза больше, чем подростков, а мужчин в восемь раз больше, чем подростков. Сколько в мастерской отдельно подростков, женщин и мужчин?

Решение следующей задачи записывается в тетради с вопросами.

З а д а ч а 2. Площадь квартиры, состоящая из двух комнат и кухни, равна 42 *кв. м*. Под кухню отведено 10 *кв. м*., а одна из комнат в три раза больше другой. Определить площадь каждой комнаты.

Р е ш е н и е:

1) Какую площадь занимают две комнаты?

$$42 - 10 = 32 \ (\textit{кв. м}).$$

2) Площадь меньшей комнаты принимаем за одну часть, тогда площадь большей комнаты составит три таких части.

Сколько всего частей приходится на две комнаты?

$$1 + 3 = 4.$$

3) Чему равна площадь меньшей комнаты?

$$32 : 4 = 8 \ (\textit{кв. м}).$$

4) Чему равна площадь большей комнаты?

$$8 \cdot 3 = 24 \ (\textit{кв. м}).$$

О т в е т. Площади комнат 8 *кв. м* и 24 *кв. м*.

Задание на дом не дается.

13-й у р о к

Контрольная работа

1-й вариант. (Условие задачи не списывается.)

1. На 250 руб. купили школьнику сапоги, шапку и свитер. За сапоги заплатили 70 руб., а за свитер заплатили в пять раз больше, чем за шапку. Сколько стоит свитер?

2. Как изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на 15, а второе слагаемое увеличить на 23?

3. Вычислить: 930 372 : 93.

2-й вариант.

1. За три дня школьник прочитал 75 страниц. В первый день он прочитал 25 страниц, а во второй день прочитал в четыре раза больше, чем в третий. Сколько страниц прочитал школьник во второй день?

2. Как изменится сумма, если одно слагаемое уменьшить на 42, а второе слагаемое уменьшить на 12?

3. Вычислить: 360 172 : 508.

14-й урок

Ознакомление с измерительными инструментами

I. *Анализ контрольной работы.* 1. Предлагается составить графическую иллюстрацию к задачам каждого варианта. Вызываются к доске сильные ученики, которые по графику дают полное объяснение решения задач.

2. Примеры на изменение суммы и на деление исправляются с мест.

II. На счетах — № 28. Отложить на счетах данное простое именованное число и прочитать его как составное именованное число.

III. *Объяснение нового материала*: „Сегодня будем готовиться к работам на местности".

В начальной школе ученики провешивали прямую на местности; на данном уроке демонстрируются знакомые им приборы: вехи, мерная веревка, рулетка, колышки.

Ученики вспоминают, как они эти приборы использовали в IV классе и как провешивали прямую.

Новым материалом будет подготовка к построению прямоугольника на местности, для чего на классной доске проводится построение прямоугольника со сторонами в 8 и 5 *дм*.

План построения:

1. Отложить отрезок в 8 *дм*.

2. При помощи угольника на концах отрезка построить прямые углы.

3. На второй стороне каждого из них отложить по 5 *дм*.

4. Конечные точки соединить.

Проверяют измерением, что получился прямоугольник заданных размеров.

Надо будет научиться строить прямоугольник на местности. Будем строить по тому же плану.

Ученики рассказывают, как они будут провешивать прямую, равную одной из сторон прямоугольника на местности. А как построить прямые углы при концах этой стороны?

Знакомят учеников с устройством простейшего эккера. Запись на доске: «эккер».

На эккере мы имеем две прямые линии, пересекающиеся под прямым углом. В классе показывается, как использовать эккер для построения прямого угла.

Повторяют план построения прямоугольника на местности:

1. При помощи вех и мерной веревки провешим прямую заданной длины.

2. На концах ее при помощи эккера построим прямые углы.

3. На стороне каждого из них при помощи вех и мерной веревки отложим вторую сторону прямоугольника.

4. Вехами отметим все 4 вершины прямоугольника.

После урока класс разбивается на бригады по 6—7 человек с бригадиром во главе.

IV. *Домашнее задание.* Повторение различных мер по № 27. Решить примеры № 59 (3, 4).

15-й урок

Построение прямоугольника на местности

I. *Работа на местности.* Построение прямоугольника на местности требует не менее $1\frac{1}{2}$ час. и потому должно проводиться на последнем уроке.

Бригады в классе уже организованы, бригадиры назначены. С устройством и использованием эккера ученики тоже ознакомлены в классе.

Перед всем классом на выбранном участке вспоминается порядок построения прямоугольника, уже разбиравшийся в классе. Задается длина сторон прямоугольника: 15 *м* и 10 *м*. Каждая бригада имеет эккер, 4 вехи, мерную веревку и колышки. Учитель указывает каждой бригаде место работы.

Порядок построения:

1. Отметка (вехой) первой вершины прямоугольника.

2. Провешивание прямой и отмеривание одной стороны прямоугольника (большей).

3. Отметка второй вершины прямоугольника.

4—5. Построение (при помощи эккера) прямого угла при каждой из вершин. (Направление сторон указывается вехами.)

6—7. Отмеривание двух противоположных сторон прямоугольника (меньших) и отметка третьей и четвертой вершин.

8. Проверка построения.

II. *Домашнее задание.* Уметь рассказать, как проводили работу на местности. Бригадирам приготовить письменный отчет по плану: 1) название работы; 2) какие инструменты использовали; 3) как проводили работу: а) провешивание сторон прямоугольника, б) построение прямых углов, в) проверка построения, г) кто какую работу выполнял. По задачнику выполнить № 65 (устно).

16-й урок

Задачи на разность и отношение

I. *Проверка домашней работы.* 1. Проверяется отчет о работе на местности у двух или трех учеников.

2. № 65 проверяется с мест.

II. *Объяснение нового материала.* Ученикам сообщается, что они умеют объяснять решение задачи при помощи постановки вопросов. Сегодня научимся записывать это объяснение несколько иначе.

Устно разбирается задача № 86 (1). Решение задачи № 86 (1) записывается на доске и после каждого действия в утвердительной форме дается пояснение полученного результата, например:

1) $840 : 60 = 14$ (вед.) Через вторую трубу в минуту вытекает 14 ведер.

2) $30 - 14 = 16$ (вед.). За каждую минуту в резервуар прибывает 16 ведер и т. д.

На следующей задаче вспоминают нахождение двух чисел по их сумме и отношению.

Заработок отца и сына вместе равен 2400 руб. в месяц, причем заработок сына в три раза меньше заработка отца. Сколько зарабатывают отец и сын отдельно?

О чем мы условились до начала решения этой задачи? — Мы определяли, сколько равных частей придется на заработок сына и отца отдельно.

А какой первый вопрос ставили при решении задачи? — Сколько всего равных частей приходится на общий заработок отца и сына. Каким действием давали ответ на этот вопрос? — Сложением числа частей, которыми выражен заработок отца и сына.

Сейчас дана будет новая задача, подумайте, в чем сходство ее с решенной задачей и в чем различие.

З а д а ч а. Заработок отца в три раза больше заработка сына, поэтому каждый месяц он зарабатывает на 1200 руб. больше сына. Определить заработок отца и сына.

Анализ условия и сравнение его с условием предшествующей задачи.

Сходство. Известно, во сколько раз заработок отца больше заработка сына.

Различие. В первой задаче дана сумма заработка отца и сына 2400 руб. Во второй задаче разность их заработков 1200 руб.

Для обеих задач одинаковое соглашение: заработок сына принимаем за одну часть, заработок отца выразится тремя частями.

П а р а л л е л ь н о е р е ш е н и е

На сколько равных частей приходится 2400 руб.?	На сколько равных частей приходится 1200 руб.?
$1 + 3 = 4.$	$3 - 1 = 2.$
Сколько зарабатывал сын?	Сколько зарабатывал сын?
$2400 : 4 = 600$ (руб.).	$1200 : 2 = 600$ (руб.).
Сколько зарабатывал отец?	Сколько зарабатывал отец?
$600 \cdot 3 = 1800$ (руб.).	$600 \cdot 3 = 1800$ (руб.).

Еще раз разбирается вторая задача.

П р о в е р к а. 1800—600=1200 (руб.).

Условие задачи № 122 (1) разбирается в классе, решение дается на дом.

III. *Домашнее задание.* Составить самим задачу нового типа. По задачнику выполнить № 122 (1) — без иллюстрации.

17-й урок

Умножение целых чисел

I. *Проверка домашней работы.* № 122 (1) — дается полное объяснение решения у доски.

С участием класса составляется графическая иллюстрация, которая временно сохраняется на доске (рис. 2).

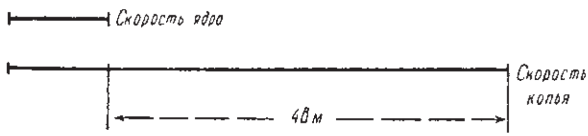


Рис. 2.

II. *Объяснение нового материала.* Изучили два действия с целыми числами — сложение и вычитание, теперь перейдем к умножению.

Убедимся, что умножение связано со сложением.

54+43+12=109. Сложение неравных слагаемых.

24 + 24 + 24 = 72. Сложение равных слагаемых.

Какие даны слагаемые? Сколько равных слагаемых? Как можно назвать число 72? — Сумма равных слагаемых.

Как можно короче записать это действие? — 24 · 3=72. Как здесь будет называться число 72? — Произведением. Перед нами новое действие — умножение.

Сложение и вычитание — действия 1-й ступени, умножение — действие 2-й ступени.

Название компонентов и результата умножения.

— Какая же связь между умножением и сложением?— Умножение есть сложение равных слагаемых, нахождение суммы одинаковых слагаемых.

Всякое ли сложение можно заменить умножением? Всякое ли умножение можно заменить сложением?

$$15 \cdot 4 = 15 + 15 + 15 + 15.$$

Что показывает множимое? — Величину каждого из равных слагаемых.

Что показывает множитель? — Число равных слагаемых. Множитель всегда число отвлеченное. Произведение — сумма равных слагаемых. Наименования множимого и произведения всегда одинаковые.

Так как умножение есть особый вид сложения, то умножение, как и сложение, всегда выполнимо.

Обратить внимание на особые случаи умножения:

$$\left.\begin{matrix} 12 \cdot 1 = 12; \ 1 \cdot 12 = 12. \\ 24 \cdot 1 = 24; \ 1 \cdot 24 = 24. \end{matrix}\right\} \text{Вывод.}$$

$$0 \cdot 6 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

Договорились и о следующем: $6 \cdot 0 = 0$; $5 \cdot 0 \cdot 4 = 0$.

Наблюдения. В последних примерах среди сомножителей встречается 0. В таких примерах произведение равно 0.

Вывод (с помощью учителя). Если хоть один из сомножителей равен нулю, то и произведение равно нулю.

Чему равно произведение: $12 \cdot 0$; $94 \cdot 16 \cdot 0$. Почему?

Задачи, решаемые умножением.

Задача 1. Для обеспечения своего летнего отдыха рабочий в течение 6 месяцев вносил в сберкассу по 120 руб. каждый месяц. Сколько денег он скопил?

$$120 + 120 + 120 + 120 + 120 + 120 = 720 \text{ (руб.)}$$

$$120 \cdot 6 = 720 \text{ (руб).}$$

Находим сумму равных слагаемых.

Задача 2. В одной книге 150 страниц, а в другой в четыре раза больше. Сколько страниц в другой книге?

Увеличение числа в несколько раз.

Какие законы сложения вы знаете? — Переместительный и сочетательный.

Рассматривается с учениками переместительный закон умножения: $25 \cdot 3 = 3 \cdot 25$. Формулируется переместительный закон. Применение переместительного закона к умножению двух и нескольких чисел.

При умножении 25 на 1834 — удобнее $1834 \cdot 25$, получим только два неполных произведения.

$25 \cdot 13 \cdot 4 = 25 \cdot 4 \cdot 13$ — легче вычислять.

Для выяснения сочетательного закона дается задача.

Во время экскурсии ученики проходили в среднем 18 *км* в сутки. Они были в пути 2 недели. Какое расстояние они прошли?

Задача может быть решена двумя способами:

$$(18 \cdot 7) \cdot 2 = 18 \cdot (7 \cdot 2).$$

Наблюдается соединение сомножителей в разные группы. Формулируется сочетательный закон.

Использование законов для рационализации вычислений:

$$25 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 125 = (25 \cdot 4) \cdot (8 \cdot 125) = 100\,000.$$

III. *Домашнее задание*. По учебнику — § 26. По задачнику — № 75 (1—6), 84 (1).

18-й урок

Распределительный закон умножения

I. *Проверка домашней работы*. 1. Фронтальный опрос класса: какое действие называется умножением?

У доски $85 \cdot 1$; $42 \cdot 0$; $6 \cdot 0 \cdot 94$. Вывод.

Какие задачи решаются умножением?

Переместительный закон $37 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 25 \cdot 20$.

Сочетательный закон.

2. Примеры № 75 (1—6) и 84 (1) проверяются с мест.

II. *Объяснение нового материала*. На доске учителем записывается задача:

Хозяйка купила по 3 *кг* муки двух сортов, по 4 руб. и по 5 руб. за 1 *кг*. Сколько всего денег издержала хозяйка?

Предлагается решить задачу двумя способами.

Решение задачи записывается в виде формулы. Запишем только обозначение порядка действий, а вычислять не будем.

Получены две формулы: 1) $4 \cdot 3 + 5 \cdot 3$; 2) $(4+5) \cdot 3$.

Учитель пишет: $(4+5) \cdot 3 = 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3$.

Почему здесь можно поставить знак равенства? — Анализ левой части — умножение суммы.

Как умножить сумму на число? — Умножить двумя способами: $(25+40) \cdot 5$.

При умножении суммы на число умножение «распределяли» между слагаемыми. При умножении суммы употребляется распределительный закон умножения. Формулируется: чтобы умножить сумму на число, достаточно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

$$323 \cdot 3 = (300 + 20 + 3) \cdot 3 = 300 \cdot 3 + 20 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 969.$$

Умножение целых чисел сводится к умножению суммы на число, т. е. к использованию распределительного закона.

Решаются у доски примеры: $27 \cdot 8$; $169 \cdot 2$ с использованием распределительного закона.

На этом же уроке повторяется зависимость между компонентами и результатом умножения.

$$12 \cdot x = 60; \quad 27 \cdot x = 513;$$
$$x \cdot 18 = 360; \quad x \cdot 67 = 3886.$$

Формулируют, чему равен один из двух сомножителей.

$$4x - 8 = 32; \ 4x = 32 + 8; \ 4x = 40; \ x = 40 : 4; \ x = 10.$$

Проверка. $4 \cdot 10 - 8 = 32$. $32 = 32$.

Пример. $18 - 3x = 3$. Проводится подробный разбор решения.

Простейшие случаи умножения на счетах.

III. *Домашнее задание.* По учебнику выполнить § 27. Выписать формулировку законов. По задачнику: при решении примера № 87 рассказать, какие законы умножения использованы; задача № 85 (1) (пояснение решения дать в утвердительной форме).

19-й урок

Нахождение двух чисел по их сумме и разности

I. *Проверка домашней работы.* 1. По № 87 рассказывают, какие законы использованы при решении. Формулируют их.

Умножить с использованием распределительного закона:

$$8 \cdot 101 = 8 \cdot (100 + 1); \quad 4 \cdot 103 = 4 \cdot (100 + 3).$$

2. № 85 (1)—проверяется с мест.

II. *Повторение.* № 79 (6, 7). Разбирается предварительно порядок действий и значение круглых и квадратных скобок.

III. *Объяснение нового материала.* Переходят к решению задач на нахождение двух чисел по их сумме и разности.

Для правильной формулировки первого вопроса в задачах этого типа даются предварительные упражнения.

Дано число 45. Удвойте его!

Что значит удвоить число? — Умножить число на 2.

Удвойте числа: 125; 68

120 — удвоенное искомое число. Чему равно искомое число?

На доске записана задача:

Кусок полотна в 104 *м* надо разрезать на две такие части, чтобы в одной было на 16 *м* больше, чем во второй. По скольку метров полотна будет в каждой части?

Для полного понимания правильной формулировки первого вопроса надо использовать графическую иллюстрацию (рис. 3).

104 *м* надо разделить на неравные части, одна часть должна быть на 16 *м* больше другой. Обозначим 104 *м* отрезком и разделим его на неравные части. Как из меньшего куска полотна получить больший? — Прибавить к меньшему куску 16 *м*.

Внимательно разбирают чертеж.

В длине всего куска заключается длина двух меньших кусков и еще 16 *м* или иначе: заключается удвоенная длина меньшего куска и еще 16 *м*.

Как найти удвоенную длину меньшего куска? Как найти длину меньшего куска? Как найти длину большего куска?

Анализ чисел, данных в условии задачи.

104 *м* — сумма длины большего и меньшего кусков.

16 *м* — разность между длиной большего и меньшего кусков.

Схематическая запись условия:

Сумма — 104 *м*.
Разность — 16 *м*. } Найти длину каждого куска.

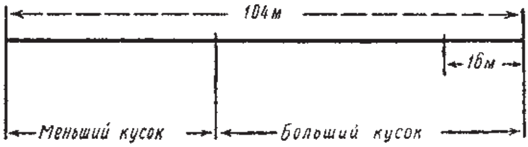


Рис. 3.

Отрабатывают и записывают в тетрадь все решение задачи.

Порядок постановки вопросов:

1) Чему равна длина удвоенного меньшего куска?
2) Чему равна длина меньшего куска?
3) Чему равна длина большего куска?

После решения задачи проводят двойную проверку путем нахождения суммы длин двух кусков и их разности.

Чтобы получить удвоенное меньшее число, мы от суммы двух чисел отнимали разность 16. А как найти удвоенное большее число? — К сумме прибавить 16.

Сумма двух чисел 42, а разность 12. Чему равно большее число? Что значит: разность равна 12? — Одно число больше другого на 12.

Устно ставят вопросы и решают задачу.

IV. *Самостоятельно.* Сумма — 64. Разность — 20 } Найти большее число двумя действиями.

V. *Домашнее задание.* По задачнику выполнить № 113 (2).

Сделать чертеж и проверить решение задачи. Самим составить такую задачу, в которой по сумме и разности двух чисел надо найти большее число. Задачу решить в два действия.

20-й урок

Изменение произведения

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 113 (2) — решение записывается учеником на доске без вопросов. Из класса вызывается второй ученик, который ставит вопрос к каждому действию. Предлагается классу устно решить эту задачу при условии, что требуется определить только большую площадь.

2. Зачитываются две-три составленные учениками задачи и устно решаются всем классом.

II. *Повторение.* Изменение суммы и разности с изменением компонентов. Даются два-три примера.

III. *Устно.* $4 \cdot 19 \cdot 5 \cdot 0$; $125 \cdot 12 \cdot 4$.

IV. *Объяснение нового материала.* Сегодня будем изучать вопрос об изменении произведения с изменением сомножителей.

Вопрос об изменении произведения изучается при активном участии учеников по § 51 учебника.

Ученики самостоятельно анализируют каждую таблицу, делают вывод и закрепляют его чтением по учебнику. После работы по учебнику проводится работа по задачнику № 91 (2).

Порядок работы:

1. Ученик сам записывает два произвольных сомножителя.

$$2 \cdot 5 = 10.$$

2. Изменяет величину одного из них согласно указанию задачника:

$$2 \cdot 5 = 10;$$
$$5 \cdot 7 = 35.$$

3. Находит новое произведение:

$$10 \cdot 35 = 350.$$

4. Сравнивает его с данным:

$$350 : 10 = 35.$$

5. Делает вывод: $350 : 10 = 35$. Произведение увеличилось в 35 раз.

Так же выполняется второе задание. Вывод к нему: произведение увеличится в восемь раз.

Общий вывод без конкретных чисел затрудняет учеников, этот вывод должен быть таков: произведение увеличится во столько раз, сколько единиц заключается в произведение двух чисел, из которых одно показывает, во сколько раз увеличено множимое, а другое — во сколько раз увеличен множитель.

Поэтому совершенно достаточно, если на конкретных примерах ученик ответит, что произведение увеличится в 35 раз, т. е. в $5 \cdot 7$ (раз).

V. *Самостоятельно.* № 91 (1).

VI. *Домашнее задание.* По учебнику — № 51 (без буквенных формул), по задачнику — № 114 (1) — дать некоторые указания к выполнению упражнения; № 92 (1) — дать указания: величину произведения определить на основе изменения сомножителей и проверить непосредственным умножением.

21-й урок

Вычисление площади прямоугольника

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 92 (1) — каждая строка примера подробно объясняется с мест.

$$12 \cdot 8 = 96,$$

$$48 \cdot 4 = 192$$

Один сомножитель увеличили в четыре раза, второй уменьшили в два раза, значит, произведение увеличится в два раза. Получим $96 \cdot 2 = 192$.

Таким образом, очень хорошо закрепляется вопрос о изменении произведения.

2. № 114 (1) — ученик разбирает всю задачу устно.

II. *Объяснение нового материала.* Измерение площади прямоугольника — повторительный материал IV класса, но многое надо проверить и углубить.

При помощи наглядных пособий повторяется вопрос об измерении площади (рис. 4):

I — прямое измерение, подсчет квадратных единиц.

II — подсчет квадратных единиц, помещающихся в один ряд на основании; подсчет рядов.

III — подсчет квадратных единиц на основании; определение числа рядов измерением.

IV — вычисление площади путем косвенного измерения.

В дальнейшем допускается сокращенная формулировка: площадь прямоугольника равна произведению основания на высоту.

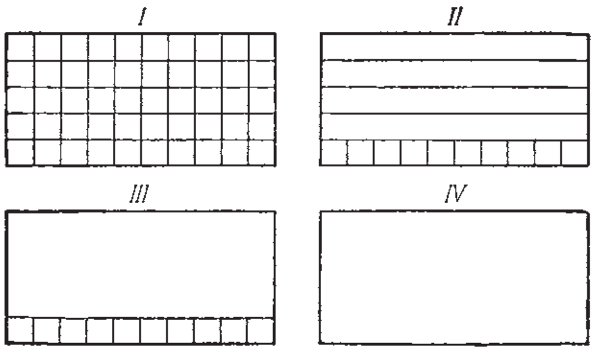


Рис. 4.

Толкование этого выражения: площадь прямоугольника в квадратных единицах равна произведению чисел, выражающих длину основания и длину высоты прямоугольника в линейных единицах.

Измеряют площадь вырезанного прямоугольника в квадратных сантиметрах; площадь классной доски в квадратных дециметрах.

Подчеркивается момент округления чисел — получаем числа приближенные.

Показывается квадрат со стороной в 5 *см*. Чему равна его площадь?

Площадь прямоугольника записывается в общем виде $S=ab$.

Переход к новому материалу, к обратным задачам: по площади и основанию вычислить высоту прямоугольника.

На наглядном пособии устанавливаем: известно число квадратных единиц площади прямоугольника, известно его основание, значит, можем определить, сколько квадратных единиц помещается в одном ряду; разделив число квадратных единиц площади на число квадратных единиц в одном ряду, узнаем число рядов; высота одного ряда равна 1 *см*, полученное частное и есть высота прямоугольника, выраженная в линейных единицах.

Решается устно. Площадь прямоугольника равна 120 *кв. дм*, основание — 12 *дм*. Найти высоту.

Демонстрируется прямоугольник из картона, на нем написана величина его площади и длина основания. Определить высоту вычислением и проверить измерением.

В тетрадях чертится прямоугольник, буквами записываются длины его основания и высоты. Записывается словами и буквенной формулой вычисление его площади.

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 54. Вырезать прямоугольник, вычислить и записать на фигуре его площадь и свою фамилию. Площадь вычислить в квадратных миллиметрах. По задачнику — задачи № 146 (2); 142 (2).

22-й урок

Задачи на время

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 146 (2). Один ученик записывает решение задачи. Ученики с мест зачитывают поставленные к каждому действию вопросы.

2. Рядом сидящие ученики обмениваются вырезанными дома прямоугольниками и проверяют вычисление площади у соседа.

3. Ответы к задаче № 142 (2) ученики зачитывают с мест.

II. *Объяснение нового материала.* Объясняется ученикам значение выражения «начало летосчисления».

Записывается дата проведения данного урока, например 25 сентября 1955 г.

Определим, сколько полных лет, месяцев и дней от начала летосчисления прошло до этого дня. — 1954 года 8 месяцев 24 дня.

Записать в тетрадях, сколько полных лет, месяцев и дней от начала летосчисления прошло до 12 мая 1863 г., до 7 ноября 1917 г.

З а д а ч а . Какой год, месяц и день наступили через 15 лет 7 мес. 9 дней после 16 февраля 1923 г.?

Известно, когда событие началось: 16 февраля 1923 г.

Сколько времени оно длилось: 15 лет 7 месяцев 9 дней.

Определить конец события.

Ответить на вопрос: сколько времени прошло от начала летосчисления до начала события? — 1922 года 1 месяц 15 дней.

Сколько времени прошло до конца события?

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 1922 \text{ г. } 1 \text{ мес. } 15 \text{ дн.} \\ 15 \text{ л. } 7 \text{ мес. } 9 \text{ дн.} \end{array} \\ \hline 1937 \text{ л. } 8 \text{ мес. } 24 \text{ дня.} \end{array}$$

Какой год, месяц и день наступил? — 25 сентября 1938 г.

Решают задачу № 144 (1).

Определяют время от начала летосчисления до рождения и смерти Н. И. Лобачевского и вычисляют длительность его жизни.

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 62. Уметь решить задачу на время каждого вида. По задачнику — № 143 (2); 111 (1—4) — подготовить устное вычисление с объяснением значения скобок.

23-й у р о к

Деление целых чисел

I. *Проверка домашней работы.* 1. На доске написано решение задачи № 143 (2). Объяснение устно.

2. № 111 (1—4) разбирается устно.

II. *Объяснение нового материала.* Изучим сегодня последнее действие — деление целых чисел.

Определение вычитания.

Как называются по отношению друг к другу действия сложение и вычитание? Почему взаимно обратными?

84 : 12=7. Название компонентов и результата деления.

Как проверить деление? — 12 · 7=84.

Связь деления с умножением. Делимое 84 — произведение. Делитель 12 — известный сомножитель. Частное 7 — искомый сомножитель.

Определение деления. Делением называется действие, в котором даны произведение и один из двух сомножителей, а ищется другой сомножитель.

Выясняется, почему умножение и деление можно назвать действиями взаимно обратными.

Указывается два способа проверки деления.

Какие задачи решаются делением? Предложить самим ученикам составить задачи, решаемые делением. Недостающие виды задач указываются учителем.

Задача 1. Внося ежемесячно в сберкассу по 120 руб., рабочий накопил 840 руб. Сколько месяцев он делал взносы? (Деление по содержанию.)

Задача 2. Рабочий за 7 мес. внес в сберкассу 840 руб. Сколько в среднем вносил он ежемесячно? (Деление на равные части.)

Задача 3. Один рабочий внес в сберкассу 840 руб., а другой — в три раза меньше. Сколько денег внес в сберкассу второй рабочий? (Уменьшение числа в несколько раз.)

Дальше останавливаемся на вопросе точного и приближенного частного. $120 : 30 = 4$ — частное точное.

$125 : 30 = 4$ (ост. 5) — частное приближенное.

При делении с остатком частное получается приближенное. С какой точностью вычислено частное? — С точностью до единицы.

Как это понимать? — Ошибка сделана меньше единицы.

Обратить внимание на частные случаи деления.

$24 : 1 = 24$.

$0 : 24 = 0$. Проверка. $24 \cdot 0 = 0$.

$24 : 0$ — деление невозможно.

Каждый из этих случаев формулируют словами.

III. *Самостоятельно*. Ученики про себя зачитывают § 34 по учебнику, выясняя с учителем непонятные места.

IV. *Домашнее задание*. По учебнику — § 34. По задачнику — № 108 (4—8). Объяснить, почему получаются разные ответы.

Пример: $[(16531 \cdot 343 + 763 \cdot 1099) \cdot 718 - 65] \cdot 71$.

24-й урок

Деление целых чисел

I. *Проверка домашней работы.* 1. Фронтальный опрос по учебнику о делении.

2. № 108 (4—8) — двумя учениками записываются решения примеров.

Вопрос к классу: почему результаты разные, хотя данные числа и действия одинаковы?

Подробный разбор изменения порядка действий при изменении местоположения скобок.

3. Решение последнего примера записывается на доске. Подробно разбирается порядок действий при наличии квадратных скобок.

II. *Объяснение нового материала.* Решение примеров на доске с предварительным определением числа цифр в частном. Выполняются упражнения № 110 (6) и 110 (8) с предварительным разбором порядка действий.

Зависимость между компонентами и результатом в обоих случаях деления.

$$120 : 30 = 4; \quad 125 : 30 = 4 \text{ (ост. 5)};$$
$$120 = 30 \cdot 4; \quad 125 = 30 \cdot 4 + 5;$$
$$30 = 120 : 4; \quad 30 = (125 - 5) : 4.$$

Формулировка этих соотношений словами.

III. *Самостоятельно.* Пример № 111 (5) с квадратными скобками.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 111 (7); задача 148 (2) — с утвердительными пояснениями; 144 (2).

25-й урок

Задачи на нахождение чисел по их сумме и разности

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 111 (7) — опрос учащихся с мест о порядке действий и результате каждого действия.

2. № 148 (2) — один ученик записывает решение, отдельные ученики класса зачитывают утвердительное пояснение.

3. № 144 (2) — с мест.

II. *Устно.* 1. За два часа автомобиль прошел 95 *км*, причем в первый час прошел на 5 *км* больше, чем во второй. По скольку километров автомобиль проходил каждый час?

2. Сумма двух чисел равна 140, а их разность равна 40. Чему равно большее число?

III. *Объяснение нового материала.* № 115 (2). Выясняется, на сколько человек в одном автобусе до пересадки было больше, чем в другом: 2 · 2 = 4 (человека).

Задача становится чисто типовой и решается устно:

В двух автобусах 86 пионеров, в одном на 4 пионера больше, чем во втором. Сколько пионеров в каждом автобусе?

На доске записана задача: Три куска гранита весят вместе 156 *кг*. Первый кусок на 18 *кг* тяжелее второго, а второй на 15 *кг* легче третьего. Сколько весит каждый кусок гранита?

Составляем схему решения задачи.

Выясняется, который кусок гранита самый легкий? — Самый легкий второй кусок, он легче первого на 18 *кг* и легче третьего на 15 *кг*.

Схема условия

$$\begin{array}{l|c|l} \text{Вес 1-го куска} & 1 & \text{и } 18\ \textit{кг} \\ \text{Вес 2-го куска} & 1 & \\ \text{Вес 3-го куска} & 1 & \text{и } 15\ \textit{кг} \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l}1\\1\\1\end{array}}\right\} \begin{array}{l} \text{Во всех кусках } 156\ \textit{кг}. \\ \text{Сколько весит каждый} \\ \text{кусок?} \end{array}$$

Самым трудным является первый вопрос. Нельзя ли уравнять вес всех трех кусков? Как это сделать? — Надо вес 1-го куска уменьшить на 18 *кг*, а вес 3-го уменьшить на 15 *кг*.

Как сформулировать первый вопрос задачи?

1) На сколько надо уменьшить вес всех трех кусков, чтобы вес каждого куска равнялся весу 2-го куска?

$$18 + 15 = 33\ (\textit{кг}).$$

2) Сколько будут весить три куска, вес каждого из которых равен весу 2-го куска?

Лучше сформулировать вопрос так: чему равен утроенный вес 2-го куска? 156 − 33 = 123 (*кг*).

Дальше решение задачи не вызывает трудности.

Все решение задачи повторяется и записывается.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику выполнить № 114 (2). Задача. С трех лугов собрали 197 *ц* сена. С первого и второго лугов собрали сена поровну, а с третьего луга собрали на 11 *ц* больше, чем с каждого из первых двух. Сколько сена собрали с каждого луга?

26-й урок

Изменение частного

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 114 (2) проверяется устно с мест.

2. Вторая задача в виде схемы записана на доске; объяснение и вычисление проводятся устно.

II. *Устно.* 1) Сумма двух чисел равна 48, а их разность равна 24. Найти большее число. 2) Найти среднее арифметическое чисел 63; 20; 37. (Вспоминают сведения из IV класса.)

Ученики имеют некоторый навык разбирать таблицы по учебнику, делать и закреплять выводы из них.

III. *Самостоятельно.* По отдельным пунктам разбирают материал об изменении частного по учебнику § 52. Если не успеют закончить весь параграф в классе, то закончат дома.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 102 (1, 2); 110 (1—4), по учебнику — § 52.

27-й урок

Умножение и деление произведения. Решение примеров

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 102 (1, 2) — проверяются задачи устно с мест.

Пример рассуждения: 1) Если объем бассейна уменьшить в четыре раза, сохраняя прежнюю мощность насоса, то времени для выкачивания воды потребуется в четыре раза меньше: 32 : 4 = 8 (час.)

2) Если в два раза увеличить мощность насоса, то времени понадобится в два раза меньше: $8 : 2 = 4$ (часа).

2. № 110 (1—4) — проверяется по отдельным строкам с мест.

II. *Устно.* 1) № 108 (1, 3); 2) $220 + 432 + 180 + 168$; 3) $236 + 999$ — применить при решении прием округления.

III. *Объяснение нового материала.* Разбирается умножение произведения на число: $(7 \cdot 15 \cdot 3) \cdot 4$.

Дано: умножить произведение на число двумя способами.

Первый способ:

$$7 \cdot 15 \cdot 3 = 315;\ 315 \cdot 4 = 1260.$$

Второй способ:

$$7 \cdot 3 \cdot (15 \cdot 4) = 21 \cdot 60 = 1260.$$

$$(19 \cdot 125) \cdot 8 = 19 \cdot (125 \cdot 8) = 19 \cdot 1000 = 19\,000.$$

Вывод. Чтобы умножить произведение на какое-нибудь число, можно умножить на это число один сомножитель, оставив другие без изменения.

Разбирают вопрос о делении произведения на число Самостоятельно.

1) $(13 \cdot 4 \cdot 9) \cdot 25$; 3) $(2 \cdot 16 \cdot 3) \cdot 50$;

2) $(60 \cdot 14 \cdot 2) : 15$; 4) $(13 \cdot 121) : 11$

IV. *Упражнения в решении примеров.* № 108 (10) — по отдельным действиям решается учащимися у доски с привлечением всего класса.

№ 109 (6) — один ученик решает у доски, остальные — в тетрадях.

V. *Самостоятельно.* № 109 (1, 2, 3, 4).

После окончания решения выясняется причина получения разных ответов.

VI. *Домашнее задание.* По учебнику — § 30, п. 2. По задачнику — № 110 (7); 111 (8) и задача № 149 (1).

28-й урок

Вычисление объема параллелепипеда

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 110 (7) проверяется с мест по отдельным действиям.

2. № 111 (8) — весь пример одним учеником зачитывается с места.

3. Задача № 149 (1) — решение записывается одним учеником, объяснение дается другим.

II. *Повторение.* Меры объема.

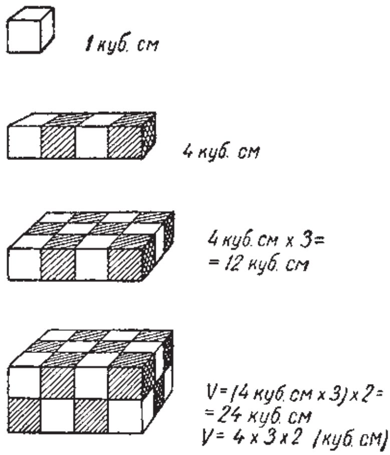


Рис. 5.

III. *Объяснение нового материала.* Демонстрируется прямоугольный параллелепипед. Название «параллелепипед» записывается на доске и в тетрадях. Ученики дают полное описание этого геометрического тела, показывая его грани, ребра, вершины.

Эти сведения получены ими в курсе IV класса. Припоминается способ измерения объема прямоугольного параллелепипеда с демонстрацией соответствующих пособий (рис. 5).

1) Сплошное заполнение параллелепипеда кубическими единицами и подсчет этих единиц.

2) Заполнение кубическими единицами одного слоя, подсчет числа кубических единиц в одном слое, измерение высоты параллелепипеда для определения числа слоев.

При таком способе вычисления объема параллелепипеда обратить внимание на численное соотношение между числом квадратных единиц в основании параллелепипеда и числом кубических единиц в одном слое.

3) Косвенное определение объема параллелепипеда при помощи линейного измерения его ребер.

Вывод. Чтобы вычислить объем прямоугольного параллелепипеда, надо измерить его длину, ширину и высоту одинаковыми линейными единицами и полученные числа перемножить.

Буквенная формула:

$$V = abc.$$

Площадь основания параллелепипеда 30 *кв. см*, а его высота — 10 *см*. Чему равен объем параллелепипеда?

Демонстрация и описание куба.

Как упрощается вычисление объема куба по сравнению с объемом параллелепипеда?

1. Вычислить объем комнаты, если ее длина 7 *м*, ширина 5 *м* и высота 3 *м*.

2. Площадь пола комнаты 24 *кв. м*, а высота 4 *м*. Найти объем комнаты.

IV. *Самостоятельно*. № 145 (2).

V. *Домашнее задание*. Вычислить объем своей комнаты, записав ее линейные размеры, и определить, какой объем воздуха приходится на каждого жильца. По задачнику — задача № 145 (1).

29-й урок

Задачи на вычисление объемов

I. *Проверка домашней работы*. Работа проверяется с мест.

II. *Устно*. Повторяются кубические меры. 1 *куб. дм* чистой воды весит 1 *кг*. Объем 1 *куб. дм* называется литром. Литрами измеряются жидкости.

Задача. Сколько кубических метров дров уложится в сарае, который имеет форму куба, ребро которого равно 5 *м*.

III. *Объяснение нового материала*. Задача. Объем комнаты 120 *куб. м*, а площадь пола 30 *кв. м*. Какова высота комнаты?

Что дано в условии задачи? — Объем комнаты и площадь пола.

В каких мерах выражен объем комнаты? — В кубических метрах. А площадь пола? — В квадратных метрах.

Что требуется найти? — Высоту комнаты. В каких мерах выразится высота? — В линейных мерах, мерах длины.

Сколько кубических метров уложится в один ряд на площади пола? — 30 *куб. м.*

Демонстрация при помощи наглядных пособий.

Каков объем одного слоя? — 30 *куб. м.* А его высота? — 1 *м.*

Сколько таких слоев поместится во всей комнате? Как узнать? — 120 *куб. м*: 30 *куб. м* = 4.

Какова высота комнаты? Почему 4 *м*?

Повторяется весь разбор задачи.

Решаются задачи: 1) Объем бака 60 *куб. м*, а площадь основания 12 *кв. м*. Какова глубина бака?

2) Объем коробки прямоугольной формы равен 36 *куб. см*, а площадь дна равна 9 *кв. м*. Какой высоты коробка?

Обобщение: во всех задачах давался объем параллелепипеда и площадь его основания, а находилась высота.

30-й урок

Контрольная работа

1-й вариант. (Условие задачи ученики должны записать кратко.)

1. Задача. Площадь участка в 262 *га* вспахали за 2 дня, причем в первый день вспахали на 40 *га* больше, чем во второй. Сколько гектаров вспахали в первый день?

2. Вычислить:

$$61\,873 + 600\,675 : 75 + 201 \cdot (400\,100 - 379\,964)\,.$$

2-й вариант

1. Задача. За два дня перевезено 465 *куб. м* дров, причем в первый день перевезено на 45 *куб. м* больше, чем во второй. Сколько дров перевезено в первый день?

2. Вычислить:

$$[1826 \cdot 267 + 62\,238 : (29\,842 - 29\,336)] : 45.$$

Тема вторая

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ

Тема «Делимость чисел» является базой для работы с дробями. Однако, кроме этого, так сказать, «служебного значения», она имеет свое собственное математическое значение для развития ученика. Тема эта насыщена рядом новых понятий, что затрудняет работу ученика. Ученик при изучении нумерации научился анализировать состав числа, но мог представить число только как сумму слагаемых, в частности разрядных слагаемых. При изучении темы о делимости чисел он должен научиться каждое число представить как произведение двух или нескольких множителей.

Углубленный анализ состава числа, естественно, возбуждает интерес у многих учеников. Интерес этот следует поддерживать и развивать дальше во внеклассной работе, где можно шире поставить некоторые вопросы о составе числа.

Основными моментами темы, на которые учитель должен обратить особое внимание, надо считать следующие:

1. Теорема о делимости суммы, на которой основан вывод и понимание всех признаков делимости чисел. Материал этот довольно сухой и мало интересный, но он оживает и становится доходчивым, если провести его при активном участии в работе самих учеников.

2. Признаки делимости чисел, вывод которых базируется на теореме делимости суммы. Здесь надо обратить внимание и тщательно отработать чисто логические формулировки признаков делимости, например: «чтобы число делилось на 2, необходимо и достаточно...» или «на 4 делятся те и только те числа...»

3. Разложение чисел на множители, в частности — на простые множители. Вопрос о делимости произведения.

4. Умение определить и усвоить способ нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного чисел.

Как видно из разработки большинства уроков, в центре внимания учителя стоит организация активной работы ученика. Наблюдения на целесообразно подобранных примерах, обобщения, выводы и формулировки самих учеников способствуют более глубокому осмысливанию и закреплению материала этой нелегкой темы. Учитель должен умело руководить этой работой и, таким образом, непрестанно поддерживать интерес учеников.

1-й урок

Делители данного числа и кратные данного числа

1. *Анализ контрольной работы.* Задачи записаны на доске, тетради розданы ученикам.

Предлагается ученикам прочитать обе задачи и вскрыть сходство их математического содержания.

Для записи на доске решения одной из задач вызывается ученик, решивший задачу неправильно.

Затем вызываются два ученика, правильно решившие примеры, они записывают решение на доске.

Класс сверяет свое решение с записью на доске.

Объяснение нового материала. Сообщается о переходе к новой теме, которая называется «Делимость чисел». Через несколько уроков название темы станет более понятным.

Дано число 15. Назвать несколько чисел, делящихся на 15 без остатка. Сколько таких чисел?

Все эти числа называются кратными числа 15.

85 будет ли кратно 15? Почему нет? А 225?

Определение числа, кратного данного числа. Число, которое делится без остатка на данное число, называется кратным данного числа.

Назвать наименьшее кратное данного числа (само число). Наибольшее кратное.

75 : 25 = 3.

79 : 25 = 3 (ост. 4). Вспоминают названия второго частного: 3—приближенное частное.

Как называли 25 в том и другом примере?

Какое число называли делителем? — Делителем называли число, на которое производили деление, независимо от того, получали ли точное частное или приближенное.

Не отказываясь от прежнего значения слова «делитель», вводим новое значение слова «делитель».

Будем называть делителем данного числа только то число, на которое данное число делится без остатка.

Назовите делители числа 24. Выпишем все делители числа 10.

Сначала ученики выписывают делители без особого порядка, затем вводится определенный порядок записи, причем указывается, что 1 и само число есть очевидные делители каждого числа.

42 — выписывают делители в два столбца.

1 — 24
2 — 12
3 — 8
4 — 6

Используется момент самопроверки:

$$1 \cdot 24 = 24;$$

$$2 \cdot 12 = 24 \text{ и т. д.}$$

Затем запись проводится и в одну строку.

24 — 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24.

10 — 1; 2; 5; 10.

III. *Самостоятельно.* В таком же порядке выписывают все делители чисел от 1 до 20.

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 63 и 64. По задачнику — № 164 (3, 5) — последний, с записью в два столбца. № 160 (1).

2-й урок

Делимость суммы и разности

I. В связи с большим объемом нового материала проверка домашней работы производится учителем дома.

II. *Объяснение нового материала.* Урок о делимости суммы проводится с использованием наблюдения и выводов самих учеников.

На доске и в тетрадях в виде постепенно нарастающей таблицы записываются примеры.

1) $24 + 36 = 60;$

$25 + 45 = 70.$

Проверить, делится ли каждое слагаемое в первой строке на 6, а делится ли на 6 сумма?

Во второй строке проверить, делятся ли каждое слагаемое и сумма на 5.

Придумать пример, в котором каждое из двух слагаемых делится на 3. Проверить делимость суммы.

Самостоятельный вывод. Если каждое слагаемое делится на какое-нибудь число, то и сумма разделится на это число.

Вывод записывается.

2) $36 + 35 = 71.$

Делится ли каждое слагаемое на 6? Сколько слагаемых не делится? А делится ли на 6 сумма?

Придумать пример, где одно из двух слагаемых не делится на 10. Проверить делимость суммы.

Вывод. Если одно из двух слагаемых не делится на данное число, то и сумма не разделится на данное число.

Вывод записывается.

3) Третий вопрос о делимости суммы наиболее трудный.

$$\left.\begin{matrix} 36 + 14 \\ 10 + 17 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \text{Проверить делимость на 5.} \\ \text{» \quad » \quad на 3.} \end{matrix}$$

Наблюдения. Ни одно из слагаемых не делится на данное число, а сумма делится.

$$\left.\begin{matrix} 37 + 14 \\ 15 + 16 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \text{Проверить делимость на 5.} \\ \text{» \quad » \quad на 7.} \end{matrix}$$

Наблюдения. Ни одно из слагаемых не делится на данное число, не делится и сумма.

Неопределенность в вопросе о делимости суммы, когда ни одно из слагаемых не делится на данное число: сумма иногда делится, иногда не делится.

Посмотрим, возможно ли заранее сказать, когда сумма разделится на данное число и когда нет, если ни одно слагаемое не делится на это число.

Анализ остатков. От каждого слагаемого отнимем тот остаток, который мешает слагаемому разделиться на данное число, и найдем сумму этих остатков.

$$36 + 14 = (35 + 1) + (10 + 4) = 45 + 5 = 50.$$

Сумма разделилась на 5.

Также: $17 + 10 = (15 + 9) + (2 + 1) = 24 + 3.$

Сумма разделилась на 3.

Сумма остатков разделилась и общая сумма разделилась.

$$\left.\begin{array}{r} 37 + 14 \\ 15 + 16 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2 + 4 = 6 \text{ не делится на } 5. \\ 1 + 2 = 3 \text{ не делится на } 7. \end{array}$$

Сумма остатков не разделилась и общая сумма не разделилась.

Вывод записывается в тетради: если ни одно из слагаемых не делится на данное число, то сумма разделится на это число в том случае, если разделится на данное число сумма остатков от деления каждого слагаемого.

Разделится ли сумма:

$19 + 21$ на 4?

$22 + 18$ на 5?

Дать ответ, не производя сложения данных чисел.

III. *Домашнее задание.* По учебнику § 65 о делимости разности разобрать самим. К каждому из пунктов делимости суммы, разобранному в классе придумать по три примера. По задачнику — № 151 (1)

3-й урок

Задачи на движение в одном направлении

I. *Проверка домашней работы.*

1. Признаки делимости суммы и разности разбираются с примерами на доске.

2. № 151 (1) — исправление ошибок с мест.

II. *Устно.* Расстояние между A и B 240 *км*. Одновременно навстречу друг другу вышли два поезда; один — со скоростью 50 *км* в час, другой — со скоростью 30 *км* в час. Через сколько времени поезда встретились?

Обратить внимание учащихся, что поезда сближаются каждый час на расстояние, равное сумме их скоростей.

III. *Объяснение нового материала.* Другая задача записана на доске: Из A вышел поезд со скоростью 30 *км* в час. Через 2 часа с той же станции в том же направлении вышел другой поезд со скоростью 45 *км* в час. Через сколько времени второй поезд догонит первый?

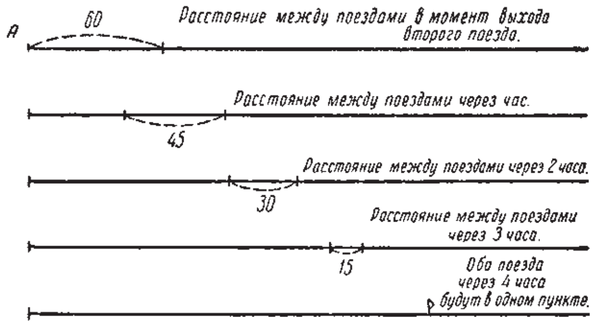


Рис. 6.

Сравниваются условия двух задач: в первой движение встречное, во второй — движение в одном направлении.

Может ли второй поезд догнать первый? Почему? (рис. 6).

Какое расстояние было между поездами в момент выхода второго поезда?

$$30 \cdot 2 = 60 \ (км).$$

А через час после выхода второго поезда что произойдет с этим расстоянием?

Почему это расстояние уменьшается? На сколько уменьшается оно в час? Почему на 15 *км*?

Обращается внимание, как получились эти 15 *км*.

$$45 - 30 = 15 \ (км).$$

Расстояние между поездами каждый час уменьшается на отрезок, равный разности скоростей.

Через сколько часов второй поезд догонит первый?

$$60 : 15 = 4 \ (часа).$$

Повторяется все решение, и задача со всеми вопросами записывается в тетради.

Написано на доске: Два поезда вышли одновременно в одном направлении из пунктов A и B, расстояние между которыми 40 *км*. Поезд, вышедший из A, идет со скоростью 50 *км* в час, а поезд, вышедший из B, идет со скоростью 30 *км* в час. Через сколько времени первый поезд догонит второй?

План решения задачи составляется аналитическим методом с использованием таблицы.

Чтобы узнать	Надо знать
1. Через сколько времени первый поезд догонит второй?	**1. Какое расстояние надо нагнать?** 2. На сколько километров сближаются поезда в час?
2. На сколько километров сближаются поезда в час?	**1. Скорость первого поезда.** **2. Скорость второго поезда.**

На выделенные жирным шрифтом вопросы ответы известны из условия задачи.

Дальше задача решается устно.

IV. *Домашнее задание*. Составить и решить задачу на движение в одном направлении. По задачнику —№ 108 (9), 110 (5), 130 (2). Дать разъяснение.

4-й урок

Числа простые и составные

I. *Проверка домашней работы.* 1. Два ученика записывают на доске решение составленных ими задач.

2. Каждый из них читает свою задачу, а третий ученик с места объясняет решение.

3. Задача № 130 (2) и примеры № 108 (9), 110 (5) проверяются с мест.

II. *Устно.* 1) $125 \cdot 17 \cdot 8$; 2) $4 \cdot 16 \cdot 25 \cdot 125 = (4 \cdot 25) \cdot (8 \cdot 125) \cdot 2$.

III. *Объяснение нового материала.* При активном участии учеников вырабатывается понятие числа простого и составного.

1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5
11	1, 11
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
13	1, 13
14	1, 2, 7
15	1, 3, 5, 15

Ученики составляют в тетрадях таблицу.

Выделенные жирным шрифтом числа имеют только двух делителей. Такие числа называются простыми.

Сколько делителей имеет простое число?

Какие это делители? — 1 и само число.

Какие же числа называются простыми?

Привести еще пример простых чисел.

Числа, имеющие больше двух делителей, называются составными.

Сколько делителей имеет составное число? — Не меньше трех.

IV. *Самостоятельно.* Выписать все простые числа от 1 до 100. Устно составляют план решения задачи № 158 (1).

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 72. (Разбор таблицы не обязателен.) По задачнику — задача № 158 (1) с утвердительным письменным объяснением. Повторить умножение составных именованных чисел на примере № 82. Выписать простые числа от 100 до 200.

5-й урок

Признаки делимости чисел на 2 и 4

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 158 (1) — один ученик выписывает на доске решение задачи, ученики с мест зачитывают по тетради пояснения.

2. № 82 — на доску выписываются примеры 1 и 5. Твердо установить записи 5 *м* 8 *дм* 9 *см* · 7=41 *м* 2 *дм* 3 *см*.

$$\begin{array}{r} 6\text{ час. } 40\text{ мин. } 16\text{ сек.} \\ \times \qquad\qquad\qquad 25 \\ \hline 150\text{ час. } 1000\text{ мин. } 400\text{ сек.} \\ \hline 6\text{ сут. } 22\text{ час. } 46\text{ мин. } 40\text{ сек.} \end{array}$$

Остальные примеры проверяются с мест.

II. *Объяснение нового материала.* Сегодня научимся определять, не производя деления, делится ли данное число на 2 и 4.

Предварительные упражнения.

Число 2540 представить в виде суммы двух слагаемых (в первое слагаемое должны войти круглые сотни): 2540= =2500+40.

Также (первое слагаемое — круглые десятки): 32 687= =32 680+7.

Учащиеся припоминают все случаи делимости суммы. Часто нелегко ответить: делится ли какое-либо число на другое.

Напоминается, что теперь слово «делится» означает делится без остатка.

Будем изучать ряд признаков, по которым можно будет облегчить ответ на вопрос о делимости одного числа на другое. Эти признаки называются признаками делимости. Сегодня изучим признаки делимости на 2 и 4. Будем привлекать наши знания о делимости суммы. Какой низший разряд всегда делится на 2 без остатка? — Десятки. А все высшие разряды? Можно ли утверждать, что разряд единиц всегда разделится на 2?

Число 8673 представить в виде суммы двух слагаемых, из которых одно — круглые десятки: 8673=8670+3.

Разделится ли сумма на 2? Почему нет? От чего же будет зависеть, разделится ли данное число на 2? — От числа единиц первого разряда.

Написать трехзначное число, которое делится на 2. Не делится на 2. Ученики подводятся к формулировке признака делимости на 2.

Таким же способом выводится признак делимости на 4.

Предлагается ученикам разбить данное число на два слагаемых так, чтобы первое обязательно делилось на 4. — 29 342=29 300+42.

Доводится до сознания, что первое слагаемое должно состоять из круглых сотен.

Формулируется признак делимости на 4. Зачитывается формулировка по учебнику § 67—68. Объяснить выражение: «те и только те».

Выполнить упражнение № 164 (2)—деление только на 4.

Написать самим три числа, делящиеся на 4.

К числам 267, 1866 приписать справа такую цифру, чтобы все полученное число делилось на 4.

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 66, 67, 68, 69. По задачнику — № 171 (1) (кроме делимости на 25) и задача № 157 (1).

6-й урок

Признаки делимости чисел на 3 и 9

I. *Проверка домашней работы.* Вся работа проверяется зачитыванием с мест.

II. *Объяснение нового материала.* Выведем признак делимости на 9.

В тетрадях представить числа 10; 100; 1000 в виде суммы двух слагаемых: первое — наибольшее число, которое делится на 9:

$$10 = 9 + 1$$
$$100 = 99 + 1$$
$$1000 = 999 + 1$$
$$10000 = 9999 + 1$$

Одно из слагаемых не делится на 9.

Вывод. Число, состоящее из единицы с нулями, не делится на 9, и остаток всегда равен 1.

Какой получится остаток от деления на 9 чисел: 80; 300; 5000?

Объяснение каждого случая. Проверка непосредственным делением.

Наблюдают: остаток равен значащей цифре числа, т. е. остаток можно узнать по значащей цифре данного числа, не производя деления.

Посмотрим, нельзя ли подметить такой признак, по которому легко решить, делится ли любое данное число на 9.

$$6835 = 6000 + 800 + 30 + 5.$$

Ни одно из слагаемых не делится на 9. Что в таком случае мы говорили о делимости суммы? — Делимость суммы будет зависеть от того, разделится ли на 9 сумма остатков от деления каждого слагаемого.

Сумма остатков: $6+8+3+5=22$.

Сумма остатков не делится на 9, значит, не разделится на 9 и число 6835.

Выделить из 22 наибольшее слагаемое, которое на 9 делится:

$$22 = 18 + 4.$$

Утверждение: 6835 на 9 не делится, при делении получится остаток 4. Проверить непосредственным делением правильность заключения.

Фиксация внимания: каждый остаток соответствует цифре одного из разрядов данного числа.

Сумма остатков — сумма цифр числа. Уточнение выражения: цифры складывать нельзя; сумма остатков равна сумме чисел, каждое из которых выражено одной цифрой данного числа.

Чему равна сумма цифр числа 873? Разделится ли число на 9?

Тоже о числе 12 083. Проверить делением.

Рассказать, как можно узнать, делится ли на 9 данное число.

Вывод и формулировка признака делимости на 9.

Определить, делятся ли следующие числа на 9, и если нет, то какой получится остаток: указывается, что девятки подсчитывать не надо, число 9 на 9 делится:

13 609; 888; 1969.

Повторение всего вывода двумя учениками.

III. *Домашнее задание.* Совершенно таким же способом самостоятельно вывести признак делимости на 3. По учебнику — § 71. По задачнику — № 176 (1, 2). Делением проверить только 3 числа.

7-й урок

Составление числовой формулы к задаче

I. *Проверка домашней работы.* 1. К доске вызываются два ученика; более сильный выводит признак делимости на 3, второй ученик выводит признак делимости на 9.

2. № 176 (1, 2) проверяется и исправляется с мест.

II. *Повторение.* 1. Делятся ли на 3 те числа, которые делятся на 9? Объяснение.

2. Всегда ли делятся на 9 те числа, которые делятся на 3? Приводят пример.

3. К числу 123 приписать справа такую цифру, чтобы новое число разделилось на 9.

4. Как понимать выражение: «делятся те и только те числа»? — Те числа, у которых сумма цифр кратна 9, на 9 делятся, а все остальные на 9 не делятся.

III. *Объяснение нового материала.* На доске написана задача: От двух пристаней, расстояние между которыми 600 *км*, одновременно вышли навстречу друг другу два парохода. Через 8 час. расстояние между ними оказалось 320 *км*. Скорость первого парохода 15 *км* в час. Определить скорость второго парохода.

Предлагается ученикам переписать задачу в тетради и самостоятельно решить ее (без вопросов).

Один ученик решает эту задачу у доски.

1) $600 - 320 = 280$ (*км*);

2) $280 : 8 = 35$ (*км*);

3) $35 - 15 = 20$ (*км*).

Объяснение решения задачи дает второй ученик.

Мы сейчас запишем действия, которые необходимы, чтобы ответить на каждый вопрос задачи, но не будем делать вычисления.

1) 600–320.

Ученики уже знают, что перед ними разность, но разность эта только обозначена, а не вычислена.

Что эта разность обозначает согласно условию задачи?— Расстояние, пройденное поездами навстречу друг другу в течение 8 час.

2) Что мы узнали вторым действием? Как узнаем, какое расстояние прошли поезда за час? — Надо расстояние, пройденное за 8 час., разделить на 8.

А как выражено расстояние, пройденное за 8 час.? — Разностью.

Как обозначим деление разности на число?

$$(600-320):8.$$

Еще раз поясняется значение этой записи.

3) Так же подробно разбирается новое нарастание формулы.

$$(600-320):8-15.$$

Выясняется, что, вычислив эту строку, мы получим ответ задачи, т. е. искомое число.

Поэтому окончательный ответ запишем так:

$$x=(600-320):8-15.$$

Записанная нами строка называется числовой формулой.

Вычисляют устно. Записывают: $x=20$.

Теперь будем часто составлять формулы к решению задач.

Составляют постепенно нарастающую формулу к задаче № 117 (1).

Задача уже раньше решалась обычным способом.

1) $400:4$; 3) $(400:4-12):2$;

2) $400:4-12$; 4) $(400:4-12):2+12$.

IV. *Домашнее задание*. По задачнику решить с составлением формулы задачи № 130 (1), 117 (2). Указать, что вычисление во второй задаче сразу вести в килограммах.

8-й урок

Степень

I. *Проверка домашней работы.* 1. Один ученик у доски записывает постепенно нарастающую формулу к задаче № 117 (2).

1) $21000 : 6$;

2) $21000 : 6 - 500$;

3) $(21000 : 6 - 500) : 2$ — I автомобиль;

4) $(21000 : 6 - 500) : 2 + 500$ — II автомобиль.

Второй ученик дает объяснение каждого звена формулы.

2. Формула к задаче № 130 (1) записывается на доске.

II. *Устно.* Рассматривается таблица простых чисел. Узнать по таблице простых чисел, простыми или составными являются числа: 649; 111, 743.

III. *Объяснение нового материала.* Как мы определяли действие умножение? — Умножением называется сложение равных слагаемых.

Показать это на примере: $5 \cdot 4$.

Предлагается ученикам в тетрадях и на доске написать произведение равных сомножителей:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2; \quad 5 \cdot 5 \cdot 5.$$

Более короткая запись: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$.

Произведение равных сомножителей называется степенью. Число, которое берется сомножителем, называется основанием степени. Число, показывающее, сколько равных сомножителей в степени, называется показателем степени. Действие — нахождение произведения равных сомножителей — называется возведением в степень.

Запись: 2^4; 3^3; 5^2. Разбирается каждый элемент степени.

Демонстрируется квадрат. Измерь его сторону с точностью до сантиметра! Запиши формулу его площади с использованием показателя степени. — $S = 10^2$.

А если сторона квадрата 5 *см*, как выразится площадь? Если 7 *см*? — Выражаются площади: $S = 5^2$; $S = 7^2$.

Значит, для выражения площади квадрата число, выражающее длину его стороны, возводим во вторую степень.

Поэтому вторая степень числа называется квадратом.

Так же вспоминается и записывается объем куба.

$V=3\cdot3\cdot3=3^3$; $V=5^3$ и т. д.

Поэтому третья степень числа называется кубом.

Учитель читает § 74 по учебнику.

IV. *Домашнее задание.* Составить таблицу квадратов чисел от 1 до 25. По задачнику — № 81, 156 (2). Указание: заменить большие полосы малыми. По учебнику— § 74.

9-й урок

Задачи на движение в одном направлении

I. *Проверка домашней работы.* 1. Путем фронтального опроса учащихся класса проверяется усвоение ими возведения чисел в степень.

2. № 81 — несколько чисел записывается на доске, остальные проверяются с мест.

3. № 156 (2) — решение и объяснение у доски.

II. *Повторение* признаков делимости чисел.

III. *Решение задач.* Решим несколько задач на движение в одном направлении. (Условие задачи повторяется дважды.)

Задача. Из деревни в город вышел пешеход со скоростью 4 *км* в час. Через 2 часа из той же деревни в том же направлении выехал воз с сеном со скоростью 8 *км* в час. На каком расстоянии от деревни лошадь догнала пешехода?

Задача решается устно.

Задача № 135 (1) — план задачи разбирается устно, задачу решают в тетрадях с объяснением.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 135 (2); 131 (2) — проверить понимание «движущаяся лестница».

10-й урок

Разложение чисел на простые множители

I. *Проверка домашней работы.* 1. Решение задачи № 135 (2) подготавливается на доске с графическим чертежом.

2. № 131 (2) проверяется с мест.

Выясняются следующие моменты: 1) движение встречное; 2) скорость движения обоих пассажиров одинакова; 3) каждую секунду сближение пассажиров происходит на отрезок, равный удвоенной скорости движения лестницы.

II. *Объяснение нового материала.* Какие числа называются простыми? Составными? Ученики приводят примеры.

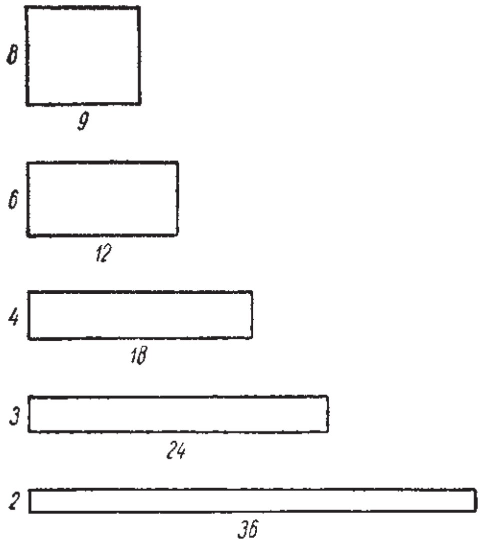


Рис. 7.

Показываются прямоугольники, имеющие одинаковую площадь, но разные линейные размеры (рис. 7).

По чертежу определяются линейные размеры прямоугольников. Некоторые записываются, например:

$$72 = 8 \cdot 9; \quad 72 = 4 \cdot 18; \quad 72 = 3 \cdot 24 \text{ и т. д.}$$

Представить число 36 в виде произведения двух сомножителей:

$$36 = 3 \cdot 12; \quad 36 = 2 \cdot 18 \text{ и т. д.}$$

Так же числа 24; 27.

Представить число 120 в виде произведения трех сомножителей, например: $120 = 6 \cdot 2 \cdot 10$.

Анализ сомножителей. Среди них встречаются числа и простые и составные.

Дается новое задание: данное число представить в виде произведения п р о с т ы х сомножителей.

Еще раз повторить и осмыслить задание.

Разложить число на простые сомножители — это значит представить число в виде произведения простых сомножителей:

$$6 = 2 \cdot 3; \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$9 = 3 \cdot 3; \quad 15 = 3 \cdot 5.$$

Упражнение ученики выполняют вместе с учителем.

Разложить на простые сомножители 24.

Использование признаков делимости при выделении сомножителей. Сначала можно разлагать на два любых множителя:

$$24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Как проверить правильность разложения?

Разлагают на простые множители на доске 48; 64 с проверкой. Самостоятельно разложить на множители: 35; 40; 88.

Вместо слова «сомножители» можно говорить: «разложить на множители».

Работа у доски. Разложить на простые множители: 28; 54; 60.

При разложении использовать показатели степени:

$$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7 \text{ и т.д.}$$

III. *Домашнее задание*. По учебнику — § 73, только первая запись. По задачнику — № 185 (2) (первые 6 чисел); 184 (2) (первые 7 чисел). Задача № 152 (1) — с утвердительными пояснениями.

11-й урок

Разложение на множители степени числа 10

I. *Проверка домашней работы*. 1. Разложение на множители нескольких чисел из № 184 (2) и 185 (2) выписывается на доске, разложение остальных чисел проверяется с мест. Используются при разложении показатели степени.

2. Решение задачи № 152 (1) записывается одним учеником на доске, другой ученик с места зачитывает утвердительные пояснения хода решения.

II. *Объяснение нового материала.* Повторение понятия степени, основания степени, показателя степени.

Запись на доске:

$$10^1 = 10;$$
$$10^2 = 100;$$
$$10^3 = 1000;$$
$$10^5 = 100000.$$

Наблюдения: количество нулей в степени числа 10 равно показателю степени.

Самостоятельно разложить на простые множители различные степени числа 10:

$$10;\ 100;\ 1000;\ 10000.$$

Все работают в тетрадях. После окончания работы записи выносятся на доску.

$$10 = 2 \cdot 5;$$
$$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$$
$$1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \text{ и т. д.}$$

Предлагается ученикам внимательно просмотреть простые сомножители, на которые разлагаются различные степени числа 10.

Результаты наблюдения учеников опрашиваются и систематизируются.

В ы в о д ы. 1. Степени числа 10 разлагаются только на сомножители 2 и 5.

2. Сколько в разложении степени числа 10 двоек, столько и пятерок.

3. Пар двоек и пятерок столько, сколько нулей в изображении степени числа 10 (лучше: сколько единиц в показателе степени числа 10).

Все наблюдения соединяются вместе в виде связного рассказа.

Полученные новые сведения тотчас прилагаются к рационализации вычислений и тем самым закрепляются.

Разложить на простые множители:

$$7000 = 7 \cdot 1000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7;$$
$$2300 = 23 \cdot 100 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 23;$$
$$57\,000 = 57 \cdot 1000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 3 \cdot 19 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 19;$$
$$12\,000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^3.$$

Умножить устно:

$$2^2 \cdot 17 \cdot 5^2 = 100 \cdot 17 = 1700;$$

$$19 \cdot 2^3 \cdot 5^2 = 19 \cdot 2 \cdot 100 = 38 \cdot 100 = 3800.$$

III. *Самостоятельно.* В тетрадях разложить на простые множители: 1200; 250; 3500; 19 000; 4800.

IV. *Домашнее задание.* Разложить на простые множители: 510; 570; 1250. Вычислить: $5^3 \cdot 11 \cdot 2^2$. По задачнику — № 152 (2). По учебнику — § 73, примечание на стр. 81.

12-й урок

Разложение чисел на простые множители

(Закрепление)

I. *Проверка домашней работы.* 1. Разложение чисел в заданных на дом примерах выносится на доску.

Пример $5^3 \cdot 11 \cdot 2^2$ решается устно:

$$(5^2 \cdot 2^2) \cdot (5 \cdot 11) = 100 \cdot 55 = 5500.$$

2. № 152 (2) проверяется с мест.

II. *Упражнения.* Урок отводится упражнениям в разложении чисел на простые множители.

Разложение у доски 6200 и 112, класс следит за работой.

Два ученика работают у доски, остальные — в тетрадях:

1) 156 и 225; 2) 520 и 2400.

Самостоятельно: 350; 180; 96. Устно № 169 (1, 2).

III. *Домашнее задание.* Разложить на множители: 630; 215; 450. Повторить все выученные признаки делимости. Решить пример:

$$28\,343 - 7659 + 64 \cdot 105 - 6992 : 38 : 23.$$

На следующий день домашние тетради берутся учителем на дом.

13-й урок

Контрольная работа

1-й вариант

1. Задача (условие не переписывается). Со станции вышел поезд, делающий в час 48 *км*. Двумя часами позже за ним вышел второй поезд со скоростью 56 *км* в час. На каком расстоянии от станции отправления второй поезд догонит первый?

2. Разложить на простые множители 12 400; 1250.

2-й вариант

1. Задача. Из города выехал на велосипеде турист и проезжал по 15 *км* в час. Спустя 4 часа после его выезда вслед за ним отправился на мотоцикле другой турист, проезжающий по 30 *км* в час. На каком расстоянии от города второй турист догонит первого?

2. Разложить на простые множители 8100; 32 000.

14-й урок

Наибольший общий делитель чисел

I. *Анализ контрольной работы.* Обе задачи контрольной работы, сходные по своему математическому содержанию, исправляются устно с мест.

Ученик, неправильно разложивший на простые множители данные в работе числа, вызывается для выполнения разложения к доске.

II. *Устно.* Какие простые сомножители входят в число 6?

Чтобы какое-нибудь число разделилось на 6, на какие числа оно должно делиться? — На 2 и 3.

Повторяют признаки делимости на 2 и 3.

Разделятся ли на 6 числа: 128; 135; 180?

Какие же числа делятся на 6? — На 6 делятся те числа, которые делятся на 2 и на 3.

Назвать число, которое делится на 6.

III. *Объяснение нового материала.* В тетради оставлено 4 строки для записи темы урока.

Даются числа 48 и 42.

В тетрадях выписать все делители того и другого числа в порядке возрастания:

48 — 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48;

42 — 1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42.

Что выписали? — Делители чисел 48 и 42.

Эти две строки записываются на доске.

Способ самопроверки: $1 \cdot 48 = 48$;

$2 \cdot 24 = 48$ и т. д.

На одной из пропущенных строк записывают: делители чисел 48 и 42.

Предлагается в выписанных строчках подчеркнуть общие делители чисел и выписать их. Запись в тетрадях:

1, 2, 3, 6 — общие делители чисел 48 и 42.

Какие же числа называются общими делителями данных чисел? — Общими делителями данных чисел называются такие числа, на которые делятся все данные числа.

Из общих делителей выделить наибольший общий делитель.

Запись: наибольшим общим делителем чисел 48 и 42 является число 6.

Дается определение наибольшего общего делителя и условная укороченная запись: НОД (42; 48) = 6. Читать термин всегда полностью.

После этого определяется и записывается тема урока: «Наибольший общий делитель».

Таким же способом находится НОД чисел: 16; 24; 32. Работа выполняется на доске.

IV. *Самостоятельно* — в тетрадях. Найти НОД чисел: 60; 45; 75.

V. *Домашнее задание*. Найти НОД чисел: 1) 96 и 84; 2) 24; 42 и 66. По задачнику — задача № 143 (1).

15-й урок

Нахождение наибольшего общего делителя чисел

I. *Проверка домашней работы*. 1. Проверяется с мест нахождение НОД заданных чисел.

2. Решение задачи № 143 (I) одним учеником записывается на доске. Другим учеником с места дается полное объяснение решения.

II. *Устно.* По примеру вывода на предшествующем уроке признака делимости на 6 выводится признак делимости на 15.

III. *Объяснение нового материала.* Повторяют определение НОД. Вспоминают, как находили НОД чисел.

Указанный способ нахождения НОД очень длинный; изучим другой способ нахождения НОД.

Разложим на простые множители 40 и 48.

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5; \quad 48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Подчеркивается: число делится на каждый из своих сомножителей, которые одновременно являются его делителями, и на любую группу сомножителей, например:

40 делится на $(2 \cdot 5)$; $(2 \cdot 2 \cdot 2)$ и т. д.

48 делится на $(2 \cdot 3)$; $(2 \cdot 2 \cdot 2)$ и т. д.

Выписываются общие сомножители обоих разложений: $2 \cdot 2 \cdot 2$.

Удостоверяются, что 8 — общий делитель, причем наибольший общий делитель.

Как нашли НОД? — Разложили числа на простые множители, выписали общие множители и перемножили их.

Учащиеся убеждаются, что к произведению $2 \cdot 2 \cdot 2$ нельзя приписать дополнительно ни одного множителя; на вновь полученное произведение не разделится какое-либо из данных чисел. Отсюда — единственность НОД двух данных чисел.

Делается на доске вся запись нахождения НОД.

Найти НОД чисел 105 и 135.

$$\left.\begin{array}{l} 105 = 5 \cdot 21 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ 135 = 5 \cdot 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}\right| \quad \text{НОД}\,(105;\ 135) = 3 \cdot 5 = 15.$$

Указывается способ нахождения частного от деления каждого из данных чисел на НОД. Это частное является дополнительным множителем к данному числу до НОД. Выключая из разложения данного числа те множители, которые входят в НОД $(3 \cdot 5)$, мы получим дополнительный множитель.

Для 105 это будет 7, для 135 это будет $3 \cdot 3 = 9$.

Упражнения на доске. Найти НОД чисел: 80 и 64; 120 и 96.

IV. *Самостоятельно.* Найти НОД чисел: 90 и 60; 150 и 180.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 188 (3, 6, 8, 15, 20). Задача № 147 (2).

16-й урок

Нахождение наибольшего общего делителя

(Закрепление)

I. *Проверка домашней работы.* 1. Два ученика записывают на доске № 188 (20 и 15). Остальные примеры этого номера проверяются с мест.

2. Задача № 147 (2) проверяется с мест.

Обходя по классу, учитель просматривает чертежи в тетрадях к задаче № 147 (2).

II. *Устно.* Найти НОД чисел:

1) 30 и 40; 2) 36 и 24; 3) 12 и 15; 4) 60 и 75.

III. *Упражнения.* Ученик вызывается к доске. Найти НОД чисел: 120, 240 и 540. Остальные ученики решают в тетрадях.

Задание классу: найти НОД чисел 36 и 25. Ученики высказывают недоумение: у них нет НОД.

Выясняется, что их НОД равен 1. Дается пример чисел, для которых НОД равен 1.

Такие числа называются взаимно простыми, хотя каждое число может быть составным. Придумать два взаимно простых числа, каждое из которых является составным. Определение взаимно простых чисел.

IV. *Самостоятельно.* В контрольных тетрадях: найти НОД чисел: 1) 270 и 960; 2) 64, 144 и 96. Написать два взаимно простых числа, каждое из которых было бы составным.

V. *Домашнее задание.* Найти НОД чисел: 1) 112, 124 и 420; 2) 27, 18, 90 и 60.

Решить пример:

$$[(4878 + 774) : 18 - (36 \cdot 64 - 1994)] \cdot 309.$$

По задачнику — № 148 (1). По учебнику — § 75.

17-й урок

Наименьшее общее кратное чисел

I. *Проверка домашней работы.* 1. Пример проверяется с мест.

2. Нахождение НОД заданных на дом чисел записывается на доске. Попутно задаются вопросы по учебнику.

3. № 148 (1) — к каждой строке таблицы предлагается составить задачу и устно решить ее.

II. *Объяснение нового материала.* Вспоминают понятие кратного числа.

Какое число называется кратным данного числа?

Назвать несколько чисел, кратных 15. Сколько можно назвать таких чисел? Можно ли назвать наибольшее кратное числа 15?

А какое наименьшее число будет кратным данного числа? — Само число 15.

Даны числа 12 и 15.

Написать последовательно по 10 чисел, кратных каждого из них:

12	12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96; 108; 120.
15	15; 30; 45; 60; 75; 90; 105; 120; 135; 150.

Отыскиваются и подчеркиваются общие кратные.

Выписать из таблицы общие кратные обоих чисел: 60; 120.

Можно ли еще назвать общие кратные за пределами таблицы? Назвать их! — 180; 240; 360; 600;..

Из всех кратных назвать наименьшее общее кратное! — Наименьшее общее кратное чисел 12 и 15 — число 60.

Какое же число называется наименьшим общим кратным данных чисел? — Наименьшим общим кратным данных чисел называется наименьшее число, которое делится на все данные числа.

Условная запись: НОК (12; 15) = 60; читать полностью.

Назвать НОК чисел: 1) 10 и 25; 2) 16 и 12; 3) 18 и 90; 4) 7 и 9; 5) 5, 10 и 4.

III. *Самостоятельно.* Найти НОК чисел: 1) 8 и 12; 2) 4 и 6; 3) 15 и 20; 4) 45 и 60; 5) 25 и 100.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 190 (5—8). Задача № 151 (2). По учебнику — § 76 (до нахождения НОК).

18-й урок

Столбчатые диаграммы

Проверка домашней работы переносится на следующий урок.

I. *Повторение.* 1. Как вычисляется площадь прямоугольника?

2. Что произойдет с площадью прямоугольника, если основание его увеличить в пять раз?

3. Как можно увеличить площадь прямоугольника в три раза изменением только его высоты?

II. *Объяснение нового материала.* Начертить прямоугольник в тетрадях с основанием в 2 *см* и высотой 3 *см.*

Надо начертить новые прямоугольники, увеличив площадь первого прямоугольника в два раза, потом в три раза и в пять раз, не меняя длины основания прямоугольника.

Все три прямоугольника чертятся с основаниями на одной прямой линии (рис. 8).

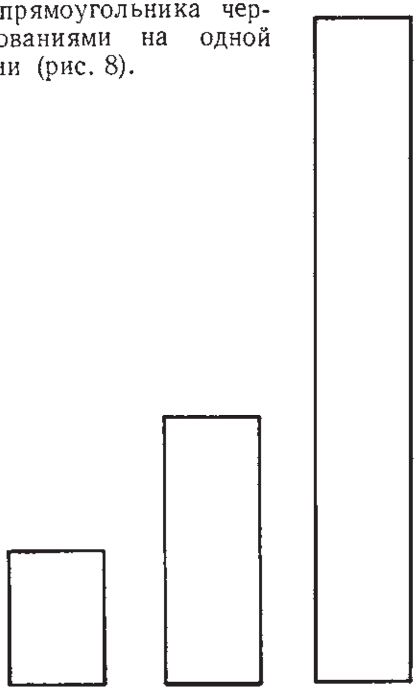


Рис. 8.

Как узнать, во сколько раз площадь одного прямоугольника больше площади другого? — Объясняют с помощью учителя: достаточно сравнить, во сколько раз высота одного прямоугольника больше высоты другого.

Это упражнение подготовляет учеников как к черчению, так и к чтению диаграмм.

После этого учитель демонстрирует готовую диаграмму (рис. 9). На готовой диаграмме с учениками выясняется следующее:

1. На какой вопрос мы сумеем ответить при помощи этого чертежа (диаграммы)? — Как выполнили контрольную работу ученики V класса.

2. Что обозначает каждый отдельный столбик? — Количество учеников, получивших различные отметки.

3. Разбирается масштаб: ▭ — площадь данного прямоугольника соответствует одному ученику.

4. При наличии масштаба при помощи измерения высот прямоугольников определяют количество учеников, получивших ту или иную отметку.

Диаграмма выполнения контрольной работы учениками V класса

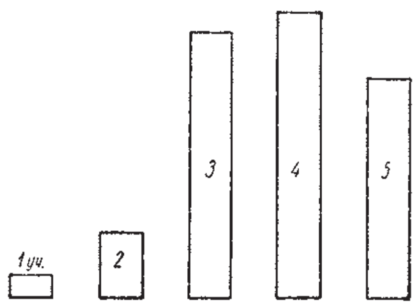


Рис. 9.

Мы сумели прочитать диаграмму, и она нам осветила один вопрос — качество выполнения контрольной работы.

Но надо уметь не только читать готовую диаграмму, но и начертить ее.

Начертим диаграмму, говорящую о скорости движения пешехода, лошади и велосипедиста.

Пешеход — 4 *км* в час.

Лошадь — 8 *км* в час.

Велосипедист — 12 *км* в час.

О чем надо условиться? — О масштабе.

Пусть площадь прямоугольника □ обозначает скорость, равную 1 *км* в час. Разбирают, какой высоты будут столбики при одинаковом основании. Договариваются о размещении чертежа, о заглавии. Чертят диаграмму.

Вывод. На сегодняшнем уроке научились читать и чертить столбчатые диаграммы.

III. *Домашнее задание.* Начертить диаграмму «Число мальчиков и девочек в нашем классе». Найти в одном из учебников материал, который можно изобразить при помощи диаграммы. Начертить диаграмму. Обе диаграммы начертить на отдельных листках. По задачнику — № 191 (7, 8).

19-й урок

Нахождение наименьшего общего кратного

I. *Проверка домашней работы* (за два дня). 1. Примеры из № 190 проверяются с мест.

2. Задача № 151 (2) проверяется у доски.

Ученик чертит прямоугольник (рис. 10). Показывает периметр, полупериметр. Разбирает, что AD больше AB на 20 *м*.

Рис. 10.

В данной задаче соединены две задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности. Тщательно отрабатывается формулировка вопросов.

Листки с начерченными диаграммами отбираются учителем.

II. *Объяснение нового материала.* Какое число называется НОК данных чисел?

Разложить на простые множители 36. $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.

Назвать число, кратное 36.

Выясняется, что число, кратное данного, делится на каждый сомножитель этого числа и на произведение любой группы сомножителей.

Разберем более короткий способ нахождения НОК, чем тот, которым мы пользовались на предыдущем уроке. Найдем НОК чисел 90 и 60.

Разложим эти числа на простые множители:

$$90 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5;$$

$$60 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5.$$

На какие сомножители должно делиться искомое число, чтобы оно разделилось на 90? на 60?

Если мы возьмем только сомножители $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, разделится ли произведение этих сомножителей на 60? Почему нет? — Среди взятых сомножителей не хватает 2. Введем в произведение этот недостающий множитель 2. Получим: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

Вычислить произведение этих сомножителей и проверить делимость полученного числа на 90 и 60.

Получим 180. Это число делится и на 90 и на 60.

Переходят к обычному способу нахождения НОК.

Найти НОК чисел 360 и 540.

1) Разложить числа на простые сомножители:

$$360 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$540 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3.$$

2) Выписать все сомножители одного числа, лучше большего:

$$2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3.$$

3) Выяснить, каких сомножителей не хватает в этом произведении, чтобы оно делилось на 360, и дополнить ими произведение. — Не хватает 2. Новое произведение:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

4) Вычислить новое произведение, которое и явится НОК.

Как вычислить? — $540 \cdot 2 = 1080$.

Проверить делимость на каждое данное число:

$$1080 : 360 = 3; \quad 1080 : 540 = 2.$$

Разбор способа нахождения частного, которое явится дополнительным множителем к данному числу до НОК.

Если из сомножителей, которые входят в НОК, исключить все сомножители одного из данных чисел, то оставшийся сомножитель или произведение оставшихся сомножителей и есть дополнительный множитель, которым НОК отличается от данного числа.

Проверка на проделанном примере. Повторяют в виде связного рассказа процесс нахождения НОК.

Обычная запись нахождения НОК чисел 108 и 135:

$$108 = 2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot3; \quad 135 = 3\cdot3\cdot3\cdot5.$$

$$\text{НОК}\,(108;\ 135) = (2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot3)\cdot5 = 108\cdot5 = 540.$$

НОК чисел 210 и 54 разделить на их НОД:

$$210=2\cdot5\cdot3\cdot7;$$

$$54=2\cdot3\cdot3\cdot3.$$

$$\text{НОК}\ (210;\ 54) = 210\cdot9 = 1890.$$

$$\text{НОД}\ (210;\ 54) =2\cdot3 = 6.$$

$$1890 : 6 = 315.$$

Указывается ученикам, что для нахождения НОД и НОК достаточно один раз разложить числа на простые множители.

III. *Домашнее задание.* По задачнику — № 192 (2, 3, 5), 193 (1); задача № 150 (1) — решение без вопросов.

20-й урок

Нахождение наименьшего общего кратного чисел

(Закрепление)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 192 (3) —полная запись у доски с объяснением.

2. № 192 (2,5) и 193 (1) проверяются с мест.

3. К задаче № 150 (1) совместно с учителем вырабатываются устно полные вопросы.

Дома решить задачу с записью полных вопросов.

II. *Упражнения.* Рассматриваются различные случаи при нахождении НОК; ученики сами делают выводы.

III. *Самостоятельно.* Найти НОК чисел: 1) 630; 84 и 280; 2) 60; 24 и 120; 3) 24 и 25.

Наблюдением устанавливается следующее.

1. Наименьшее общее кратное находится путем дополнения сомножителей одного числа недостающими сомножителями из других чисел, причем имеются и общие сомножители (общий случай).

2. Одно из данных чисел является НОК всех данных чисел.

3. Данные числа взаимно простые, и НОК находится путем их перемножения, т. е. в него входят все сомножители данных чисел.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 193 (2, 3). Дать запись полных вопросов к задаче № 150 (1). По учебнику — § 76.

21-й урок

Контрольная работа

1-й вариант

1. Разложить на простые множители число 1260.

2. Во сколько раз наименьшее общее кратное чисел 1400, 560 и 630 больше их наибольшего общего делителя?

3. Вычислить: $(16\,000 : 32 - 1640 : 82) : 15 \cdot 700$.

2-й вариант

1. Разложить на простые множители число 1250.

2. Во сколько раз наибольший общий делитель чисел 350, 420 и 700 меньше их наименьшего общего кратного?

3. Вычислить: $41\,811 : 1267 + 506 \cdot (3000 - 2877)$.

Тема третья

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ

Тема «Обыкновенные дроби» является основным разделом курса V класса.

Уже в первой теме V класса делается шаг к расширению понятия числа, вводится нуль как число.

С переходом к дробям мы имеем новое расширение понятия числа. При этом целое число является только частным случаем новой категории чисел.

В области целых чисел деление не всегда было выполнимо, не всегда возможно было получить точное частное и приходилось довольствоваться приближенным частным, вычисленным с точностью до единицы. С введением дробных чисел ограничение с действия деления снимается, всегда возможно получить точное частное (деление на нуль исключается).

Каждый раз при расширении понятия числа необходимо делать новый просмотр применимости изученных раньше законов и свойств действий, а также выяснять смысл действий. Особенно внимательно и четко надо изучать смысл действий второй ступени: умножение и деление на дробь.

Первый этап работы с обыкновенными дробями: получение дроби, сравнение дробей по величине, преобразование дробей. Преобразование дроби — сокращение и раздробление — не есть действие, никакого нового числа мы не получаем, изменяется только внешний вид дроби без изменения ее величины. Здесь ученики встречаются с новым математическим фактом: одна и та же величина может выражаться различными по внешнему виду числами:

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}, \qquad \frac{5}{20}=\frac{1}{4} \text{ и т. д.}$$

С вопросом преобразования дробей связан вопрос об основном свойстве дроби.

При изучении преобразования дробей следует широко использовать наглядность, лучше всего — графические иллюстрации.

При изучении действий 2-й ступени с дробями надо отличать два этапа: умножение и деление на целое число и умножение и деление на дробь. На первом этапе смысл действий аналогичен смыслу действий в области целых чисел: умножить дробь на целое число — это значит увеличить дробь в несколько раз; разделить дробь на целое число — это значит уменьшить дробь в несколько раз. Понятия, хорошо известные ученикам.

Трудность наступает с переходом к умножению и делению на дробь. На уроки, связанные с пониманием этих действий, следует обратить самое серьезное внимание, использовать все приемы, способствующие пониманию и закреплению этих сведений. Постоянно заставлять ученика сравнивать произведение с множимым и частное с делимым, т. е. прибегать к самоконтролю. Как в классе, так и дома предлагать самим ученикам составлять простые задачи на каждое из этих действий, содержание составленных задач покажет, правильно ли понимает ученик смысл действия.

В тему «Обыкновенные дроби» включены все три вида задач на проценты, однако времени на это программой отведено очень мало. Поэтому задачи на проценты следует брать легчайшие, только с целым числом процентов. Раздел этот может служить вступлением к теме «Проценты» VI класса, где сведения о процентах будут углублены.

На дробных числах, преимущественно в порядке устных вычислений, проверяется применение законов и свойств действий.

Третьим видом задач на дроби является нахождение отношения двух чисел, поэтому вопрос об отношении органически входит в тему о дробях, хотя он довольно труден ученику V класса. В V классе тема об отношении не заканчивается, ее завершение находит себе место в VI классе.

При изучении основной темы «Обыкновенные дроби» должно быть решено большое количество задач как в классе, так и дома: причем часть задач должна иметь комбинированный характер, объединяя различные типы. На решении задач в связи с вопросом о выборе действий для ответа на тот или другой вопрос задачи и проверяется в основном понимание смысла действий умножения и деления на дробь.

Учитель ни на минуту не должен забывать устных вычислений, включая их в урок возможно чаще не только в особо отведенное время, но и насыщая ими и другие этапы урока. Устные вычисления используются для закрепления рациональных приемов вычисления, для повторения пройденного, подготовки нового материала.

В работе с дробями, как на всех других этапах работы, учитель должен стремиться активизировать внимание учеников. Данная тема дает богатейший материал для активной работы, для наблюдений ряда математических фактов, обобщений, выводов и формулировок.

1-й урок

Получение дробных чисел

I. *Объяснение нового материала.* Ученикам сообщается, что они переходят к самой важной теме V класса — к дробям.

До сих пор в V классе ученики работали только с целыми числами. На данном уроке они познакомятся с определением дроби, узнают, как дробь получается.

С простейшими дробями ученики знакомились уже в начальной школе, но теперь эти сведения систематизируются и углубляются.

Демонстрируются круги, разделенные на равные части (доли). Спрашивается: на сколько равных частей (долей) разделен каждый круг? Какую часть первого круга составляет каждая из равных долей?

Такие же вопросы относительно всех остальных кругов.

Называть: половина, одна треть, одна четверть. Сколько в целом круге половин? третей? четвертей? Предлагается вспомнить, как записывали доли единицы в начальной школе.

Записывают: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$.

Затем показываются, называются и записываются дроби, равные нескольким долям круга:

$$\frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{5}{6}\ \text{и т. д.}$$

Как называются записанные числа? — Дробями.

Объясняется, как получена каждая из этих дробей.

Круг делили на равные доли и брали одну или несколько таких долей.

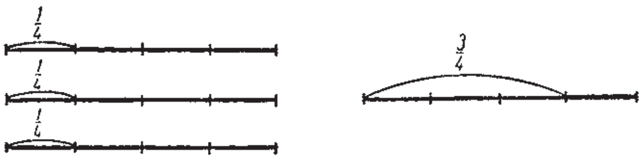


Рис. 11.

Название членов дроби. Что показывает числитель и знаменатель дроби? (Спросить на нескольких дробях).

Деление отрезка на несколько равных частей, показ и запись различных частей отрезка.

Во всех этих случаях получали дроби из одной единицы.

Демонстрация трех равных отрезков, разделенных на одинаковое число равных долей (на 4).

Надо получить дробь $\frac{3}{4}$ из трех равных отрезков.

У учеников имеется представление о дроби как о сумме равных долей единицы.

Для получения дроби $\frac{3}{4}$ можно взять три равных отрезка, каждый разделить на 4 равные доли и от каждого взять по одной доле. Получим $\frac{3}{4}$ одного отрезка. Этот способ получения дроби затрудняет учеников, поэтому надо проделать несколько упражнений.

Целый круг, целый отрезок и т. д. можно назвать целой единицей. Сколько в целой единице четвертых долей? восьмых?

Как двумя способами получить дробь $\frac{5}{6}$? — Или единицу разделить на 6 равных частей и взять таких частей 5, или из каждой из пяти единиц взять по $\frac{1}{6}$.

Разберем еще способ получения дроби.

Предлагается метрами измерить ширину классного стола. Целый метр не укладывается, измеряют сотыми частями метра, т. е. сантиметрами, но выражают ширину стола в метрах. Ширина стола равна $\frac{85}{100}$ метра. Делают еще измерения с получением дроби.

Вывод. Дробь может получиться в результате измерения.

Повторяют разные способы получения дроби.

II. *Домашнее задание.* По учебнику — § 77, 78, 79. Учитель указывает нужные абзацы. По задачнику — № 202, 205, 207, 208. Все задание выполнить устно.

2-й урок

Дробь правильная и неправильная. Смешанное число. Обращение смешанного числа в неправильную дробь

I. *Проверка домашней работы* (ответ у доски). 1. Получение дроби из одной и нескольких единиц. № 202—ответы устно.

2. Получение дроби при измерении. № 205 — устно с тетрадью. № 207 и 208 — устно.

II. *Устно.* Решить примеры с формулировкой законов действий:

1) $648+913+52+87$; 2) $25\cdot 13\cdot 8\cdot 4\cdot 125$.

III. *Объяснение нового материала.* Члены дроби. Что показывает числитель и знаменатель?

Сколько в единице долей: пятых, восьмых, десятых?

Сравнить с единицей дроби $\frac{5}{8}$ и $\frac{11}{8}$. — Первая дробь меньше единицы, вторая—больше единицы. А дроби $\frac{10}{10}$, $\frac{6}{6}$? — Равны единице.

Название дробей: дробь правильная и неправильная.

Запись определения. Дробь, которая меньше единицы, называется правильной; дробь, которая больше или равна единице, называется неправильной. Примеры тех и других дробей.

Анализ числа $3\frac{3}{4}$: целое число и правильная дробь. Данное число называется смешанным числом.

Привести примеры смешанных чисел.

Сколько всего третьих долей в данном смешанном числе $2\frac{2}{3}$? Проводят все рассуждения. Какую дробь получили вместо смешанного числа? — Смешанное число обратили в неправильную дробь.

Вырабатывают правило: чтобы смешанное число обратить в неправильную дробь, надо знаменатель дроби умножить на целое число и к полученному произведению прибавить числитель дроби. Получим числитель неправильной дроби, а знаменатель оставим прежний.

IV. *Самостоятельно.*— № 230.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 224, 226; к № 226 дать указание; № 177 (1). Принести с собой счеты.

3-й урок

Исключение целого из неправильной дроби

I. *Проверка домашней работы.* 1. Написать на доске несколько дробей, меньших единицы, равных единице и бо́льших единицы. Определить вид каждой из написанных дробей.

2. Написать смешанное число, обратить его в неправильную дробь (примеры пишет сам ученик). № 224 проверяется с мест устно.

3. № 226 и 177 (1) опрашиваются фронтально у класса.

II. *Повторение.* На счетах под диктовку учителя откладывают:

1) 8441+6386; 2) 73268+12673; 3) 29367—12352.

Результат каждого вычисления сразу проверяется путем опроса ряда учеников.

$$23 + 23 + 23.$$

Как можно короче сделать эту запись? Какое же действие называется умножением?

42 · 2—как произвести умножение на счетах? — Используется последовательное сложение.

На классных счетах: 81 · 3; 168 · 3.

III. *Объяснение нового материала.* Написать три дроби, бо́льшие единицы: $\frac{7}{3}$, $\frac{24}{7}$, $\frac{18}{2}$.

Сколько целых единиц можно выделить из каждой дроби и как это сделать? — В одной единице $\frac{3}{3}$; из $\frac{7}{3}$ можно выделить две целые единицы и еще останется $\frac{1}{3}$.

$$\text{Запись: } \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

Так же преобразовывают другие дроби.

Что же мы делали с неправильными дробями? — Заменяли их смешанными числами путем выделения целого числа.

Термин: исключили целое из неправильной дроби.

Связный рассказ о том, как производили это исключение.

Прочитать по учебнику § 82. По задачнику № 233 решается у доски.

IV. *Самостоятельно.* № 232.

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 82. По задачнику—№ 227, задача № 156 (1). Дается некоторое пояснение к задаче.

Исключить целое из $\frac{25}{8}$, $\frac{39}{11}$, $\frac{200}{35}$, $\frac{18}{3}$.

4-й урок

Изменение величины дроби с изменением ее числителя

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 156 (1) записывается на доске. Предлагается составить к задаче графическую иллюстрацию.

2. Остальные задания проверяются с мест.

II. *Повторение.* На счетах $6832 \cdot 6$; $8911 \cdot 10$. Длительность процесса присчитывания при умножении на 10. Произведение равно 89 110; наблюдают, что на счетах полученное произведение пришлось отложить на одну проволоку выше чем число 8911.

Отложить на счетах 482; умножить это число на 10. Тоже: $357 \cdot 100$; $9163 \cdot 100$.

III. *Объяснение нового материала.* Вспоминают, что показывают числитель и знаменатель дроби.

На доске чертится отрезок (рис. 12).

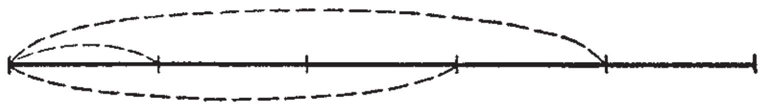


Рис. 12.

Учитель отмечает различные части отрезка и предлагает записать, какая часть отрезка отмечена в каждом случае.

Записывают: $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$.

Чертится на доске метр, разделенный на дециметры. Указать $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{8}{10}$ метра. Дроби записываются.

Сравниваются между собой дроби первого ряда: у них одинаковые знаменатели, но разные числители.

Также сравниваются между собой дроби второго ряда.

Из дробей первого ряда выбрать ту, которая соответствует наибольшему отрезку на чертеже! Наименьшему отрезку!

Вывод. При одинаковом знаменателе та дробь больше, у которой числитель больше.

№ 236 (1, 2). На метре отмечаются: $\frac{3}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{9}{10}$.

Сравниваются отрезки, ответ уточняется: отрезок в $\frac{6}{10}$ *м* в два раза больше отрезка в $\frac{3}{10}$ *м*; так же $\frac{9}{10}$ и $\frac{3}{10}$.

Сравниваются числители дробей.

Что произойдет с величиной дроби, если числитель ее увеличить в несколько раз? —Дробь увеличится во столько же раз.

Увеличить $\frac{3}{11}$ в два раза! в три раза! в пять раз!

Уменьшить $\frac{15}{19}$ в три раза! в пять раз! Выполнить упражнение № 250 (2).

Как можно увеличить дробь в несколько раз? Уменьшить дробь в несколько раз?

IV. *Домашнее задание*. По задачнику № 237(1, 2); 251 (2) (устно); № 221. По учебнику —§ 84 (пп. 1 и 2).

5-й урок

Изменение величины дроби с изменением ее знаменателя

I. *Проверка домашней работы*.

1. Как изменяется величина дроби с изменением ее числителя? Как увеличить дробь в три раза? в восемь раз? № 237 (1) записывается на доске.

2. № 237 (2) и 251 (2) проверяются с мест.

3. Задача № 221 решается у доски.

II *Устно*. 1. Увеличить дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{9}$ в пять раз и исключить целое число.

2. Представить 7 в виде неправильной дроби со знаменателем 1, 2, 3.

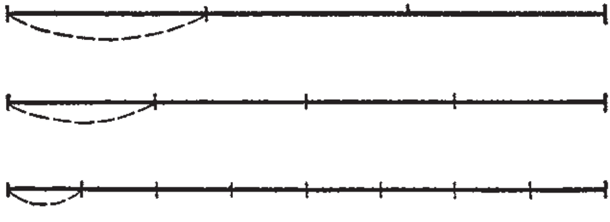


Рис. 13.

III. *Объяснение нового материала.* На доске чертятся три равных отрезка (рис. 13). Учитель делит каждый отрезок на некоторое число равных частей и отчеркивает по одной части.

Ученикам предлагается записать, какая часть отчеркнута.

Появляется запись дробей: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.

Сравниваются по величине отчеркнутые части отрезков, а затем сравниваются дроби, выражающие отмеченные отрезки.

Проводятся наблюдения над дробями: у всех одинаковые числители, но разные знаменатели.

Какая дробь наибольшая? Наименьшая? Почему? — Одна и та же величина разделена на большее или меньшее, число равных частей, имеем более мелкие или более крупные доли.

Расположить в порядке возрастающей величины дроби $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{4}$. Объяснить.

Вывод. При одинаковом числителе та дробь больше, у которой знаменатель меньше.

Самостоятельно № 239 (2).

Демонстрируется готовый чертеж (рис. 14). Предлагается ученикам разобраться в чертеже и записать отмеченные части отрезков.

Запись: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$.

Ответы на ряд вопросов каждый раз давать с использованием чертежа и написанных дробей.

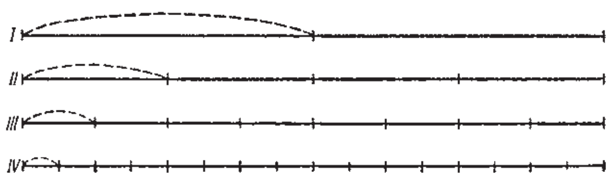


Рис. 14.

Во сколько раз I отчеркнутый отрезок больше IV? Во сколько раз $\frac{1}{2}$ больше $\frac{1}{16}$?

Во сколько раз III отрезок меньше II? Во сколько раз $\frac{1}{8}$ меньше $\frac{1}{4}$?

Дальше без чертежа.

Во сколько раз $\frac{1}{16}$ меньше $\frac{1}{4}$? Во сколько раз $\frac{1}{2}$ больше $\frac{1}{8}$?

Которая дробь больше и во сколько раз: $\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{12}$; $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{3}$?

Что делается с величиной дроби, если знаменатель ее увеличить в несколько раз? Уменьшить в несколько раз?

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 84 (пп. 3 и 4). По задачнику — № 248; 249. Задачу № 115 (1) выполнить с графической иллюстрацией.

6-й урок

Основное свойство дроби

I. *Проверка домашней работы.* 1. Фронтальный опрос класса об изменении величины дроби в связи с изменением ее членов.

2. № 249 проверяется устно с мест.

3. № 115 (1) проверяется на доске с графической иллюстрацией.

II. *Объяснение нового материала.* Как можно увеличить дробь в несколько раз? — Или увеличить в указанное число раз числитель, или уменьшить во столько же раз знаменатель. Объяснение.

Такие же вопросы относительно уменьшения дроби в несколько раз.

Демонстрируется готовый чертеж (рис. 15).

Предлагаются ученикам следующие задания.

1. Сравнить по величине все четыре данных отрезка.

2. Определить, на сколько равных частей разделен каждый из них.

3. Сравнить по величине отчеркнутые части отрезков.

4. Записать дробью величину каждой отчеркнутой части, принимая весь отрезок за единицу.

Появляется запись: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{4}{12}$.

Рис. 15.

Еще раз фиксируется, что все эти дроби выражают одну и ту же величину, длину равных отрезков.

Наблюдение, что равные дроби могут быть выражены различно, совершенно ново ученикам, и к усвоению этого понятия надо отнестись очень внимательно.

$$\frac{1}{3}=\frac{1\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{2}{6};\quad \frac{1}{3}=\frac{1\cdot 3}{3\cdot 3}=\frac{3}{9}\ \text{и т. д.}$$

Записывается: $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}$.

Обратить внимание учеников на следующее:

1. Если натуральные числа равны, то мы имеем одно и то же число. $3 = 3$; $18 = 18$.

2. Равные дроби могут быть неодинаковы по внешнему виду. Справедливо и обратное равенство:

$$\frac{4}{12}=\frac{4:4}{12:4}=\frac{1}{3};\quad \frac{4}{12}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3};\quad \frac{3}{9}=\frac{3:3}{9:3}=\frac{1}{3}.$$

Выделяются отдельные пары равенств, и проводятся наблюдения над изменением числителя и знаменателя.

$$1)\ \frac{1}{3}=\frac{3}{9};\quad \frac{2}{6}=\frac{4}{12};\qquad 2)\ \frac{4}{12}=\frac{1}{3};\quad \frac{3}{9}=\frac{1}{3}.$$

В примерах 1) числитель и знаменатель каждой дроби увеличивали в одинаковое число раз.

В примерах 2) числитель и знаменатель дроби уменьшали в одинаковое число раз.

В том и другом случае дробь изменяла свой вид, но не изменяла величины; полученные дроби были равны между собой.

Подробный разбор и объяснение на примере: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Числитель и знаменатель уменьшили в четыре раза. Уменьшив в четыре раза числитель, мы уменьшили дробь в четыре раза, но уменьшив в четыре раза знаменатель, мы увеличили дробь в четыре раза, потому что взяли доли в четыре раза крупнее. В результате дробь сначала уменьшили в четыре раза, потом увеличили в четыре раза, т. е. величина дроби не изменилась.

Разобранное нами свойство дроби—изменение вида дроби без изменения ее величины при увеличении или уменьшении числителя и знаменателя дроби в одинаковое число раз — называется основным свойством дроби.

Запись основного свойства дроби: при увеличении или уменьшении членов дроби в одинаковое число раз величина дроби не изменяется.

Упражнения. 1) Дана дробь $\frac{5}{8}$. Оба члена дроби умножить на 3. $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$. Объяснить, почему можно поставить знак равенства. 2) $\frac{4}{5}$ $\frac{20}{25}$. Что надо сделать с членами первой дроби, чтобы получить вторую дробь? Можно ли между ними поставить знак равенства?

3) В каких более мелких долях можно выразить доли четвертые, пятые, десятые? Подмечается, что новый знаменатель должен быть числом, кратным данного.

III. *Самостоятельно.* 1) Выразить в более мелких долях $\frac{3}{4}$; $\frac{6}{7}$.

2) Выразить в более крупных долях: $\frac{8}{12}$; $\frac{6}{18}$; $\frac{2}{14}$.

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 84 (п. 5 до одновременного уменьшения членов дроби). По задачнику — № 267 и 266 — устно; задача № 153.

7-й урок

Сокращение дробей

I. *Проверка домашней работы.* 1. Фронтальный опрос учеников об основном свойстве дроби.

2. № 267 и 266 проверяются устно.

3. № 153 (1) — подробный разбор на доске.

а) Какой знакомый вид задачи встречается в содержании данной задачи?

96 *т* — сумма двух чисел

12 *т* — разность » »

в) Почему во второй день удалось перевезти на 12 *т* больше?

После этого вызванный к доске ученик записывает решение задачи и дает полное объяснение.

II. *Устно.* № 268.

1) $25 \cdot 16 = 25 \cdot 4 \cdot 4 = 100 \cdot 4 = 400;$

2) $125 \cdot 48 = 125 \cdot 8 \cdot 6 = 1000 \cdot 6 = 6000;$

3) $25 \cdot 19 \cdot 32 \cdot 125.$

Этот пример разобрать так:

$$25 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 125 = (25 \cdot 4) \cdot (8 \cdot 125) \cdot 19.$$

III. *Объяснение нового материала.* Вспоминают еще раз основное свойство дроби.

Выразить в более крупных долях, не изменяя величины дроби: $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}.$

Что сделали с дробью? — Выразили в более крупных долях, не изменяя величины дроби.

Как это сделали? — Числитель и знаменатель дроби разделили на одно и то же число.

Никакого действия с дробью в целом не производили, только п р е о б р а з о в а л и дробь, изменив ее внешний вид.

Выразить в более крупных долях:

$$\frac{24}{36}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}; \quad \frac{8}{56}=\frac{1}{7}; \quad \frac{18}{45}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}.$$

Что делали для выражения дроби в более крупных долях?—Числитель и знаменатель делили на одно и то же число.—На какое число? — На общий делитель числителя и знаменателя.

Выражение дроби в более крупных долях без изменения величины ее называется сокращением дроби.

Что же значит сократить дробь? — Сократить дробь — это значит выразить дробь в более крупных долях, не меняя ее величины.

Как сократить дробь? — Чтобы сократить дробь, надо числитель и знаменатель ее разделить на их общий делитель.

Сократить дробь $\frac{4}{5}$. — Сокращение этой дроби невозможно, дробь несократимая.

Выписать несократимые дроби: $\frac{6}{15}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{16}{20}$.

Когда возможно, дробь надо сократить.

Какая дробь: $\frac{87}{116}$ или $\frac{3}{4}$ имеет более простой вид?

А между тем $\frac{87}{116}=\frac{3}{4}$.

Почему иногда употребляли два знака равенства при сокращении дроби? — Иногда сокращение производили последовательно, пока не доходили до несократимой дроби.

Какими числами по отношению друг к другу являются числитель и знаменатель дроби, которую дальше сокращать нельзя? — Числами взаимно простыми.

IV. *Самостоятельно.* № 276 (1).

V. *Решение задачи.* Совместно с классом устно составляется план решения задачи № 158 (2).

Скорость поезда принимаем за 1. Скорость самолета выразится 7 такими единицами.

Какое расстояние должен был нагнать самолет?—900 *км*.

За сколько времени он нагнал это расстояние? — За 3 часа.

На сколько километров приближался самолет к поезду в час?

$$900:3=300\ (км).$$

Сколько частей приходится на 300 *км*, если скорость поезда принята за 1, а скорость самолета за 7 таких единиц?

$$7 - 1 = 6.$$

Чему равна скорость поезда?

$$300:6 = 50 \text{ (}км\text{ в час).}$$

Чему равна скорость самолета?

$$50 \cdot 7 = 350 \text{ (}км\text{ в час).}$$

V. *Домашнее задание.* Решить задачу № 158 (2); 277 (5 первых примеров). По учебнику — § 85 (первая половина).

8-й урок

Сокращение дробей

(Продолжение)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 277 — проверяется с мест.

2. К задаче № 158 (2) учеником чертится графическая иллюстрация. Записывается решение. Вопросы были отработаны в классе.

II. *Повторение.* 1) Определение действий вычитания и деления.

2) Зависимость между компонентами и результатом действий вычитания и деления (на примерах).

3) Округление чисел: 248 691 — до тысяч; 16 998 — до сотен; 89 342 — до сотен. Записи: 248 691≈249 000 и т. д.

III. *Объяснение нового материала.* Дается дробь: $\frac{66}{144}$. Ученики сокращают ее по своему соображению, сокращение это будет последовательным:

$$\frac{66}{144} = \frac{33}{72} = \frac{11}{24}.$$

Выясняется, на какое же число произведено окончательное сокращение? — Окончательно сократили на 6.

Чем является число 6 для числителя и знаменателя дроби? — Число 6 есть НОД числителя и знаменателя.

В дальнейших примерах будем сразу сокращать дробь на НОД числителя и знаменателя. Вспоминают, как находится НОД.

Таким способом производят сокращения: $\frac{60}{144}=\frac{5}{12}$.

$$60 = 2\cdot5\cdot2\cdot3$$
$$144 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3$$
$$\text{НОД } (60;\ 144) = 2\cdot2\cdot3 = 12.$$

Пример у доски: $\frac{840}{1050}$. Самостоятельно сократить $\frac{168}{216}$ и $\frac{264}{312}$.

Просматривая ряд дробей, полученных после сокращения, убеждаются, что члены дроби являются числами взаимно простыми.

Записывается задача: В трех корзинах лежали яблоки; во второй — на 6 яблок меньше, чем в первой, а в третьей в три раза больше, чем в первой. Сколько яблок было в каждой корзине, если в третьей было на 70 яблок больше, чем во второй?

Совместно с учителем составляется схема условия задачи.

	Число частей	
1 корзина	1	и 6 яблок.
2 »	1	
3 »	3	и 18 яблок.

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 85 (конец) По задачнику — № 276 (4) — 4 примера на сокращение. № 262 (1).

9-й урок

Решение задач

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 276 (4) — запись примеров на доске с нахождением НОД (полное сокращение).

2. № 262 (1) проверяется с мест.

II. *Решение задач.* Записанная на предшествующем уроке задача решается под руководством учителя.

Дальше дается график, на основе его составить задачу и решить ее.

Сначала самостоятельно анализируют график (рис. 16). Затем с помощью учителя составляют задачи такого характера:

З а д а ч а 1. В совхозе всего 3810 голов скота. Коров в три раза и еще на 30 голов больше, чем лошадей, а овец на 2560 голов больше, чем коров. Сколько голов каждого вида скота?

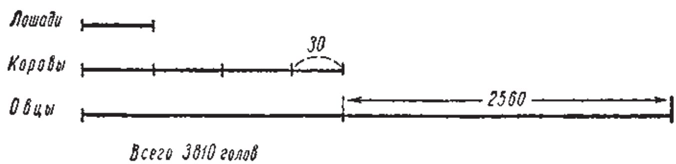


Рис. 16.

Задача записывается, самостоятельно решается учениками без письменного объяснения и проверяется постановкой вопросов.

З а д а ч а. 2. Согласно санитарным нормам в помещении требуется 3 *куб. м* воздуха на человека. Удовлетворяет ли наш класс этим санитарным требованиям?

Какие величины должны быть известны для ответа на этот вопрос?

Длина, ширина и высота класса были уже раньше измерены, теперь эти величины вспоминаются. Линейные размеры выразить с точностью до 1 *дм*. Вычисления сделать дома.

III. *Домашнее задание*. Закончить задачу о норме воздуха. По задачнику — № 284 (1, 2).

10-й у р о к

Раздробление дробей

I. *Проверка домашней работы*. 1. С места зачитывают решение задачи о норме воздуха.

2. Два ученика у доски делают полные записи к решению задачи № 284 (1, 2). Вопросы классу о НОД и НОК.

II. *Повторение*. Меры площади. Меры времени. № 29 (1, 4).

III. *Объяснение нового материала*. Что значит сократить дробь? Как сокращается дробь? На каком свойстве дроби основано сокращение дробей?

Демонстрируется и рассматривается чертеж (рис. 17). Имеем три равных отрезка. На сколько равных частей разделен каждый отрезок? Выразить дробью каждую отмеченную часть отрезка:

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{4}{8}.$$

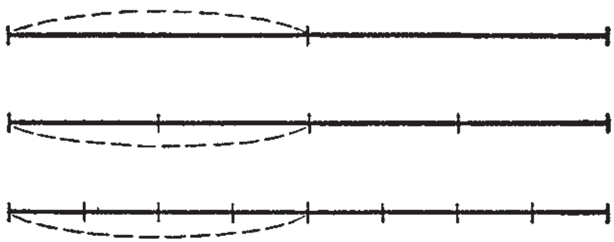


Рис. 17.

На чертеже видно равенство отмеченных отрезков, а значит, и равенство дробей, выражающих величину этих отрезков:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}.$$

Анализ равенства полученных дробей: дроби равны, но различаются по внешнему виду.

Имеем не действие с дробями, а только преобразование дробей, величина дробей не изменяется.

В чем состоит преобразование? — Выражение дроби в более мелких долях, без изменения величины дроби. Говорят: раздробили дроби в более мелкие доли.

Как произвели раздробление? — Числитель и знаменатель дроби умножили на одно и то же число.

Раздробить $\frac{3}{4}$ в 20-е доли; $\frac{5}{6}$ в 30-е доли.

Раздробить: $\frac{4}{5}$; $\frac{8}{11}$. Доли, в какие можно раздробить данные дроби, ученики выбирают сами.

Подчеркивается использование основного свойства дроби.

Наблюдается, что знаменатели вновь полученных дробей кратны знаменателю данной дроби.

Еще раз закрепляется: что значит раздробить дробь? Как раздробить дробь?

Устно: № 286 и 287.

Сравнить величину каждой пары дробей.

$$\frac{3}{16} \text{ и } \frac{11}{16}; \quad \frac{13}{25} \text{ и } \frac{2}{25}; \quad \frac{3}{8} \text{ и } \frac{3}{15}; \quad \frac{7}{10} \text{ и } \frac{7}{8}.$$

Дается полное объяснение: в одном случае одна дробь больше другой потому, что доли у обеих дробей одинаковые но число их разное; в другом случае число долей одно и то же, но у одной дроби доли крупнее, чем у другой.

Знакомство учащихся со знаками неравенства.

Делаются записи с использованием этих знаков:

$$\frac{3}{16} < \frac{11}{16}; \qquad \frac{13}{25} > \frac{3}{25} \text{ и т. д.}$$

IV. *Домашнее задание*. Раздробить дроби: $\frac{2}{15}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{15}{17}$; $\frac{11}{16}$. № 288 (1, 2). Решить пример:

$$\frac{(367\,710:35 - 2\,335\,242:329)\cdot 375}{[(16\,531\cdot 343 + 763\cdot 1099):718 - 65]\cdot 71}.$$

11-й урок

Приведение дробей к общему знаменателю

I. *Проверка домашней работы.* 1. Решение примера записывается на доске. Ученики проверяют пример по тетрадям.

2. № 288(1 и 2) проверяется с мест.

II. *Устно.* Учитель диктует словами, а ученик записывает формулы:

$$\frac{24+16}{2\cdot 4}; \qquad 175:25-(7-4).$$

Устное вычисление этих примеров.

III. *Объяснение нового материала.* Умение привести дроби к общему знаменателю связано с умением раздроблять дроби.

Что значит раздробить дробь? Как раздробить дробь?

Уже сравнивали дроби по их величине.

Сравнить дроби по величине и результат сравнения записать с использованием знака неравенства:

$$\frac{15}{37} \text{ и } \frac{19}{37}; \quad \frac{9}{11} \text{ и } \frac{9}{16}.$$

При сравнении мы имели дроби с равными числителями или с равными знаменателями. В котором из этих двух случаев сравнение произвести легче?

Сравнить величину дробей: $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{9}$; $\frac{9}{11}$ и $\frac{8}{9}$.

Ученики испытывают затруднение.

Уже наблюдали, что всего легче сравнить дроби с одинаковыми знаменателями.

Выразим дроби $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{9}$ в одинаковых долях, иначе говорят — приведем дроби к общему знаменателю.

Рассуждение и запись — в каких долях можно выразить первую и вторую дробь.

I — 14, 21, 28, 35, 42, 49, 63, 70,...

II — 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72... .

Находят одинаковые доли, в которых можно выразить ту и другую дробь.

И седьмые доли и девятые доли можно выразить в 63 долях.

$$\frac{3}{7}=\frac{3\cdot 9}{7\cdot 9}=\frac{27}{63}; \qquad \frac{4}{9}=\frac{4\cdot 7}{9\cdot 7}=\frac{28}{63}.$$

Получаем: $\frac{27}{63}$ и $\frac{28}{63}$.

Сравнение совсем просто: $\frac{28}{63} > \frac{27}{63}$.

Будем упражняться в приведении дробей к общему знаменателю:

$$\frac{5}{12} \text{ и } \frac{1}{6}; \quad \frac{3}{8} \text{ и } \frac{2}{5}; \quad \frac{4}{9} \text{ и } \frac{1}{2}.$$

Ответы даются устно. Каждый раз предварительно определяют, в каких долях будут выражены дроби, или, иначе, какой будет общий знаменатель.

На этих упражнениях выясняются два момента.

1. Общий знаменатель должен быть числом, кратным знаменателей данных дробей, причем для упрощения вычислений этот общий знаменатель должен быть НОК знаменателей.

2. Разделив общий знаменатель на знаменатель данной дроби, мы найдем то число, на которое надо умножить числитель и знаменатель данной дроби. Этот множитель называется дополнительным множителем, потому что он дополняет знаменатель данной дроби до общего знаменателя.

№ 290 (1) — устно.

Решается с записью на доске: привести к общему знаменателю: $\frac{5}{6}$; $\frac{14}{15}$; $\frac{15}{16}$.

Общий знаменатель находится путем разложения знаменателей на простые множители и нахождения НОК.

$$\left.\begin{array}{l} 6 = 2\cdot 3 \\ 15 = 3\cdot 5 \\ 16 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 \end{array}\right| \quad \text{НОК } (6;\ 15;\ 16) = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 5 = 240.$$

Дополнительные множители вычисляются устно:

$$\frac{5}{6} = \frac{5\cdot 40}{6\cdot 40} = \frac{200}{240}; \quad \frac{14}{15} = \frac{14\cdot 16}{15\cdot 16} = \frac{224}{240}; \quad \frac{15}{16} = \frac{225}{240}.$$

Решается № 291 (5). Для вычисления отдельных примеров к доске вызывается ученик, который и проводит работу с полным объяснением и записью.

Читают по учебнику § 86 до п. 1 (начало).

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 86 до п. 1. По задачнику — № 291 (1, 2). Задача № 129 (1, 2).

12-й урок

Приведение дробей к общему знаменателю

(Общий случай)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 291 (2) — вся запись на доске.

2. № 291 (1) проверяется с мест.

Вопросы классу: каким числом по отношению к знаменателям данных дробей является их наименьший общий знаменатель?

Какое число называется дополнительным множителем?

3. № 129 (1, 2) — решение задач зачитывается с мест.

II. *Объяснение нового материала.* Упражнения на доске. Привести к общему знаменателю:

1) $\frac{7}{36}$ и $\frac{7}{60}$; 3) $\frac{7}{50}$; $\frac{31}{80}$; $\frac{13}{300}$ и $\frac{23}{144}$;

2) $\frac{3}{28}$ и $\frac{17}{42}$; 4) $\frac{13}{24}$; $\frac{17}{36}$; $\frac{7}{40}$ и $\frac{9}{60}$.

III. *Самостоятельно.*

1) $\frac{5}{28}$ и $\frac{19}{42}$; 3) $\frac{5}{24}$; $\frac{7}{18}$ и $\frac{3}{40}$;

2) $\frac{1}{45}$ и $\frac{11}{60}$; 4) $\frac{34}{60}$; $\frac{19}{40}$; $\frac{43}{72}$.

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 86, п. 2. По задачнику — № 291 (3, 4); задача № 153 (2).

13-й урок

Приведение дробей к общему знаменателю

(Частные случаи)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 291 (3, 4) проверяются с мест.

2. Задача № 153 (2) — запись вычисления на доске. Ученик дает у доски полное объяснение решения.

II. *Устно.* 1. Из цифр 2, 3 и 7 составить число, кратное 4; 9. (Можно ли?)

2. Найти НОД: 12 и 18; 24 и 30; 24 и 120.

3. Диктуется в виде числовой формулы; ученики записывают на доске:

$$180:9-(24-18); \quad \frac{18+11}{18-11}; \quad (48+12):6+25\cdot 4.$$

III. *Объяснение нового материала.* Привести к общему знаменателю (на доске): $\frac{7}{24}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{5}{40}$;

$24=2\cdot2\cdot2\cdot3$	НОК (24; 18; 40) =
$18=2\cdot3\cdot3$	$=2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot3\cdot3=360.$
$40=2\cdot2\cdot2\cdot5$	

При отыскании дополнительного множителя для каждой дроби анализируется состав множителей знаменателя и НОК.

Из сомножителей НОК исключаем сомножители знаменателя 24, остаются сомножители $5\cdot3$, перемножаем их, полученное число 15 и есть дополнительный множитель первой дроби.

Так же поступаем с другими знаменателями.

На доске: $\frac{11}{14}$ и $\frac{13}{140}$; $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{36}$; $\frac{19}{120}$ и $\frac{37}{360}$; $\frac{5}{36}$; $\frac{13}{144}$ и $\frac{7}{72}$.

Отмечают, что один из знаменателей является НОК всех других.

К общему знаменателю приводят устно:

$$\frac{5}{7} \text{ и } \frac{7}{8}; \quad \frac{7}{11} \text{ и } \frac{5}{6}; \quad \frac{15}{16} \text{ и } \frac{2}{15}.$$

Устанавливают, что знаменатели — числа взаимно простые. Как найти общий знаменатель для дробей с взаимно простыми знаменателями? — Путем перемножения знаменателей.

Повторяют различные случаи приведения дробей к общему знаменателю.

1) Знаменатели имеют общие множители, но ни один из знаменателей не является НОК остальных знаменателей, приходится отыскивать НОК разложением знаменателей на простые множители.

2) Один из знаменателей является НОК всех знаменателей.

3) Знаменатели — числа взаимно простые, общий знаменатель является произведением всех знаменателей.

IV. *Самостоятельно.* Привести к общему знаменателю:

1) $\frac{17}{20}$; $\frac{13}{25}$ и $\frac{19}{200}$. 2) $\frac{13}{108}$; $\frac{11}{180}$ и $\frac{3}{225}$. 3) $\frac{3}{7}$; $\frac{5}{9}$ и $\frac{7}{10}$.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 149 (2), 292 (1).

Сократить: $\frac{600}{945}$; $\frac{42}{360}$ и $\frac{85}{65}$.

Тетради перед контрольной работой берутся учителем на дом.

14-й урок

Контрольная работа

1-й вариант

1) Сократить дроби (полное сокращение):

$$\frac{60}{144};\ \frac{840}{960}.$$

2) Привести к общему знаменателю:

$$\frac{5}{24};\ \frac{7}{18} \text{ и } \frac{3}{40}.$$

3) К числу 1720... вместо точек приписать две такие цифры, чтобы все число разделилось на 9.

4) Вычислить: $25 \cdot 19 \cdot 16$.

2-й вариант

1) Сократить дроби (полное сокращение):

$$\frac{180}{240};\ \frac{132}{156}.$$

2) Привести дроби к общему знаменателю:

$$\frac{41}{60};\ \frac{17}{36} \text{ и } \frac{11}{75}.$$

3) К числу 3269... вместо точек приписать две такие цифры, чтобы все число разделилось на 4.

4) Вычислить: $125 \cdot 15 \cdot 16$.

Примечание. С учениками, не справившимися с работой, контрольная работа проводится дополнительно во внеурочное время.

15-й урок

Сложение дробей и смешанных чисел с одинаковыми знаменателями

I. *Повторение.* Вспоминают основное свойство дроби и те преобразования, которые проводились с дробями на основе этого свойства. Преобразование дроби не меняло ее величины, а изменяло только внешний вид.

Этим преобразование дроби отличается от действия с дробями. В результате всякого действия получается новое число.

II. *Объяснение нового материала.* Переходим теперь к действиям с дробями. Сегодня займемся сложением обыкновенных дробей.

Примеры должны быть подобраны учителем в строгой последовательности. Они явятся материалом для несложных наблюдений и выводов учащихся.

Урок посвящается сложению дробей и смешанных чисел с одинаковыми знаменателями.

Последовательность упражнений:

1) $2+\frac{2}{3}=2\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}+13=$

Анализ слагаемых. Целое число и правильная дробь. В сумме получено смешанное число.

2) $4+5\frac{3}{5}=9\frac{3}{5}$; $2\frac{1}{3}+8=$

Анализ слагаемых. Способ получения суммы. Складываются целые числа и к ним приписывается правильная дробь, в сумме получается смешанное число.

3) $\frac{5}{17}+\frac{2}{17}=\frac{5+2}{17}=\frac{7}{17}$; $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=$

Наблюдения. Складываются правильные дроби с одинаковыми знаменателями. Как? — Складываются числители и под суммой подписывается общий знаменатель.

Первый пример в каждом виде упражнений записывается на доске и переписывается учениками в тетради.

Второй пример самостоятельно решается в тетради.

4) $\frac{3}{11}+\frac{8}{11}=\frac{3+8}{11}=\frac{11}{11}=1;\qquad \frac{3}{5}+\frac{2}{5}=$

Тот же порядок разбора. В сумме получили неправильную дробь, равную 1.

5) $\frac{15}{17}+\frac{9}{17}=\frac{15+9}{17}=\frac{24}{17}=1\frac{7}{17}.$

Получили в сумме неправильную дробь, исключили целое; окончательно в сумме — смешанное число.

Каждый раз правило формулируется.

6) $6\frac{1}{7}+\frac{4}{7}=6\frac{1+4}{7}=6\frac{5}{7}.$

Складывается смешанное число с правильной дробью.

7) $4\frac{5}{6}+5\frac{1}{6}=9\frac{5+1}{6}=9\frac{6}{6}=10.$

Сумма дробей дает 1, в результате сложения получаем целое число.

8) $3\frac{7}{19}+\frac{18}{19}=3\frac{25}{19}=4\frac{6}{19}.$

Сумма дробей — неправильная дробь, исключение целого.

9) $5\frac{2}{9}+6\frac{4}{9}=(5+6)+(\frac{2}{9}+\frac{4}{9})=11+\frac{6}{9}=11\frac{6}{9}=11\frac{2}{3};$

$$8\frac{2}{11}+3\frac{9}{11}=(8+3)+\frac{2+9}{11}=11+1=12;$$

$$9\frac{6}{13}+2\frac{9}{13}=11\frac{15}{13}=12\frac{2}{13}.$$

Сложение смешанных чисел. Отдельно складываются целые числа и отдельно дроби. Указывается применение переместительного и сочетательного законов; дальше запись укорачивается.

Следить за правильностью записей, в частности за правильной постановкой знака равенства.

III. *Самостоятельно.* № 296 (4, 8, 11, 12).

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 87, п. 1. По задачнику № 296 (не решенные в классе строчки). Проверить на двух-трех примерах, применим ли переместительный закон к сложению дробей. № 294 (1, 2).

16-й урок

Сложение дробей и смешанных чисел с разными знаменателями

I. *Проверка домашней работы.*

1. № 296 проверяется с мест. Рассказывают правило сложения дробей и смешанных чисел с одинаковыми знаменателями.

2. Ученики сообщают вывод из домашней работы о справедливости переместительного закона для дробей.

3. № 294 (1, 2). Два ученика подготовляют решение на доске. На этих примерах повторяется приведение дробей к общему знаменателю.

II. *Повторение.* $2x + 3 = 15$; $4x : 3 = 12$; $12 - 5x = 2$.

Подробный устный разбор каждого примера.

В первом примере неизвестно первое слагаемое известно второе слагаемое и сумма. Первое слагаемое равно сумме без второго слагаемого:

$$2x = 15 - 3; \quad 2x = 12.$$

Неизвестен один из двух сомножителей, известно произведение и другой сомножитель.

Неизвестный сомножитель равен произведению, деленному на известный сомножитель:

$$x = 12 : 2; \quad x = 6.$$

III. *Объяснение нового материала.* Разбирают задание примера № 298.

Отличие от прежних примеров: надо сложить дроби с разными знаменателями. Ученики без труда понимают, что сначала надо привести дроби к общему знаменателю.

Работа у доски. Пример № 298 (отдельные строки).

Запись: 1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}$;

$$2)\quad \frac{3}{8}+\frac{2}{5}=\frac{15}{40}+\frac{16}{40}=\frac{31}{40}.$$

Дополнительный множитель над дробью можно не подписывать, а умножать на него в уме.

На этом же уроке можно показать запись числителей слагаемых на общей черте:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{15}=\frac{5+2}{30}=\frac{7}{30}.$$

Решение у доски с последовательным вызовом учеников:

$$1)\ 5+\frac{3}{16}+\frac{5}{24};\quad 2)\ 1\frac{1}{2}+4\frac{1}{4}+3\frac{2}{3};$$

$$3)\ 8\frac{5}{9}+2\frac{7}{18}+6\frac{11}{36}=16\,\frac{20+14+11}{36}=16\frac{45}{36}=17\frac{9}{36}=17\frac{1}{4};$$

$$4)\ 13\frac{11}{25}+10\frac{7}{15}+2\frac{2}{5}.$$

К записям относиться очень требовательно. Каждый пример решается с подробным объяснением учениками.

Задача № 146 (1) назначается для домашнего задания, но под руководством учителя составляется план решения задачи, начиная с главного вопроса (устно).

1. Чтобы узнать, сколько листов сухой штукатурки понадобится для обивки потолка, надо знать площадь листа штукатурки и площадь потолка.

2. Чтобы знать площадь листа штукатурки, надо знать его длину и ширину; эти величины известны.

3. Чтобы знать площадь потолка, надо знать его длину и ширину; эти величины известны.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 302 (1 — 6). Записать план и решение задачи № 147 (1), начиная с главного вопроса.

17-й урок

Сложение дробей. Прибавление суммы

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 302 — у доски два ученика: один записывает 1, 3, 5 примеры, а второй — 2, 4, 6. Сидящие рядом ученики меняются тетрадями и проверяют примеры по записям на доске.

2. Проверка применения сочетательного закона сложения к дробям:

$$\frac{7}{10}+\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=\frac{7}{10}+\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=1\frac{3}{10}+\frac{1}{4}=1\frac{6+5}{20}=1\frac{11}{20}.$$

Так же пятый пример.

3. № 147 (1) — с мест зачитывается аналитический план.

II. *Устно.*

1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$; 5) $\frac{1}{6}+\frac{1}{16}$;

2) $\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$; 6) $\frac{1}{7}+\frac{1}{18}$;

3) $\frac{1}{4}+\frac{1}{14}$; 7) $\frac{1}{8}+\frac{1}{24}$;

4) $\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$; 8) $\frac{1}{9}+\frac{1}{36}$.

III. *Объяснение нового материала.* $58+(12+19)$. В чем состоит задание? — К числу прибавить сумму. Два способа решения:

1) $12+19=31$; 2) $58+12=70$;
$58+31=89$; $70+19=89$.

Разбирается второй способ.

Как к числу прибавляли сумму? — Прибавляли последовательно каждое слагаемое.

$$182+(39+18)=182+39+18=(182+18)+39=$$
$$=200+39=239.$$

Какие законы и свойства использованы?

№ 304 (1, 3); 309 (1, 3) — решаются с применением законов.

IV *Самостоятельно.* № 312 (1, 3) — рациональным способом.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 309 (2,4); 304 (2,4,5); 321 (1).

18-й урок

Сложение дробей. Решение задач

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 304 (2,4) — обоснование соединения слагаемых в группы.

2. № 309 (2,4) — повторение прибавления суммы — у доски.

3. № 321 (1) проверяется и исправляется с мест.

II. *Повторение* кубических мер: № 24 (3, 4, 7).

III. *Решение задач.* Задача № 139 (1).

Самостоятельно. 1. Разобрать условие задачи.

2. Составить графическую иллюстрацию.

Повторить зависимость между величинами: скорость, время, пройденное расстояние. Как найти время, зная две другие величины?

Составляют устно план решения задачи. Решают самостоятельно в тетрадях без вопросов. Решение проверяется.

Решить у доски № 305 (1,2).

К доске вызывают сразу двух учеников: один решает левую часть каждой строки, другой — правую. Результаты сверяются.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 305 (3,4). Задача № 137 (2).

19-й урок

Вычитание дробей и смешанных чисел с одинаковыми знаменателями

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 305 (3)— полная запись на доске.

2. № 305 (4) проверяется и исправляется с мест.

3. Решение задачи № 137 (2) записывается на доске сильным учеником. Разбор и объяснение этого решения предлагается сделать ученику, затруднявшемуся в решении.

II. *Объяснение нового материала.* Повторяется определение вычитания в области целых чисел: тот же смысл действия и в дробях. В вычитании, как и в сложении, очень важна система упражнений.

Работа над систематически подобранными примерами проводится при активном участии учеников.

Схема разбора каждого примера такова.

1. Анализ задания. 2. Рассказ по свободному соображению, как произвести вычитание. 3. Окончательная отработка ответа.

Все дроби и смешанные числа берутся только с одинаковыми знаменателями.

1) $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}=\frac{7-3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

Из числителя уменьшаемого вычитаем числитель вычитаемого. Знаменатель прежний.

Запись каждого примера остается на доске, и к концу урока получается следующая таблица:

2) $5\frac{3}{4}-5=\frac{3}{4}$; 4) $1-\frac{3}{5}=\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{5-3}{5}=\frac{2}{5}$;

3) $3\frac{6}{7}-\frac{3}{7}=3\frac{3}{7}$; 5) $5-\frac{4}{9}=4\frac{9}{9}-\frac{4}{9}=4\frac{9-4}{9}=4\frac{5}{9}$;

6) $1\frac{2}{11}-\frac{4}{11}=\frac{13}{11}-\frac{4}{11}=\frac{9}{11}$;

7) $7\frac{5}{8}-2\frac{3}{8}=5\frac{2}{8}=5\frac{1}{4}$;

8) $7\frac{1}{6}-3\frac{5}{6}=6\frac{7}{6}-3\frac{5}{6}=3\frac{2}{6}=3\frac{1}{3}$.

Таблица разбирается учениками и записывается в тетрадь.

Решаются у доски примеры: № 329 (1, 4, 7), 328 (6,9).

III. *Самостоятельно.* № 329 (2, 3).

IV *Домашнее задание.* По учебнику — § 88 (п. 1). По задачнику — № 327; 329 (5, 6); задача № 138 (2).

20-й урок

Вычитание дробей с разными знаменателями

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 329 (5,6) — проверяется правильность записей, например:

$$5\frac{1}{9}-4\frac{7}{9}=4\frac{10}{9}-4\frac{7}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}.$$

2. № 327 проверяется с мест.

3. К доске вызывается ученик, самостоятельность домашней работы которого вызывает сомнение. Он решает у доски с карточки задачу, аналогичную домашней, только с другими числами.

4. № 138 (2) проверяется с мест.

II. *Устно.* № 220 (1, 2).

III. *Объяснение нового материала.* Вспоминают, что после сложения дробей с одинаковыми знаменателями производили сложение дробей с разными знаменателями.

Сегодня будем заниматься вычитанием дробей с разными знаменателями.

До производства вычитания какое придется делать первое преобразование дробей? — Приводить их к общему знаменателю.

Выполнить у доски пример № 330 (1, 2, 3). Во всех случаях предварительно рассматривают знаменатели.

$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$ знаменатели — числа взаимно простые; общий знаменатель равен произведению данных знаменателей.—

$$\text{Запись: } \frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{5}{15}-\frac{3}{15}=\frac{2}{15}.$$

Такой же порядок рассмотрения знаменателей и решение примеров № 330 (2, 3.)

$\frac{11}{28}-\frac{5}{14}$ — один из знаменателей является НОК знаменателей.

Решаются у доски примеры № 330 (7, 8, 9).

$$\text{Запись: } \frac{35}{36}-\frac{5}{8}=\frac{70}{72}-\frac{45}{72}=\frac{25}{72}.$$

Может быть дана запись на общей черте.

$$\frac{11}{15}-\frac{23}{36}=\frac{132-115}{180}=\frac{17}{180}.$$

Общий знаменатель должен быть найден устно.

IV. *Самостоятельно.* $\frac{4}{9}-\frac{2}{5}$; $\frac{11}{12}-\frac{5}{6}$; $\frac{7}{10}=\frac{2}{15}$.

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 88, п. 2.

Решить примеры:

$$\frac{5}{6}-\frac{3}{4}; \quad \frac{5}{7}-\frac{2}{3}; \quad \frac{11}{15}-\frac{23}{36}; \quad \frac{25}{42}-\frac{33}{56}.$$

По задачнику — № 133. (1). Решить с постановкой полных вопросов.

21-й урок

Вычитание смешанных чисел с разными знаменателями

I. *Проверка домашней работы.* 1. Домашние примеры записываются на доске. Опрос о правилах вычитания дробей с разными знаменателями.

2. Решение задачи № 133 (1) записывают на доске без вопросов. С мест ученики зачитывают постановку полных вопросов.

II. *Устно.* 1) Площадь пола комнаты прямоугольной формы равна 36 *кв. м.* Ширина комнаты 4 *м.* Чему равна длина комнаты?

2) Ученик начертил прямоугольник площадью в 18 *кв. см.* Высота прямоугольника равна 9 *см.* Чему равно основание прямоугольника?

III. *Объяснение нового материала.* Вспомним, как производили сложение смешанных чисел, и научимся производить вычитание этих чисел.

Упражнение у доски $6\frac{49}{75}+1\frac{14}{15}$.

На этом примере повторяют все сведения о сложении смешанных чисел.

Решают у доски:

$$7\frac{2}{3}-4\frac{4}{15}=7\frac{10}{15}-4\frac{4}{15}=3\frac{6}{15}=3\frac{2}{5};$$

$$18\frac{7}{18}-8\frac{4}{27}=10\frac{21-8}{54}=10\frac{13}{54};$$

$$10\frac{11}{80}-1\frac{7}{32}=$$

В последнем примере НОК находится путем разложения знаменателей на множители.

$$10\frac{11}{80}-1\frac{7}{32}=10\frac{22}{160}-1\frac{35}{160}=9\frac{182}{160}-1\frac{35}{160}=8\frac{147}{160};$$

$$15\frac{3}{25}-6\frac{4}{5}=9\frac{3-20}{25}=8\frac{28-20}{25}=8\frac{8}{25}.$$

Обращается самое серьезное внимание на запись, особенно в том случае, когда на общей черте написана разность — от меньшего числа надо отнять большее.

Решается у доски № 331 (2, 5, 8).

IV. *Самостоятельно.* № 331 (1, 4, 7).

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 88, п. 3. По задачнику — № 331 (3, 6, 7); 333. Задачи № 346 (2); 347 (1).

Коротко объяснить способ измерения выпавших осадков. (На карте найти указанные в условии задачи места.)

22-й урок

Вычитание дробей. Прибавление разности

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Повторение.* Законы сложения. Прибавление суммы.

III. *Объяснение нового материала.* Указать частный случай вычитания, облегчающий устное вычисление.

$3\frac{1}{6}-2\frac{1}{2}$. Дополним вычитаемое до целого числа, затем вычтем дополнение.

$$3\frac{1}{6}-2\frac{1}{2}=(3\frac{1}{6}-3)+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{2}{3};$$

$$10\frac{1}{2}-9\frac{7}{8}=(10\frac{1}{2}-10)+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=\frac{5}{8}.$$

Затем переходят к прибавлению разности.

Задание: $24+(18-4)$. Читают задание: к числу прибавить разность. Решают устно пример двумя способами.

Фиксируется внимание на записи:

$24+(18-4)=24+18-4$ или $(24-4)+18=20+18$.

Формулируется словами прибавление разности (два способа).

$$2\frac{1}{4}+(12\frac{3}{4}-9\frac{7}{9}).$$

Порядок решения:

1) $(2\frac{1}{4}+12\frac{3}{4})-9\frac{7}{9}$;

2) $12\frac{6}{11}+(6\frac{5}{6}-1\frac{5}{11})=(12\frac{6}{11}-1\frac{5}{11})+6\frac{5}{6}$;

3) $1\frac{1}{6}+(8\frac{5}{6}-7\frac{7}{8})$; 4) $2\frac{7}{9}+(14\frac{6}{7}-2\frac{6}{7})$.

Обращается внимание на более рациональный способ решения.

Решаются у доски: № 338 (4); 338 (2).

IV. *Самостоятельно.* $3\frac{1}{3}-2\frac{5}{6}$; $16\frac{5}{9}+(11\frac{4}{9}-18\frac{11}{13})$.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 335; 336;340; 348 (2). (Отметить, что продуктивность работы надо выражать в частях всей работы.)

Пример. $13\frac{8}{11}+(6\frac{13}{22}-2\frac{16}{35})$.

23-й урок

Вычитание суммы и разности

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 340 и 343 — полная запись решения на доске.

2. Задача № 348 (2) — объяснение решения с мест. Также и примера на прибавление разности.

II. *Объяснение нового материала.* Научимся сегодня вычитать из числа сумму и разность.

Задача. Имея 35 руб., мальчик сделал две покупки: за одну он заплатил 15 руб., за другую 9 руб. Сколько денег у него осталось?

Два способа решения задачи:

1) $15+9=24$ (руб.); 2) $35-15=20$ (руб.);

$35-24=11$ (руб.); $20-9=11$ (руб.).

Предлагается записать формулой тот и другой способ решения.

$$35-(15+9); \quad 35-15-9.$$

Можно ли эти формулы соединить знаком равенства?

$$35-(15+9)=35-15-9.$$

Анализ задания и формулировка ответа: чтобы вычесть сумму, достаточно вычесть каждое слагаемое отдельно.

Решаются у доски:

$$12\frac{4}{5}-\left(3\frac{4}{5}+5\frac{7}{9}\right); \qquad 8\frac{5}{6}-\left(4\frac{7}{8}+1\frac{5}{6}\right).$$

Задача. В книге 72 страницы. Ученик наметил себе прочитать в первый день 25 страниц, но не дочитал из намеченных 5 страниц. Сколько всего страниц ему осталось прочитать из всей книги?

Решают задачу двумя способами.

1) $25-5=20$ (стр.); $\qquad$ 2) $72-25=47$ (стр.);

$72-20=52$ (стр.); $\qquad$ $47+5=52$ (стр.).

Второй способ решения может затруднить учеников.

Сколько всего страниц останется прочитать, если ученик прочтет намеченные 25 страниц?

Сколько в действительности осталось непрочитанных страниц?

Составление формулы:

$$72-(25-5); \qquad 72-25+5.$$

Соединение их знаком равенства:

$$72-(25-5)=72-25+5.$$

На основе этой записи делается вывод правила вычитания разности: чтобы вычесть разность, можно вычесть уменьшаемое и прибавить вычитаемое или сначала прибавить вычитаемое, потом вычесть уменьшаемое.

Решается у доски: $24\frac{5}{12}-\left(8\frac{7}{24}-2\frac{7}{9}\right)$.

Выполнить упражнения на сложение и вычитание дробей. № 338(1); 342(1, 2).

III. *Домашнее задание*. По задачнику — № 337 (3, 4); 338 (5). Задача № 361, составить формулу.

На другой день домашние тетради отбираются учителем.

24-й урок

Контрольная работа

1-й вариант

1. Вычислить:

$$56\frac{2}{21} - \left(1\frac{5}{6} + 2\frac{13}{14}\right) + 27\frac{13}{30} - \left(15\frac{5}{12} - 12\frac{13}{20}\right).$$

2. По задачнику — № 353 (2) и 354 (1,4).

2-й вариант

1. Вычислить: $5\frac{29}{90} + 17\frac{2}{3} + 4\frac{3}{8} - 19\frac{5}{9} - \left(6\frac{1}{36} - 5\frac{3}{16}\right).$

2. По задачнику — № 353 (1) и 354 (2,5).

25-й урок

Умножение дроби на целое число

Переход к действиям второй ступени с дробями — чрезвычайно важный этап курса.

Перед умножением дроби на целое число надо провести основательное повторение ряда вопросов.

I. *Повторение*. 1. Определение умножения в области целых чисел—сложение равных слагаемых.

При умножении на целое число множимое увеличивается в несколько раз.

2. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями. Правило.

3. Как производится сокращение дробей?

4. (24 · 17) : 8. В чем состоит задание? Как разделить произведение на число?

Как иначе можно записать знак деления? — В виде дробной черты: $\frac{24 \cdot 17}{8}$.

Все записанное выражение является дробью, у которой числитель выражен произведением.

$\frac{\overset{3}{\cancel{24}} \cdot 7}{\underset{1}{\cancel{8}}} = 21$. Числитель и знаменатель дроби разделили на одно и то же число, т. е. сократили дробь, у которой числитель был выражен произведением.

Сократить: $\frac{25 \cdot 9}{6}$; $\frac{18 \cdot 14}{9}$.

5. Изменение величины дроби с изменением ее членов.

II. *Объяснение нового материала.* Будем изучать умножение дробей.

Определение умножения в области целых чисел — сложение равных слагаемых.

Тот же смысл при умножении дроби на целое число.

$$\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2+2+2+2+2}{3} =$$
$$= \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\,\frac{1}{3}.$$

Что произошло с величиной дроби? — Дробь увеличилась в пять раз.

$\frac{3}{4} \cdot 3$ — полная запись с рассуждением.

Что происходит с величиной дроби при умножении дроби на целое число? — Дробь увеличивается в несколько раз.

Вспоминают и объясняют оба способа увеличения дроби в несколько раз.

Возвращаются к решенным раньше № 250 (2) и 251 (2). Каким действием мы увеличиваем число в несколько раз? — Умножением на целое число. По нескольку дробей из этих номеров переписывают с использованием действия умножения, например:

$$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} = 1\,\frac{1}{3}; \qquad \frac{1}{12} \cdot 3 = \frac{1}{4} \text{ и т. д.}$$

Таким образом, ученики вполне осмысливают, что требование «увеличить дробь в несколько раз» равнозначно требованию «умножить дробь на целое число».

Окончательно закрепляют правило умножения дроби на целое число, причем ученик должен четко отличать ответы на два вопроса: «что значит умножить дробь на целое число?» и «как умножить дробь на целое число?»

Ответ на первый вопрос: умножить дробь на целое число — это значит повторить ее слагаемым несколько раз, в результате чего дробь увеличится в несколько раз.

Ответ на второй вопрос: чтобы умножить дробь на целое число, надо или числитель дроби умножить на целое число, оставив прежний знаменатель, или знаменатель дроби разделить на целое число, оставив прежний числитель.

Умножить $\frac{5}{12}$ на 3 двумя способами.

$$\frac{5}{12}\cdot 3=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4};\quad \frac{5}{12}\cdot 3=\frac{15}{12}=1\frac{3}{12}=1\frac{1}{4}.$$

При втором способе умножения присоединяется добавочное преобразование дроби — сокращение.

Решить у доски:

1) $\frac{2}{3}\cdot 5$; 2) $\frac{3}{4}\cdot 2$; 3) $\frac{8}{9}\cdot 2$; 4) $\frac{5}{6}\cdot 5$; 5) $\frac{5}{16}\cdot 8$.

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 89, п. 1. По задачнику — № 367; задача № 362. Произвести умножение:

1) $\frac{7}{12}\cdot 5$; 2) $\frac{8}{15}\cdot 4$; 3) $\frac{20}{21}\cdot 7$.

26-й урок

Умножение дроби на целое число

(Продолжение)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 367 проверяется с мест; обсуждается выбор способа умножения дроби.

2. Так же проверяются дополнительно данные примеры.

3. № 362 — запись и обсуждение решения у доски.

Объяснение задачи связывается с вопросом изменения результатов действия в связи с изменением компонентов.

II. *Устно.* 1) $125 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 4$.

2) $375 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 4 = 125 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 4 = (125 \cdot 8) \cdot (25 \cdot 4) \cdot 3$.

III. *Объяснение нового материала.* Продолжим упражнения на умножение дроби на целое число:

$$\frac{7}{12} \cdot 15.$$

Сначала только обозначим способ выполнения действия

$$\frac{7}{12} \cdot 15 = \frac{7 \cdot 15}{12}.$$

Анализ полученной дроби и способа ее упрощения, т. е. сокращения. Для сокращения приходится произведение делить на число. Заканчивают преобразование.

Решаются у доски:

$$1)\ \frac{6}{25} \cdot 10; \quad 2)\ \frac{17}{18} \cdot 6; \quad 3)\ \frac{24}{35} \cdot 7.$$

Следует выделить частный случай умножения — когда множитель равен знаменателю множимого:

$$\frac{3}{4} \cdot 4; \quad \frac{6}{7} \cdot 7; \quad \frac{15}{16} \cdot 16.$$

Наблюдение и вывод. Если множитель равен знаменателю множимого, то произведение равно числителю множимого.

Вспоминают на примерах: $5 \cdot 1 = 5$; $5 \cdot 0 = 0$.

Применение к дробям: $\frac{3}{5} \cdot 1 = \frac{3}{5}$; $\frac{3}{5} \cdot 0 = 0$.

IV. *Устно.* 1. В каждом пакете было по $\frac{3}{10}$ *кг* сушеных фруктов. Купили 4 таких пакета. Сколько всего купили сушеных фруктов?

2. Каждый день мостили по $\frac{3}{8}$ *км* дороги. Какое расстояние вымостили за 5 дней?

V. *Самостоятельно.* № 368 (1—9).

VI. *Домашнее задание.* По задачнику — № 369; 358; 351 (1).

27-й урок

Умножение смешанного числа на целое число

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 369 проверяется с мест.

2. Объясняют изменения каждого слагаемого и суммы в № 358, вычисления записываются на доске.

3. № 351 (1) — решение записывается на доске.

II. *Повторение.* Признаки делимости на 2, 5, 4, 25 и 8.

Приписать к числу 863 одну цифру справа, чтобы новое число делилось на 4.

III. *Объяснение нового материала.* Умеем умножать дробь на целое число. Сегодня научимся умножать смешанное число на целое. Вспоминают, как представляли смешанное число в виде суммы целого числа и правильной дроби.

Представить числа $3\frac{3}{4}$; $8\frac{1}{5}$ в виде суммы.

$$3\frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4}.$$

$3\frac{3}{4} \cdot 5$—надо произвести умножение суммы на число.

$$3\frac{3}{4} \cdot 5 = \left(3 + \frac{3}{4}\right) \cdot 5 = 3 \cdot 5 + \frac{3}{4} \cdot 5 = 15 + \frac{15}{4} = 15 + 3\frac{3}{4} = 18\frac{3}{4}.$$

На этом примере проверяют распределительный закон умножения.

$8\frac{1}{5} \cdot 4$ — полная запись.

Вывод правила умножения смешанного числа на целое. Полная запись решения у доски:

$$6\frac{2}{3} \cdot 12; \quad 2\frac{7}{8} \cdot 4; \quad 9\frac{1}{3} \cdot 5.$$

Записи будем делать более короткие, например:

$$4\frac{4}{5} \cdot 6 = 24\frac{24}{5} = 28\frac{4}{5}.$$

Упражнения у доски:

$$2\frac{6}{7} \cdot 8; \; 4\frac{2}{3} \cdot 3; \; 15\frac{1}{2} \cdot 7.$$

Написанное на доске вычисляют с мест:

$$5 \cdot 6 = 30; \qquad \frac{3}{4} \cdot 3 = 2\frac{1}{4}; \qquad 2\frac{4}{5} \cdot 2 = 5\frac{3}{5}.$$

Сравнение величины произведения с величиной множимого во всех примерах.

В ы в о д. Умножение любого числа на целое число — равносильно увеличению числа в несколько раз.

Почему число увеличивается? — Потому что оно повторяется слагаемым несколько раз.

IV. *Самостоятельно.*

1) $1\frac{4}{5} \cdot 6$; 3) $\frac{8}{9} \cdot 9$; 5) $5\frac{7}{8} \cdot 12$;

2) $8\frac{2}{3} \cdot 6$; 4) $136\frac{6}{7} \cdot 0$; 6) № 368 (10 — 12).

V. *Домашнее задание.* Повторить признаки делимости на 3 и на 9.

Умножить:

$2\frac{1}{2} \cdot 4$; $5\frac{7}{8} \cdot 5$; $8\frac{1}{6} \cdot 14$. По задачнику № 350 (1,2); 384 (с применением распределительного закона).

28-й урок

Деление дроби на целое число

1. *Проверка домашней работы.* 1. На доске подготовляется вывод признака делимости на 9.

2. На доске исправляется умножение смешанных чисел на целое число.

3. № 350 (1,2) проверяется с мест.

4. № 384 — решение записывается на доске.

II. *Объяснение нового материала.* Повторяется: определение деления как действия, в котором дается произведение и один из двух сомножителей, а ищется второй сомножитель.

При делении на целое число в области целых чисел: число уменьшается в несколько раз.

Тот же смысл сохраняет деление на целое число, когда делимым является дробь. Деление дроби на целое число — сводится к уменьшению дроби в несколько раз.

В понимании учеников объединяются два выражения: уменьшить дробь в несколько раз и разделить дробь на целое число.

Вспоминают способы уменьшения дроби в несколько раз: делением числителя на данное число или умножением знаменателя на данное число.

Разделить дробь двумя способами.

$$\frac{15}{16}:3=\frac{5}{16};\quad \frac{15}{16}:3=\frac{15}{48}=\frac{5}{16}.$$

Который из этих двух способов лучше? Почему?

Всегда ли возможны оба эти способа?

Который способ деления дроби на целое число всегда возможен? Предлагается $\frac{5}{8}:3$ с проверкой.

Окончательное закрепление: что происходит с величиной дроби при делении дроби на целое число? Как разделить дробь на целое число?

Выполнить у доски № 420 (5, 6, 7, 8, 9).

III. *Самостоятельно.*

1) $\frac{18}{23}:6$; 2) $\frac{7}{11}:3$; 3) $\frac{9}{25}:4$; 4) $\frac{15}{29}:5$; 5) $\frac{1}{8}:2$.

IV. *Домашнее задание.* Примеры:

1) $\frac{5}{8}:3$; 2) $\frac{14}{15}:7$; 3) $\frac{27}{35}:2$.

По задачнику задача № 365 (2). (Учитель объясняет в классе, как обозначить вместимость бассейна.)

Начертить на отдельных листках столбчатую диаграмму: Рост производства чугуна в СССР (в миллионах тонн): 1913 г.—$4\frac{1}{4}$ млн. *т*; 1940 г. — 15 млн. *т*; 1950 г. — — $19\frac{1}{2}$ млн. *т*.

29-й урок

Деление смешанного числа на целое

I. *Проверка домашней работы.* 1. Примеры проверяются с мест.

2. Решение задачи № 365 (2) с вопросами записывается на доске.

Какую часть бассейна наполняет первая труба в 1 час? $1:6=\frac{1}{6}$ и т. д.

Весь план решения задачи синтетическим методом записывается на доске.

Предлагается зачитать план, начиная с последнего вопроса — получается аналитический метод.

3. Листки с диаграммами отбираются.

II. *Устно.* 1) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$; 5) $1\frac{2}{5}-\frac{3}{5}$;

2) $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$; 4) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$; 6) $3\frac{4}{9}-2\frac{8}{9}$.

III. *Объяснение нового материала.* Как умножали смешанное число на целое? Каким законом пользовались?

Сегодня научимся делить смешанное число на целое.

Вспоминают распределительное свойство деления.

$$(24+36):6=24:6+36:6.$$

Как применить это свойство к делению смешанного числа на целое? — Чтобы разделить смешанное число на целое, разделим целое число на целое, потом дробь на целое и полученные частные сложим.

Учитель пишет на доске примеры, на которых разбираются различные случаи деления смешанного числа на целое.

$$8\frac{4}{5}:2;\quad 15\frac{3}{4}:5;\quad 3\frac{7}{8}:4;\quad 35\frac{2}{3}:6.$$

Рассматриваются отдельные случаи; ученики делают выводы.

$$1)\ 8\frac{4}{5}:2=\left(8+\frac{4}{5}\right):2=4+\frac{2}{5}=4\frac{2}{5}.$$

Целое число и числитель дроби делятся на делитель.

$$2)\ 15\frac{3}{4}:5=15:5+\frac{3}{4}:5=3+\frac{3}{20}=3\frac{3}{20}.$$

Целое число делится на делитель, а числитель дроби не делится.

3) $3\frac{7}{8} : 4 = \frac{31}{8} : 4 = \frac{31}{32}$. Целое число меньше делителя.

$$4)\ 35\frac{2}{3} : 6 = \left(30 + 5\frac{2}{3}\right) : 6 = 5 + \frac{17}{18} = 5\frac{17}{18}.$$

Делимое разбивается на два слагаемых; из целой части смешанного числа выделяется наибольшее число, делящееся на делитель.

IV. *Самостоятельно.* В тетрадях составляют по два примера на каждый случай и решают их.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 420 (11—16); задача № 365 (1).

30-й урок

Решение задач на движение в одном направлении

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 420 (14—16) проверяется решение у доски. Ответы записываются сразу, потому что вычисления производятся в уме.

2. № 420 (11—14) — решение проверяется с мест.

3. Задача № 365 (1)—решение и объяснение у доски. Составить формулу к этой задаче.

II. *Повторение* (фронтальный опрос). 1. Числа простые и составные. Числа взаимно простые.

2. Что значит: разложить число на множители?

3. Определение НОД и НОК.

III. Работа над задачей, условие которой заранее написано на доске:

Из A в B вышли два поезда. Первый вышел в 8 час. 2 мин. и идет со скоростью 62 *км* в час., второй вышел часом позже и идет со скоростью 55 *км* в час. Когда первый поезд достиг пункта B, второй поезд находился от него на расстоянии 195 *км*. В котором часу первый поезд достиг пункта B и каково расстояние между A и B?

Задача довольно трудная, поэтому помощь учителя необходима. Предлагается ученикам внимательно прочитать условие задачи. Выяснение основных пунктов условия силами учеников. Учитель записывает их на доске.

1. Движение в одном направлении.
2. Выход из одного пункта.
3. Выход в разное время.
4. Скорости движущихся поездов разные.
5. Известно, на сколько всего километров один поезд отстал от другого.

Подчеркивается, сколько пунктов условия задачи надо иметь в виду для составления плана решения задачи.

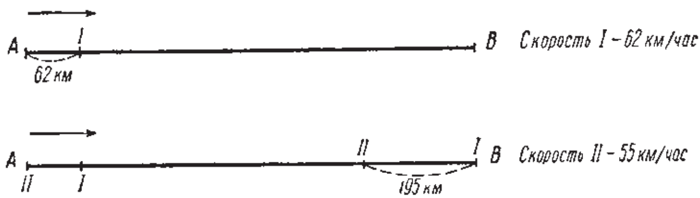


Рис. 18.

Зачитываются итоговые вопросы задачи: 1) найти расстояние между *A* и *B*, 2) найти время, когда первый поезд достиг пункта *B*. Затем проводится работа над графической иллюстрацией к задаче.

Выясняется, что целесообразно иметь два чертежа (рис. 18): момент выхода второго поезда из *A* и момент прихода первого поезда в *B*.

Затем совместно с учениками составляется план решения задачи.

1. На сколько бы километров отстал второй поезд от первого, если бы поезда вышли одновременно?
2. На сколько километров второй поезд отстает от первого в час?
3. Сколько времени был в пути второй поезд до прихода первого в *B*?
4. Сколько всего времени был в пути первый поезд?
5. Чему равно расстояние от *A* до *B*?
6. В котором часу первый поезд достиг пункта *B*?

План повторяется устно, и ученики самостоятельно решают задачу.

Через некоторое время один ученик на доске записывает решение.

IV. *Домашнее задание.* Уметь хорошо объяснить решенную в классе задачу. По задачнику — задача № 133 (1).

31-й урок

Нахождение части числа

(Двумя действиями)

I. *Проверка домашней работы.* 1. Один ученик составляет графическую иллюстрацию и записывает решение задачи № 133 (1).

2. Другой ученик объясняет решение этой задачи.

3. С мест объясняют решенную накануне в классе задачу на движение.

II. *Объяснение нового материала.* Дальше предстоит переход к труднейшему моменту курса — действиям умножения и деления на дробь.

Подготовкой к умножению на дробь является нахождение части числа двумя действиями. Такие задачи решались в IV классе.

Предлагается устно решить задачи.

1. В книге 200 страниц. Ученик прочитал $\frac{3}{4}$ всей книги. Сколько страниц он прочитал?

Задача решается двумя действиями.

$$200:4=50 \text{ (стр.)}; \qquad 50 \cdot 3 = 150 \text{ (стр.)}.$$

2. Ученик подсчитал, что в среднем он делает от дома до школы 1200 шагов. Он прошел $\frac{5}{6}$ расстояния от дома до школы. Сколько он сделал шагов?

Задача решается устно двумя действиями.

Дальше на числовых примерах двумя действиями находится часть целого числа и часть дроби.

Материал излагается в определенной последовательности.

1) Нахождение части целого числа. Найти $\frac{5}{8}$ от 720. Запись делается двойная:

$$720:8=90; \qquad 90 \cdot 5 = 450$$

и в виде формулы с использованием скобок:

$$(720:8) \cdot 5 = 450.$$

Найти $\frac{2}{3}$ от 16.

Запись делается сразу формулой и вводится дробная черта.

$$(16:3)\cdot 2=\frac{16}{3}\cdot 2=\frac{16\cdot 2}{3}=\frac{32}{3}=10\frac{2}{3}.$$

Так же: найти $\frac{3}{4}$ от 18; $\frac{2}{5}$ от 13.

Каждый раз полученный результат сравнивается с числом, часть которого искали.

2) Нахождение части дроби. Найти $\frac{5}{7}$ от $\frac{2}{3}$.

Запись формулы с рассуждением:

$$\left(\frac{2}{3}:7\right)\cdot 5=\frac{2}{21}\cdot 5=\frac{2\cdot 5}{21}=\frac{10}{21}.$$

Так же: найти $\frac{4}{5}$ от $\frac{7}{8}$.

Обратить внимание на сокращение:

$$\left(\frac{7}{8}:5\right)\cdot 4=\frac{7}{8\cdot 5}\cdot 4=\frac{7\cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}}\cdot 5}=\frac{7}{10}.$$

Упражнения у доски: найти $\frac{2}{3}$ от $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{15}$ от $\frac{3}{5}$.

III. *Самостоятельно.* Найти $\frac{2}{3}$ от 20;

$\frac{3}{4}$ от $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{8}$ от $\frac{1}{5}$.

Обобщение. При нахождении части числа мы находим сначала одну часть, а потом указанное число частей.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику № 374; 375; задача № 371. По учебнику § 89, п. 2.

32-й урок

Умножение целого числа на дробь

I. Домашние тетради учеников берутся учителем на дом.

II. *Объяснение нового материала.* Переходим к очень важному вопросу: должны научиться умножать любое число на дробь. На эту тему затратим много уроков.

Надо вспомнить некоторые вопросы, знание которых нам понадобится.

З а д а ч а. В час поезд проходит 65 *км*. Какое расстояние пройдет он за 6 час.?

С какими величинами имеем дело? — Скорость движения, время движения, пройденное расстояние.

Закрепление понимания, что пройденное расстояние находится путем умножения скорости движения на время движения при любых числовых данных.

На доске учитель пишет таблицу, заполняя только первые две графы.

Скорость (в *км/час*)	Время (в часах)	Пройденное расстояние (в километрах)
65	5	$65 \cdot 5 = 325$
65	2	$65 \cdot 2 = 130$
65	$\frac{3}{4}$	$65 \cdot \frac{3}{4} = \frac{65 \cdot 3}{4} = \frac{195}{4} = 48\frac{3}{4}$
65	$\frac{2}{3}$	$65 \cdot \frac{2}{3} = \frac{65 \cdot 2}{3} = \frac{130}{3} = 43\frac{1}{3}$

Предлагается составить задачу к первой строке.

Каким действием решим? Что на что умножим? Какова будет величина произведения по сравнению с величиной множимого? Объяснение. Подчеркивается однородность задач, заключенных в таблице. Запись решения.

Можем ли предвидеть, каким действием будем решать каждую из последующих задач таблицы? Что на что будем умножать? — Скорость движения на время движения.

Составляют и разбирают задачу второй строки.

Особое внимание обращается на следующую задачу.

Поезд идет со скоростью 65 *км/час*. Какое расстояние он пройдет за $\frac{3}{4}$ часа?

Каким действием находится расстояние, мы знаем.

Запись в графе: $65 \cdot \frac{3}{4}$. Анализ. Должны целое число умножить на дробь. Что можно заранее сказать о величине произведения по сравнению с величиной множимого? Почему произведение меньше множимого? — За $\frac{3}{4}$ часа поезд пройдет не 65 *км*, а только $\frac{3}{4}$ этого расстояния.

Сколько километров составит $\frac{3}{4}$ от 65 *км*?

Записывают, как записывали раньше при нахождении части числа.

$$65 \cdot \frac{3}{4} = \frac{65 \cdot 3}{4} = 48\frac{3}{4}(км).$$

Так же подробно разбирают последнюю строку.

Совершенно так же детально разбирается новая задача, где идет речь о цене товара, количестве товара и стоимости.

Предварительно устанавливается зависимость между ценой товара, количеством товара и общей стоимостью. Общая стоимость товара есть результат умножения цены товара на его количество.

На доске учителем пишется таблица, последняя графа которой заполняется вызванными учениками; составляется задача, заранее указывается и объясняется величина произведения по сравнению с величиной множимого, заполняется последняя графа.

Цена (в рублях)	Количество (в килограммах)	Стоимость (в рублях)
13	3	$13 \cdot 3 = 39$
13	$\frac{1}{2}$	$13 \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$
13	$\frac{2}{3}$	$13 \cdot \frac{2}{3} = \frac{13 \cdot 2}{3} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}$
13	$\frac{4}{5}$	$13 \cdot \frac{4}{5} = \frac{13 \cdot 4}{5} = \frac{52}{5} = 10\frac{2}{5}$
13	$\frac{3}{4}$	$13 \cdot \frac{3}{4} = \frac{13 \cdot 3}{4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$

Почему в последних четырех строках произведение меньше множимого? — Потому что искали только часть множимого. Каким действием находили часть числа — множимого? — Часть числа находили умножением на правильную дробь. Что же значит умножить число на правильную дробь? — Это значит найти часть числа.

Обобщение. Познакомились с умножением целого числа на правильную дробь. Умножить целое число на дробь — это значит найти часть числа, поэтому при умножении числа на правильную дробь произведение меньше множимого.

III. *Домашнее задание.* Составить таблицу из пяти задач на вычисление площади прямоугольника, если известно его основание, выраженное целым числом, и его высота, выраженная правильной дробью.

Умножить: $4 \cdot \frac{5}{6}$; $15 \cdot \frac{2}{3}$; $25 \cdot \frac{1}{3}$; $90 \cdot \frac{5}{8}$. По задачнику решить задачу № 134 (2).

33-й урок

Умножение целого числа на дробь

(закрепление)

I. *Проверка домашней работы.* 1. Два вызванных ученика записывают на доске свои таблицы. Таблицы не стираются.

2. Примеры исправляются с мест.

3. Решение задачи № 134 (2) записывается на доске.

II. *Объяснение нового материала.* Производится работа над двумя таблицами, написанными учениками на доске.

Посмотрим, какое же правило применяется при умножении целого числа на дробь.

Из таблицы выписываются отдельно 3—4 примера и на них проводятся наблюдения над механизмом умножения целого числа на дробь.

$$15 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15 \cdot 3}{4} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}; \qquad 12 \cdot \frac{2}{3} = \frac{\overset{4}{\cancel{12}} \cdot 2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 8;$$

$$25 \cdot \frac{7}{10} = \frac{\overset{5}{\cancel{25}} \cdot 7}{\underset{2}{\cancel{10}}} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}.$$

Наблюдения. Везде целое число умножается на числитель дроби и полученное произведение делится на знаменатель дроби.

Просмотром других примеров окончательно закрепляется правило умножения целого числа на дробь. Обращается внимание на необходимость своевременного сокращения.

Решение у доски: $17 \cdot \frac{2}{5}$; $14 \cdot \frac{3}{7}$; $72 \cdot \frac{17}{60}$.

Записать на доске решение задачи.

Книга содержит 140 страниц. Ученик прочитал $\frac{5}{7}$ всей книги. Сколько страниц ему осталось читать? Решить двумя способами.

Составить задачи к формулам: $100 \cdot \frac{2}{5}$; $24 \cdot \frac{5}{7}$.

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 89, п. 3 (с половины стр. 107). Составить задачу, в которой придется умножить целое число на дробь. По задачнику—№ 385 (1—5). Решить примеры: $15 \cdot \frac{5}{6}$; $28 \cdot \frac{4}{7}$; $125 \cdot \frac{4}{45}$.

34-й урок

Нахождение процента числа

I. *Проверка домашней работы.* 1. Зачитываются несколько составленных учениками задач.

2. № 385 (1—5) записывается на доске.

3. Примеры на умножение проверяются с мест.

II. *Устно.* Найти x:

1) $x + \frac{3}{10} = 5\frac{7}{10}$; 2) $x - \frac{11}{90} = \frac{5}{18}$; 3) $x + \frac{3}{5} = \frac{13}{15}$.

III. *Объяснение нового материала.* Как находили часть (дробь) числа? Научимся сегодня находить процент числа.

Процент — это дробь с постоянным знаменателем 100.

Составление небольшой таблицы, запись ее в тетрадях.

$1\% = \frac{1}{100}$; $4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$; $5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$.

Так же 10%, 20%, 25%, 40%, 50%, 75%, 100%.

Когда нам надо будет находить процент числа, мы будем проценты переводить в дроби и находить дробь числа. Каким действием?

Задача. В книге 120 страниц. Ученик прочитал 25% страниц книги. Сколько страниц он прочитал?

Запись под руководством учителя.

Найти 25% от 120.

$$25\% = \frac{1}{4}; \qquad 120 \cdot \frac{1}{4} = 30.$$

У доски решить № 399 (2). К некоторым примерам составить задачи.

IV. *Самостоятельно.* № 399 (1), кроме последнего примера.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 398 (1); 400; 401. Выучить таблицу перевода процентов в дробь.

35-й урок

Умножение дроби на дробь

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 398 (1) и 400 проверяются с мест.

2. № 401 — решение проверяется у доски.

II. *Устно.* 1) Сумма двух чисел равна $4\frac{1}{2}$, а их разность равна $\frac{1}{2}$. Найти бо́льшее число.

2) Составить задачу такого вида с дробными данными.

III. *Объяснение нового материала.* Что наблюдали при сравнении величины произведения с величиной множимого при умножении на правильную дробь? Почему произведение меньше множимого?

$6 \cdot \frac{3}{4}$ — ученик отвечает правило умножения.

Можно сказать вместо «целое число» так: надо множимое умножить на числитель множителя и полученное произведение разделить на знаменатель множителя.

Независимо от величины множимого при умножении на дробь всегда множимое надо умножить на числитель множителя и полученное произведение разделить на его знаменатель.

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}.$$

Чем отличается данный пример от всех предшествующих? — На дробь умножается не целое число, а дробь.

Что значит $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}$?— Это значит найти $\frac{2}{3}$ от числа $\frac{3}{4}$.

Не имея еще произведения, можем ли утверждать, какова будет его величина по сравнению с величиной множимого? Проверим наше утверждение после получения произведения.

Применим только что прочитанное нами правило умножения на дробь.

Рассказывают правило и попутно делают запись на доске:

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}=\left(\frac{3}{4}\cdot 2\right):3=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}}\cdot\underset{1}{\cancel{3}}}=\frac{1}{2}$$

Так же: $\frac{8}{15}\cdot\frac{2}{7}=(\frac{8}{15}\cdot 2):7=\frac{8\cdot 2}{15\cdot 7}=\frac{16}{105}$.

Формулируют правило умножения дроби на дробь (по учебнику).

Сравним величину произведений с величиной множимого. Убеждаются в справедливости предварительного утверждения.

З а д а ч а. 1 *кг* соли стоит $\frac{4}{5}$ руб. Сколько стоит $\frac{3}{4}$ *кг* соли?

С какими величинами имеем дело в условии задачи? — Цена товара и его количество.

Ищется, какая величина? Каким действием найдем?

Что на что умножим? $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}\cdot 3}{5\cdot\underset{1}{\cancel{4}}}=\frac{3}{5}$ (руб.)

Вычисляют у доски:

$$1)\ \frac{3}{8}\cdot\frac{6}{13};\quad 2)\ \frac{11}{12}\cdot\frac{1}{2};\quad 3)\ \frac{2}{5}\cdot\frac{6}{11}.$$

Запись правила в общем виде:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

IV. *Самостоятельно.*

$$1)\ \frac{17}{18}\cdot\frac{15}{34};\quad 2)\ \frac{16}{51}\cdot\frac{17}{32};\quad 3)\ \frac{21}{100}\cdot\frac{10}{11}.$$

Такое же правило умножения применяется при наличии нескольких перемножаемых дробей: произведение числителей разделить на произведение знаменателей:

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot\overset{3}{\cancel{6}}\cdot\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}\cdot 7\cdot\underset{1}{3}}=\frac{3}{7}$$

Особенно подчеркивается значение сокращения.

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{13}{14}\cdot\frac{7}{26}.$$

Повторяются основные этапы урока.

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 89, п. 4. По задачнику — № 387 (1—3); 390 (1—3); 402.

36-й урок

Умножение смешанного числа на дробь

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 390 (1—3) записывается на доске.

Следят за сокращением дробей.

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{8}{15}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot\overset{1}{\cancel{5}}\cdot\overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{4}}\cdot\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{6}}\cdot\underset{3}{\cancel{15}}}=\frac{1}{3}.$$

2. № 387 (1—3) и задача № 402 проверяются с мест.

II. *Устно.* В двух кусках $12\frac{2}{5}$ *м* материи, причем во втором куске в три раза и еще на $\frac{2}{5}$ *м* больше, чем в первом. Сколько материи во втором куске?

III. *Объяснение нового материала.* На доске записано:

$$60 \cdot \frac{6}{11}; \ \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}; \quad 5\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}.$$

Наблюдения: 1) везде умножение на правильную дробь; 2) разница во множимых. Какие из этих заданий мы умеем выполнять?

Находят результаты в первых двух случаях. Сравнивают величину произведения с величиной множимого. Затруднение — в третьем случае. Нельзя ли умножение смешанного числа на дробь свести к умножению дроби на дробь?

Обратить смешанное число в неправильную дробь.

$$5\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{11}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{11 \cdot \cancelto{1}{2}}{\cancelto{1}{2} \cdot 3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}.$$

Сравнивают величину произведения с величиной множимого. Дают объяснение.

Упражнения у доски:

$$1)\ 3\frac{5}{6} \cdot \frac{8}{13}; \quad 2)\ 5\frac{5}{7} \cdot \frac{9}{20}; \quad 3)\ 4\frac{11}{48} \cdot \frac{6}{7} - 1\frac{4}{9}.$$

IV. *Самостоятельно.*

$$1)\ 2\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8}; \quad 2)\ 6\frac{1}{5} \cdot \frac{15}{16}; \quad 3)\ 8\frac{1}{10} \cdot \frac{35}{36} + 3\frac{1}{15} \cdot \frac{65}{69}.$$

V. *Домашнее задание.* Самим составить и решить пять примеров на умножение смешанного числа на дробь.

Вычислить:

$$4\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{16}; \quad 5\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{17} \cdot \frac{51}{64}.$$

По задачнику — № 405 (1).

37-й урок

Умножение на смешанное число

I. *Проверка домашней работы.* 1. Два ученика выписывают решение составленных примеров на доске. Класс проверяет.

2. Остальные примеры и задача проверяются с мест.

II. *Объяснение нового материала.* Что значит умножить любое число на правильную дробь?

Задача. 1 *м* материи стоит 8 руб. Сколько стоят $2\frac{1}{2}$ *м*?

Решают по соображению.

Сравнивают величину произведения с величиной множимого.

Почему произведение больше множимого? — Мы множимое взяли два раза слагаемым, да еще прибавили половину множимого.

Так же рассуждают при умножении: $12 \cdot 3\frac{1}{2}$.

$\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{3} = \frac{3}{4} \cdot 4 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}$ — получается довольно сложное вычисление.

Нельзя ли умножение на смешанное число свести к умножению на дробь? Как? — Надо смешанное число обратить в неправильную дробь и умножать, как дробь на дробь.

Переделывают данные выше примеры по новому правилу.

Заранее определить величину произведения по сравнению с величиной множимого при умножении любого числа на $\frac{6}{7}$; на $\frac{5}{2}$.

$3\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{11}{3} \cdot \frac{5}{2}$ и т. д. Объяснение ответа.

На следующих примерах объясняют все случаи умножения дробей: смысл умножения; величина произведения по сравнению с величиной множимого; формулировка правила умножения.

Выполнить упражнения:

$$5 \cdot \frac{2}{3}; \qquad 4 \cdot 1\frac{1}{2};$$

$$\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}; \qquad \frac{8}{9} \cdot 3\frac{2}{3};$$

$$2\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{7};\qquad 1\frac{3}{4}\cdot 2\frac{1}{2}.$$

III. *Самостоятельно.* № 387 (4—7).

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 89, п. 5. Повторить все случаи умножения. По задачнику — № 387 (8, 9); 391 (1, 2). Задача № 396 (2). План решения задачи составить аналитическим путем, т. е. начиная с главного вопроса.

38-й урок

Все случаи умножения дробей

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 387 (8, 9); 391 (1, 2) проверяются у доски.

После способа последовательного умножения показывается запись на общей черте:

$$2\frac{1}{2}\cdot 3\frac{2}{3}\cdot 4=\frac{5\cdot 11\cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\cdot 3}=\frac{110}{3}=36\frac{2}{3}.$$

2. Задача № 396 (2) — решение зачитывается с мест.

II. *Повторение.* 1. Основное свойство дроби.

2. Что значит сократить дробь? Какое число подыскивается при полном сокращении дроби?

Сократить: $\frac{32}{40};\ \frac{12}{244}$.

III. *Устно.* № 388 с полным объяснением.

IV. *Упражнения.* Вспоминают и иллюстрируют примерами законы умножения.

Проверим, остаются ли эти законы в силе при применении к дробным числам.

Справедливы ли следующие равенства:

$$1\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{4}\cdot 1\frac{2}{5}?;\qquad \left(\frac{7}{8}\cdot 2\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{8}\cdot\left(2\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\right)?$$

Решают в тетрадях двумя способами № 392 (1) и делают вывод, что умножение дробных чисел подчиняется переместительному и сочетательному законам.

Решить на доске с использованием законов умножения пример № 392 (2).

$$\left(1\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{5}{9}\cdot\frac{9}{10}\right)=1\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$$

Предлагается самим сделать вывод о распределительном законе на примерах:

$$\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{7}\cdot\frac{3}{4}+\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{4}=\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{7}+\frac{4}{7}\right)\cdot\frac{3}{4}=1\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{4}.$$

Составить самим и решить пример на применение распределительного закона.

Решение у доски: $5\frac{1}{2}\cdot 7\frac{6}{11}$; $3\frac{5}{9}\cdot 4\frac{7}{8}$; $8\frac{12}{31}\cdot 9\frac{8}{13}$.

V. *Домашнее задание.* По задачнику № 392 (3, 4); задача № 381.

39-й урок

Три действия с дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. С мест заслушивается несколько задач, составленных учениками к № 381.

2. № 392 (3, 4) решается на доске с использованием законов действий.

II. *Повторение.* 1. Почему сокращение дробей и приведение дробей к общему знаменателю — это не действия с дробями, а преобразования дробей?

2. Что значит привести дроби к общему знаменателю? Как выполняется это преобразование дробей?

3. Привести к общему знаменателю: $\frac{7}{8}$, $\frac{14}{15}$ и $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{48}$ и $\frac{7}{240}$.

III. *Упражнения.* К доске вызывают двух учеников: один решает по задачнику № 406 (5), другой № 407 (3). Класс самостоятельно решает первый из этих примеров.

По окончании решения сверяются работы учащихся с результатом работы на доске. Пример № 407 (3) проверяется с участием класса.

IV. *Самостоятельно.* № 407 (4).

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 412 (1); 407 (5).

40-й урок

Три действия с дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 407 (5) — полная запись на доске. В процессе исправления спрашиваются правила действия с дробями.

2. № 412 (1) проверяется с мест.

II. *Решение задач.* Задача № 414 (2). Самостоятельно читают условие задачи.

С участием всего класса составляется схема записи условия.

По горизонтальному пути	$\frac{8}{9}$ всего расстояния	Всего 540 *км*
При подъеме	$\frac{7}{15}$ остатка	
Под уклон	остальное	

Сколько километров прошел поезд под уклон?

По схеме повторяется условие задачи.

Составляется и записывается в тетради план решения. Решают самостоятельно. Решение исправляется с мест.

Следующая задача записывается на доске.

Размеры кирпича: 25 *см*, 12 *см* и $6\frac{1}{2}$ *см*. Вес 1 *куб. дм* кирпича колеблется от $1\frac{2}{5}$ *кг* до $1\frac{7}{10}$ *кг*. Определить вес 1000 кирпичей.

Договориться, с какой точностью вести вычисление. —С точностью до 1 *т*.

Устно ставятся полные вопросы, вычисление дается на дом.

III. *Домашнее задание.* Записать решение задачи о кирпиче. По задачнику — № 407 (6).

41-й урок

Решение задач на три действия

I. *Проверка домашней работы.* 1. Решение примера № 407 (6) с записью на доске.

2. Задача о кирпиче проверяется с мест.

II. *Устно.* 1) Утроить число 12. 2) Удвоить число $3\frac{1}{2}$. № 410 — запись формулы на доске, вычисления устно.

III. *Решение задач.* Читают задачу № 414 (1). Содержание повторяется по вопросам. Всему классу предлагается составить схему условия.

Учитель, обходя класс, просматривает составленную схему. К доске вызывается ученик, составивший схему достаточно удачно. Схема исправляется всем классом.

I	$\frac{3}{14}$ всего количества яблок	
II	$\frac{5}{11}$ остатка	Всего 602 *кг*
III	$\frac{5}{6}$ нового остатка	

Сколько яблок осталось после трех продаж?

Самостоятельно записывают план в тетради. Составленный план проверяется. Решение задачи дается на дом.

Решают пример на доске:

$$\left[\left(\frac{5}{12}+\frac{17}{30}+\frac{17}{20}\right)\cdot 60-55\frac{3}{4}\right]\cdot\frac{4}{7}-31.$$

Для решения примера последовательно вызывают трех учеников.

Использовать распределительный закон при умножении на 60.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику —задача № 414 (1) примеры № 409 (2, 3).

42-й урок

Контрольная работа

Домашние тетради отбираются.

1-й вариант (Условие задачи не переписывается.)

1. Задача. Пароход прошел 450 *км* за три дня. В первый день он прошел $\frac{4}{15}$ всего расстояния, во второй $\frac{6}{11}$ остатка, а в третий день — оставшееся расстояние. Какой путь он прошел за третий день?

2. Вычислить:

$$\left[\left(2\frac{1}{28}\cdot 6-\left(2\frac{11}{21}\cdot\frac{1}{2}+7\frac{11}{21}\right)\right]\cdot 1\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{17}.$$

2-й вариант

1. З а д а ч а. 270 *кг* яблок распроданы в три дня. В первый день продано $\frac{7}{18}$ всех яблок, во второй день $\frac{7}{11}$ оставшихся яблок, а остальные — в третий день. Сколько яблок продано в третий день?

2. Вычислить:

$$\left[\left(3\frac{2}{5}+1\frac{7}{10}\right)\cdot 1\frac{3}{17}-\frac{69}{80}\cdot\left(2\frac{7}{23}-1\frac{45}{46}\right)\right]\cdot\frac{16}{183}.$$

43-й урок

Решение задач с составлением формулы

I. *Анализ контрольной работы.* Решение задач не могло затруднить учеников, более сложные задачи этого типа они уже решали, поэтому основное внимание обращается на вычисление примеров.

Обратить внимание на рационализацию вычислений, например:

$$2\frac{1}{28}\cdot 6=12\frac{6}{28}=12\frac{3}{14};\qquad 2\frac{11}{21}\cdot\frac{1}{2}=1\frac{11}{42}.$$

$$\frac{69}{80}\cdot\frac{15}{46}=\frac{\overset{3}{\cancel{69}}\cdot\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{16}{\cancel{80}}\cdot\underset{2}{\cancel{46}}}=\frac{9}{32}\text{ и т. д.}$$

II. *Решение задач.* Задача № 413 (2). Составить постепенно нарастающую формулу с пояснением каждого звена ее. Запись будет иметь такой вид:

1) $10\frac{1}{2}\cdot 25$; 3) $12\frac{2}{5}\cdot(40-25)$;

2) $40-25$; 4) $10\frac{1}{2}\cdot 25+12\frac{2}{5}\cdot(40-25)$.

$$x=10\frac{1}{2}\cdot 25+12\frac{2}{5}(40-25).$$

С мест поясняют значение каждого действия формулы. Весь класс вычисляет составленную формулу.

Таким же способом у себя в тетрадях ученики составляют формулу к задаче № 380 (2). Объяснение и проверка формулы с мест.

III. *Домашнее задание.* По задачнику — № 380 (1) и 322 (2). Составьте к задачам нарастающие формулы и вычислите их.

44-й урок

Решение задач

I. *Проверка домашней работы.* 1. Два ученика записывают на доске составленные формулы к задачам № 380 (1) и 322 (2).

2. С мест ученики объясняют каждое звено формулы.

II. *Решение задач.* Условие следующей задачи записывается на доске.

Задача. Для выполнения работы поставлено трое рабочих, из которых первый мог выполнить работу за 8 дней, второй—за 12 дней, третий—за 10 дней. Какая часть работы осталась невыполненной после трех дней их совместной работы?

Всю работу принимаем за 1. Устно составляется план решения задачи.

Вопросы:

1) Какую часть всей работы выполнил в день первый рабочий?

$$1 : 8 = \frac{1}{8} \text{ и т. д.}$$

Ученики решают самостоятельно в своих тетрадях (без вопросов). Проверяется решение с повторной постановкой устных вопросов. План задачи № 416(2) учащимися записывается в тетрадях. Решение задается на дом.

III. *Домашнее задание.* По задачнику — № 416 (2) — решение выполнить с постановкой полных вопросов; задача № 415 (2). Решить пример:

$$\left(40\frac{7}{15} - 29\frac{8}{35}\right) \cdot \left(28 - 3\frac{4}{7} \cdot 4\frac{1}{5}\right).$$

45-й урок

Вычисление площади поверхности прямоугольного параллелепипеда

I. Домашние тетради берутся учителем на дом.

II. *Устно.* 1) Вычислить площадь квадрата, если сторона его равна $\frac{3}{4}$ *дм.*

2) Вычислить площадь прямоугольника, если основание его равно $2\frac{1}{2}$ *см*, а высота 3 *см.*

III. *Объяснение нового материала.* Урок о вычислении площади поверхности прямоугольного параллелепипеда проводится по учебнику, § 99.

IV. *Домашнее задание.* Склеить прямоугольный параллелепипед произвольной формы и размеров. Вычислить площадь его полной поверхности, записав вычисления в тетради.

Вычислить площадь полной поверхности спичечной коробки, сделав линейные измерения с точностью до миллиметра.

46-й урок

Задачи на вычисление площади полной поверхности прямоугольного параллелепипеда

I. *Проверка домашней работы.* 1. Соседи на парте меняются склеенными дома параллелепипедами, измеряют площадь полной поверхности и сличают с вычислением соседа. При наличии сильных расхождений делают дополнительно два-три измерения и проверяют вычисления.

2. Проверяется вычисление площади полной поверхности спичечной коробки.

II. *Устно.* 1. Вычислить площадь поверхности и объем куба с ребром 3 *см*; $\frac{1}{2}$ *см.*

2. Вычислить площадь поверхности и объем прямоугольного параллелепипеда, имеющего ребра длиной 4 *см*, 5 *см*, 6 *см.*

III. *Решение задач.* Решим сегодня практическую задачу такого содержания: Надо составить смету расходов на побелку стен и потолка вашего класса.

Какую геометрическую фигуру представляет класс? Что надо будет вычислить для составления сметы? — Площадь боковой поверхности и площадь верхнего основания.

Какие числовые данные надо иметь для составления сметы?

Записывают у себя в тетрадях.

1. Длина класса. 2. Ширина класса. 3. Высота класса. 4. Число окон. 5. Ширина окна. 6. Высота окна. 7. Число дверей. 8. Ширина каждой двери. 9. Высота двери. 10. Стоимость побелки 1 *кв. м.*

Какие числа будут точные? А остальные числа будут какими? Почему приближенными?

Условимся измерения производить с точностью до 1 *дм.*

После этого начинаются измерительные работы. Для контроля измерений сразу вызывают двух учеников, которые рулеткой производят измерения двух противоположных стен.

Результаты сверяются и записываются в тетради учеников.

Так же производится измерение длины и ширины окон и дверей. Сообщается цена побелки 1 *кв. м.* Все данные для составления сметы имеются. Ученики рассказывают весь план вычислительной работы. Вся вычислительная работа дается на дом.

IV. *Домашнее задание.* Докончить задачу на составление сметы. Решить пример:

$$\left[\left(8\frac{7}{12}-5\frac{19}{36}\right)\cdot 1\frac{4}{5}-4\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{26}\right]\cdot 1\frac{2}{5}.$$

47-й урок

Решение задач

I. *Проверка домашней работы.* 1. Решение примера записано на доске. Обратить внимание на своевременное сокращение.

2. Тетради с записью задачи берутся учителем на дом.

II. *Устно.* 1) Некоторая работа может быть выполнена за $7\frac{1}{2}$ час. Какая часть работы выполняется в час?

2) Одна труба может наполнить бак за 25 мин., другая — за 20 мин. Какая часть бака наполнится в минуту, если одновременно открыть обе трубы?

III. *Решение задач.* Задача. Двое рабочих взялись вырыть канаву. Первый рабочий, работая один, может выполнить всю работу за $12\frac{1}{2}$ час., один второй рабочий может выкопать всю канаву за 10 час. Они начали работу одновременно и проработали 3 часа. Какая часть канавы еще не вырыта?

На доске записаны только числовые данные.

Повторяется условие задачи.

Объем всей работы принимаем за 1.

Устно ставятся полные вопросы. Решение записывается.

Какую часть всей работы первый рабочий выполняет в час, если всю работу он может выполнить в $12\frac{1}{2}$ час.?

$$1 : 12\frac{1}{2} = \frac{2}{25}.$$

Дальше решается вся задача. Затем все решение повторяется.

IV. *Самостоятельно.* Условие второй задачи записано на доске.

Задача. Надо было переписать на машинке рукопись. Одна машинистка бралась переписать ее за $12\frac{1}{2}$ час., другая — за 15 час. За сколько времени перепишут ее две машинистки, работая вместе?

Ученики без вопросов решают задачу в своих тетрадях. Решение проверяется с постановкой полных вопросов.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 412 (1, 2).

Пример.

$$\left(12\frac{4}{5}\cdot 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11}\cdot 4\frac{1}{8}\right)\cdot 5\frac{3}{4} - 8\frac{3}{7}.$$

48-й урок

Контрольная работа

Домашние работы берутся учителем на дом.

1-й вариант

1. Вычислить $\left[\left(5\frac{7}{12}-3\frac{17}{36}\right)\cdot 2\frac{1}{2}-\frac{3}{26}\cdot 4\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{1}{2}$.

2. Задача. В ванну проведены две трубы. Через первую ванна может наполниться в 20 мин., через вторую — в 15 мин. Какая часть ванны осталась ненаполненной, если обе трубы открыты в течение 6 мин.?

2-й вариант

1. Вычислить: $\left[2\frac{1}{28}\cdot 5-\left(2\frac{11}{21}\cdot\frac{1}{2}+7\frac{11}{12}\right)\right]\cdot\frac{5}{16}$.

2. Задача. Из двух городов навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Один поезд может пройти все расстояние между городами за 45 час., другой — за 60 час. Какая часть всего расстояния останется между поездами через 24 часа после их выхода?

49-й урок

Анализ контрольной работы

Оба примера решаются у доски учениками, имеющими ошибки в этих примерах. В примерах разбирается порядок действий и подробно каждое отдельное действие.

Учитываются все моменты рационализации вычислений, например:

$\frac{3}{26}\cdot 4\frac{1}{3}$ — сокращение на 13;

$2\frac{1}{28}\cdot 6$ — распределительный закон;

$2\frac{11}{21}\cdot\frac{1}{2}$ — достаточно разделить на 2 и т. д.

Два средних ученика решают у доски задачи из контрольной работы, каждый — свой вариант.

Объяснение к решению задач дают ученики, не справившиеся с работой. Сильным учеником устно составляется план решения задачи № 323 (1).

Домашнее задание. Решить примеры:

$$\left[\left(\frac{15}{28}-\frac{11}{36}\right)\cdot\frac{21}{29}+6\frac{6}{7}\cdot1\frac{1}{16}\right]\cdot\frac{2}{33};$$

$$\left(\frac{5}{18}+\frac{7}{12}+\frac{4}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{20}{47}\right)\cdot\left(1\frac{1}{4}-\frac{17}{20}\right).$$

По задачнику —задача № 323 (1) с полными вопросами.

50-й урок

Деление дроби на целое число

I. *Проверка домашней работы.* 1. Первый из заданных примеров проверяется с мест.

2. Второй пример — на доске. Вычислением действий внутри скобок подготовить три сомножителя, которые и нанести на общую черту.

II. *Объяснение нового материала.* Вспоминаем с учениками, какие же действия с дробями умеем производить? — Сложение, вычитание и умножение. Переходим к последнему действию — делению.

Первый урок посвящается делению дроби на целое число. Деление дроби на целое число — урок повторительного характера.

Повторить определение действия деления в области целых чисел. Это определение остается в силе и в действиях с дробями.

Что происходит с величиной дроби при делении ее на целое число? — Дробь уменьшается в несколько раз.

$$\frac{10}{13}:5=\frac{2}{13}.$$

Каким действием произвести проверку?— Обратным действием —умножением.

$$\frac{2}{13} \cdot 5 = \frac{10}{13}.$$

Вспоминают способы деления дроби на целое число.

Возможны два способа.

$$\frac{6}{17} : 3 = \frac{2}{17};$$

$$\frac{6}{17} : 3 = \frac{6}{51} = \frac{2}{17}.$$

Возможен только один способ.

$$\frac{5}{17} : 3 = \frac{5}{51}.$$

Почему в левом столбце возможны два способа деления? Почему в правой части один из способов деления применить нельзя? Если возможны оба способа, то которым лучше пользоваться? Почему?

Обратить внимание на сокращение дроби.

$$\frac{15}{28} : 20 = \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{28 \cdot \underset{4}{\cancel{20}}} = \frac{3}{112}$$

В знаменателе — произведение. Как разделить произведение?

Частный случай — деление на 1: $\frac{3}{8} : 1 = \frac{3}{8}$.

Деление целого числа на целое, например $2 : 3$.

Р а с с у ж д е н и е. Одну единицу разделим на 3, получим $\frac{1}{3}$, от деления на 3 второй единицы получим еще $\frac{1}{3}$.

Итак, $2 : 3 = \frac{2}{3}$. П р о в е р к а. $\frac{2}{3} \cdot 3 = 2$.

Так же с рассуждением $5 : 6$.

В ы в о д. От деления целого числа на целое получается дробь, числитель которой равен делимому, а знаменатель — делителю.

Решить у доски: $\frac{5}{9} : 10$; $\frac{25}{61} : 3$; $7 : 8$; $\frac{15}{32} : 5$; $\frac{81}{125} : 9$.

III. *Самостоятельно.* $\frac{2}{3}:6$; $\frac{16}{25}:8$; $\frac{5}{8}:10$;

$\frac{12}{35}:24$; $\frac{7}{9}:3$; $\frac{3}{4}:9$; $6:7$.

IV. *Домашнее задание.* Решить примеры: $\frac{1}{3}:4$; $\frac{4}{9}:8$; $\frac{25}{36}:5$; $\frac{14}{25}:7$; $12:13$. По задачнику—задача № 416 (1).

По учебнику—§ 90, пп. 1 и 2.

51-й урок

Деление смешанного числа на целое число

I. *Проверка домашней работы.* 1. Примеры проверяются с мест.

2. Запись решения задачи № 416 (1) делается на доске, объяснение решения задачи дается с мест.

II. *Повторение.* 1. Законы и свойства сложения в применении к дробям:

$$\frac{5}{6}+\frac{13}{17}+\frac{1}{6}+\frac{4}{17}; \qquad \frac{3}{4}+\left(8\frac{5}{19}+1\frac{1}{4}\right);$$

$$5\frac{6}{7}+\left(3\frac{1}{6}-2\frac{6}{7}\right).$$

2. Деление смешанного числа на целое.

Повторение проводится в определенной последовательности, примеры решаются на доске.

$$1)\ 18\frac{6}{7}:3; \qquad 3)\ 5\frac{3}{5}:8;$$

$$2)\ 12\frac{3}{5}:4; \qquad 4)\ 45\frac{3}{4}:6.$$

Проделанные упражнения обобщаются: при делении смешанного числа на целое используется распределительное свойство деления: отдельно делится целое число и отдельно дробь. В неправильную дробь делимое обращается только в том случае, если целое меньше делителя.

III. *Самостоятельно.* 1) $20\frac{4}{5} : 4$; 2) $6\frac{3}{4} : 8$; 3) $15\frac{3}{8} : 5$.

Задача № 415(1) решается в тетрадях без вопросов, исправляется с мест.

IV. *Домашнее задание.* Решить примеры:

$$4\frac{4}{5} : 2; \quad 8\frac{1}{2} : 9; \quad 40\frac{1}{2} : 3; \quad 42\frac{3}{8} : 20.$$

По задачнику — № 418; 417 (1) — пояснить.

52-й урок

Нахождение целого по его части

(двумя действиями)

I. *Проверка домашней работы.* 1. Примеры проверяются с мест.

2. № 418 проверяется с мест.

3. Составление задачи к формуле № 417 (1) опрашивается с мест у нескольких учеников.

II. *Повторение.* Прибавление и вычитание разности на примерах.

III. *Устно.* 1) № 422 (1).

2) $\frac{1}{5}$ цены 1 *кг* сахара равна 2 руб. Сколько стоит 1 *кг* сахара?

3) 400 руб. составляют $\frac{4}{5}$ стоимости фотоаппарата. Сколько стоит фотоаппарат?

Устно дают ответ и объясняют порядок решения: сначала находим $\frac{1}{5}$ стоимости фотоаппарата, а затем полную стоимость, т. е. $\frac{5}{5}$.

IV. *Объяснение нового материала.* Задача. $2\frac{3}{4}$ руб. составляют $\frac{11}{25}$ цены книги. Сколько стоит книга?

Записывают на доске и в тетради с постановкой вопросов

1) Чему равна $\frac{1}{25}$ цены книги?

$$2\frac{3}{4}:11=\frac{11}{4}:11=\frac{1}{4} \text{ (руб.)}.$$

2) Сколько стоит книга?

$$\frac{1}{4}\cdot 25 = 6\frac{1}{4} \text{ (руб.)}.$$

О т в е т. Книга стоит $6\frac{1}{4}$ руб.

Записывают на доске № 422 (2).

Искомое — объем бака. Обозначим его через x. Тогда условие задачи запишется так:

$$\frac{3}{5}x = 15; \qquad \frac{1}{5}x = 15:3 = 5;$$

$$x = 5\cdot 5 = 25 \text{ (л)}.$$

V. *Самостоятельно.* В тетрадях записать решение № 423 (1). № 427 (1, 2) — у доски.

Ученики читают: $\frac{18}{19}$ неизвестного (или искомого) числа равны 36.

Найти неизвестное число.

$$\text{Запись: } \frac{18}{19}x = 36; \quad \frac{1}{19}x = 36:18 = 2;$$

$$x = 2\cdot 19 = 38.$$

Так же № 427 (2).

VI. *Домашнее задание.* По задачнику—№ 422 (3); 427(3,4). Задача № 133 (2). Составить к ней графическую иллюстрацию.

53-й урок

Нахождение целого по его части

(двумя действиями)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 422 (3) проверяется с мест.

2. № 427 (3, 4) — запись на доске. 3. Задача № 133 (2).

На доске приготовлена графическая иллюстрация и решение (рис. 19).

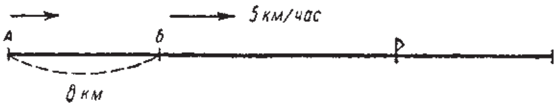


Рис. 19.

Решение. 12 мин. $= \frac{1}{5}$ часа.

1) $5\cdot\frac{1}{5} = 1$ (*км*); 2) $8 + 1 = 9$ (*км*); 3) $9\cdot 5 = 45$ (*км* в час).

Полное объяснение с мест.

Коллективно составляется формула:

$$x = \left(5\cdot\frac{1}{5} + 8\right)\cdot 9.$$

II. *Объяснение нового материала.* В дальнейших упражнениях указывается новая запись.

Работа проводится у доски и переносится в тетради учеников.

$$\frac{4}{5}x = 16; \qquad \frac{1}{5}x = \frac{16}{4};$$

$$x = \frac{16}{4}\cdot 5 = \frac{\overset{4}{\cancel{16}}\cdot 5}{\underset{1}{\cancel{4}}} = 20.$$

Дальше запись короче:

$$\frac{8}{11}x = 120; \quad x = \frac{\overset{15}{\cancel{120}}\cdot 11}{\underset{1}{\cancel{8}}} = 165.$$

Так же: $\frac{15}{22}x = 25.$

III. *Самостоятельно.* № 424 — с новой записью. Задача № 423 (2).

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 425 (весь); 403 (2).

54-й урок

Деление целого числа на дробь

I. *Проверка домашней работы.* Вся домашняя работа быстро проверяется с мест, а форма записи просматривается учителем обходом по классу.

II. *Объяснение нового материала.* Сегодня будем разбирать очень важный вопрос: деление целого числа на дробь.

Повторяется определение деления как действия, обратного умножению: в делении дается произведение и один сомножитель, а ищется второй сомножитель.

$$25 \cdot x = 150.$$

Анализ примера: дано умножение; известен один сомножитель и произведение, ищется второй сомножитель.

Каким действием найдем неизвестный сомножитель?

$$x = 150 : 25; \qquad x = 6.$$

Еще раз повторяется, как находится один из двух сомножителей по произведению и другому сомножителю.

Пишется на доске пример:

$$\frac{2}{3} x = 18.$$

Такой пример знаком ученикам. Чтение примера учеником: $\frac{2}{3}$ неизвестного числа равны 18. Найти неизвестное число.

Ученики умеют решение этого примера записать коротко:

$$\frac{2}{3} x = 18.$$

$$x = \frac{\overset{9}{\cancel{18}} \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 27.$$

Запись на доске сохраняется.

Этот же пример записывается со знаком умножения и разбирается иначе:

$$\frac{2}{3} \cdot x = 18;$$

Какое действие в данном примере? — Умножение.

Разбор компонентов: $\frac{2}{3}$ и x — сомножители; 18 — произведение.

Какие числа даны в примере? Что ищется? Каким действием находится сомножитель по произведению и другому сомножителю?

К записанному ранее добавляется: $x = 18 : \frac{2}{3}$.

Выбор действия деления вполне обоснован, но делить целое число на дробь ученики не умеют.

Возвращают учеников к той записи, которая сохранена на доске.

Ученик уже получил ответ к этому примеру, рассуждая, что ему дана часть неизвестного числа, а ищется все неизвестное число.

Получается запись:

$$\frac{2}{3}x = 18; \qquad x = 18 : \frac{2}{3} = \frac{\overset{9}{\cancel{18}} \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 27.$$

В чем состояло задание? — Надо было найти все число, зная часть числа и величину этой части.

Каким действием находим все число по его части? —Делением.

Учитель сам еще раз обобщает ответ: Когда надо найти неизвестное число, зная часть этого числа и величину (значение) этой части, надо употребить деление на дробь, т.е. значение заданной части разделить на заданную часть.

Упражнения у доски с полным рассуждением:

$$\frac{3}{4}x = 15; \quad \frac{4}{5}x = 25; \quad \frac{9}{10}x = 81.$$

Каким действием решали эти примеры? — Делением. Каким числом выражалось делимое? — Целым числом. А делитель? — Дробью.

Что мы находили делением на дробь? — Делением на дробь находили все неизвестное число по его части. Сокращенно говорят: находили целое по его части.

Еще неоднократно повторяется смысл деления целого числа на дробь.

До сих пор целое по его части находили двумя действиями, теперь записываем это задание одним действием.

На всех записанных на доске примерах наблюдают порядок работы: целое число умножали на знаменатель дроби и полученное произведение делили на числитель.

Решение задачи № 446 (1). Повторяют выведенное правило.

III. *Домашнее задание.* По задачнику — пример № 435 (1, 2, 3, 4, 7, 9, 10). Задача № 446 (2).

55-й урок

Деление целого числа на дробь

I. *Вопросы контрольного порядка.* $\frac{5}{6} \cdot x = 20.$

Анализ. Дан пример на умножение; известен один из сомножителей и произведение, ищется второй сомножитель.

Искомый сомножитель находится делением произведения на известный сомножитель:

$$x = 20 : \frac{5}{6}.$$

А что значит разделить число на дробь? — Нам было известно $\frac{5}{6}$ искомого числа, мы искали все число.

II. *Проверка домашней работы.* 1. № 435 — решение заданных примеров записывается на доске.

2. Разбирается решение № 446 (2).

Редакция первого вопроса.

1) Сколько времени надо трактористу, чтобы вспахать весь участок?

$$1 \text{ час. } 36 \text{ мин.} = 96 \text{ мин.}$$

$$96 : \frac{4}{5} = 120 \text{ (мин.)}; \ 120 \text{ мин.} = 2 \text{ часа.}$$

2) Через сколько времени тракторист закончит пахоту?

$$2 \text{ часа} - 1 \text{ час } 36 \text{ мин.} = 24 \text{ мин.}$$

III. *Устно.* Составить задачи к формулам и решить их.

$$15 : \frac{5}{6}; \qquad 24 : \frac{8}{9}.$$

IV. *Объяснение нового материала.* Во всех примерах № 435, решенных дома, сравнивают величину частного с величиной делимого. Почему частное больше делимого? — Нам была известна часть числа, а искалось все число. Повторяют правило деления на дробь.

Задача 1. Пешеход проходит по 4 *км* в час. За сколько времени пройдет он 24 *км*?

Каким действием решается задача? Как рассуждаем при ее решении? — Пешеход шел столько часов, сколько раз 4 *км* содержится в 24 *км*.

Как называется такой вид деления? — Деление по содержанию.

Задача 2. Кусок материи в 4 *м* длиной надо разрезать на полосы шириной в $\frac{2}{5}$ *м*. Сколько вышло полос?

— Полос вышло столько, сколько раз $\frac{2}{5}$ *м* содержится в 4 *м*.

$$4 : \frac{2}{5} = 10 \text{ (полос)}.$$

Задача 3. Из 6 *м* проволоки надо сделать прутики для счетов длиной каждый по $\frac{3}{4}$ *м*. Сколько выйдет таких прутиков?

Решают самостоятельно.

Решить у доски № 428 (1, 2).

V. *Самостоятельно.* № 429 (1); $\frac{5}{8}x = 15$; $18 : \frac{6}{7}$.

VI. *Домашнее задание.* По учебнику — § 90, п. 3. Выучить только правило. По задачнику — № 435 (11, 12); 430 (1). Составить задачу к формуле: $21 : \frac{3}{4}$.

56-й урок

Нахождение числа по его проценту

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 435 (11, 12) решается на доске. Сокращение сразу в первом примере на 12, во втором — на 60.

2. № 430 (1) и 431 (1) проверяются с мест.

3. Читают ряд задач, составленных к формуле: $21 : \frac{3}{4}$.

II. *Повторение.* Что называется процентом? Как найти процент числа? Найти 24% от 360; 15% от 225.

III. *Объяснение нового материала.* Мы умеем найти процент числа. Сегодня научимся находить число по его проценту.

$$36 : \frac{3}{8} \text{ — решить устно.}$$

Вопросы. Что значит разделить число на дробь? Как произвести деление? Почему частное больше делимого?

Задача 1. $\frac{3}{7}$ заработка рабочего составляют 150 руб. Чему равен весь заработок рабочего?

Каким действием решается задача? Почему? Ответ.

Задача 2. 80% числа страниц книги составляют 140 страниц. Сколько страниц в книге?

Что известно в задаче? Какой процент всех страниц книги составляют 140 страниц? А что ищется? — Все число страниц книги.

Иначе: найти все число, зная часть этого числа, выраженную в процентах. Или по данному проценту числа найти все число.

Какую часть числа составляют 80% числа? — $80\% = \frac{4}{5}$.

Перефразируют условие задачи, вводя вместо 80% дробь $\frac{4}{5}$.

Решают задачу: $140 : \frac{4}{5} = 175$ (стр.).

Задача 3. Турист прошел 30 *км*, что составило 75% всего пути. Какой путь должен был пройти турист?

Решение. $30 : \frac{3}{4} = 40$ (*км*).

Решается самостоятельно в тетрадях:

Найти число,	если	$60^0/_0$	его	составляют	15
"	"	$24^0/_0$	"	"	48
"	"	$18^0/_0$	"	"	27
"	"	$17^0/_0$	"	"	85

Просматривают ряд примеров на деление на дробь на доске и в тетрадях.

Наблюдения: 1) везде делили на правильную дробь; 2) везде частное больше делимого.

Почему? — Полное объяснение.

Предлагается всегда проверять себя при делении на правильную дробь: сравнить величину частного с величиной делимого.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 453 (1, 2); 454 (1); 456 (1, 2).

57-й урок

Деление дроби на дробь

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 453 (1) проверяется у доски.

Характер записи: $3^0/_0 = \frac{3}{100}$; $12 : \frac{3}{100} = 400$.

2. № 453 (2) и 454 (1) проверяются с мест.

3. № 456 (1, 2) записать на доске с пояснением смысла умножения и деления на дробь.

II. *Устно.* Составить задачу на умножение целого числа на дробь; на деление целого числа на дробь!

Решить: $\dfrac{25\frac{10}{11} : 5}{19}$; $\dfrac{56\frac{8}{9} : 8}{32}$.

III. *Объяснение нового материала.* Мы умеем разделить целое число на дробь.

Решим теперь такую задачу: $\frac{2}{5}$ *кг* товара стоят $\frac{3}{4}$ рубля. Сколько стоит 1 *кг* товара?

Отмечается математическое сходство содержания данной задачи с задачами деления целого числа на дробь — тоже по заданной части ищется целое: зная стоимость $\frac{2}{5}$ *кг* товара, ищем цену 1 *кг*.

Какая разница в условии новой задачи с условием прежде решенных задач на деление на дробь? (Можно напомнить одну из прежних задач.) — В прежних задачах величина заданной части выражалась целым числом, а в последней задаче величина заданной части выражена дробью. (Помочь ученику в этом ответе.)

Как записать условие последней задачи, обозначив искомое число через x? — $\frac{2}{5}x = \frac{3}{4}$.

Какой компонент в этом действии неизвестен? Как найдем неизвестный сомножитель? — Надо произведение разделить на известный сомножитель:

$$x = \frac{3}{4} : \frac{2}{5}.$$

Выбор действия обоснован.

Что можно заранее сказать о величине частного по сравнению с величиной делимого? Почему частное должно быть больше делимого? — $\frac{2}{5}$ руб. — это только часть искомого числа, а мы должны найти все число.

Рассуждение при записи:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \left(\frac{3}{4} : 2\right) \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{15}{8} = 1\,\frac{7}{8}\ \text{(руб.)}.$$

Сравнивают величину частного с величиной делимого, объясняют. Как проверить произведенное деление? —Проверить надо обратным действием — умножением:

$$1\,\frac{7}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \cdot \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{4}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{3}{4}.$$

Решить с проверкой: $\frac{4}{5} : \frac{6}{7}$.

Наблюдение над окончательной записью деления дроби на дробь. Вывод правила деления дроби на дробь.

Зачитывается правило по учебнику § 90, п. 4, второй пример.

З а д а ч а. $\frac{5}{8}$ *м* составляют $\frac{5}{16}$ длины шнура. Какова длина шнура?

При решении тщательно анализируется условие и производится окончательная запись:

$$\frac{5}{8} : \frac{5}{16} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} = 2\,(м).$$

IV. *Самостоятельно в тетрадях.*

$$\frac{9}{10} : \frac{3}{4}; \qquad \frac{8}{11} : \frac{16}{33}; \qquad \frac{2}{9} : \frac{4}{5}; \qquad \frac{7}{12} : \frac{3}{48}.$$

Произвести проверку решения.

V. *Домашнее задание.* По учебнику—§ 90, п. 4. По задачнику — № 437 (1—11); 456 (3,4); 445.

58-й у р о к

Решение задач

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 437 (1—11) проверяется с мест.

2. № 456 (3,4) решается у доски.

Объяснение: почему первое действие — умножение на дробь, а второе — деление на дробь.

3. № 445 проверяется с мест.

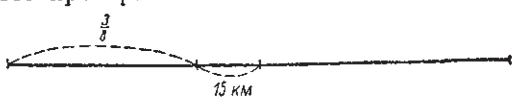


Рис. 20.

II. *Решение задач.* Сегодня займемся решением задачи № 449 (1). Внимательно читают условие.

Предлагается всем в тетради начертить графическую иллюстрацию, которая потом выносится на доску и исправляется (рис. 20).

Анализ величин. Все расстояние принято за 1.

$\frac{3}{8}$ —часть всего расстояния, пройденного туристом; 15 *км*— это разность между $\frac{3}{8}$ всего пути и $\frac{1}{2}$ всего пути.

Довести до сознания ученика: надо найти, какую часть всего пути составляют 15 *км*. Как это найти?

$$\frac{1}{2}-\frac{3}{8}=\frac{1}{8}; \qquad 15:\frac{1}{8}=120\ (км).$$

Повторить решение.

Составить формулу решения: $x=15:\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{8}\right)$.

Задача № 449 (2). Устно составить план. Решить в тетрадях.

Составить формулу: $x=5:\left[\left(1-\frac{5}{12}\right)-\frac{1}{2}\right]$.

На доске написана задача: Турист ехал из одного города в другой. В первый день он проехал $\frac{3}{17}$ всего расстояния, во второй $\frac{8}{51}$ и в третий $\frac{1}{6}$, после чего ему осталось проехать еще 182 *км*. Сколько километров между этими городами?

Устно составляется план решения задачи, особое внимание обращается на вопрос: какую часть всего пути составляют 182 *км*? Решают без вопросов.

III. *Домашнее задание*. По задачнику — № 452; 441(1,4).

59-й урок

Деление смешанного числа на дробь

I. *Проверка домашней работы*. 1. № 441 (1,4); второй из этих примеров решается у доски. Обращается внимание: деление дробей с одинаковыми знаменателями сводится к делению их числителей:

$$\frac{15}{17}:\frac{3}{17}; \qquad \frac{4}{5}:\frac{6}{5}.$$

2. Решение задачи № 452. Решение записано на доске. Предложить составить формулу решения:
$x=1:(1:60+1:36)$.

II. *Объяснение нового материала.* Написать на доске

$$5 : \frac{5}{8}; \quad \frac{6}{7} : \frac{5}{11}; \quad 2\frac{1}{2} : \frac{10}{11}.$$

Какие из этих примеров мы умеем решать? Решают первые два примера в тетрадях. Что нового встретили в третьем примере? — Надо на дробь делить смешанное число.

Нельзя ли этот пример тоже свести к делению дроби на дробь? Как? — Надо смешанное число обратить в неправильную дробь, тогда придется делить дробь на дробь.

Запись на доске: $2\frac{1}{2} : \frac{10}{11} = \frac{5}{2} : \frac{10}{11} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot 11}{2 \cdot \underset{2}{\cancel{10}}} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$.

Решить у доски: $3\frac{1}{4} : \frac{5}{16}$; $\quad 4\frac{6}{7} : \frac{8}{11}$; $\quad 1\frac{1}{3} : \frac{15}{22}$.

Вычислить самостоятельно в тетрадях с проверкой следующие примеры:

$$2\frac{8}{9} : \frac{13}{15}; \quad 8\frac{1}{2} : \frac{4}{25}; \quad 6\frac{2}{3} : \frac{10}{21}.$$

Решим несколько более сложных примеров.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot 2\frac{4}{5} \cdot \frac{11}{12}.$$

Анализ задания. Подобный пример уже решали.

Выполняют это задание последовательным умножением:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} = \frac{2 \cdot \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot 7} = \frac{4}{7};$$

$$\frac{4}{7} \cdot 2\frac{4}{5} = \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{5} = \frac{4 \cdot \overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot 5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5};$$

$$1\frac{3}{5} \cdot \frac{11}{12} = \frac{8}{5} \cdot \frac{11}{12} = \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \cdot 11}{5 \cdot \underset{3}{\cancel{12}}} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}.$$

Указание способа более короткого решения:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot 2\frac{4}{5} \cdot \frac{11}{12} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{6}} \cdot \overset{2}{\cancel{14}} \cdot 11}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}} \cdot 5 \cdot \underset{\underset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{12}}} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}.$$

По записанной на доске схеме учитель читает условие задачи:

В I день	$\frac{3}{7}$ всей материи		Сколько материи было в куске?
Во II день	$\frac{3}{14}$ „ „		
В III день	$\frac{1}{7}$ „ „		
В IV день		остальные 24 *м*	

Устно составляют план решения задачи. Решение задается на дом.

III. *Домашнее задание.* Решить задачу, записанную в классе. По задачнику — № 454(2). Решить примеры:

$$3\frac{3}{4}:\frac{2}{3}; \quad 4\frac{1}{6}:\frac{5}{6}; \quad 8\frac{5}{12}:\frac{2}{3}.$$

60-й урок

Деление на смешанное число

I. *Проверка домашней работы.* 1. Один ученик записывает решение задачи по схеме, второй—вызывается к доске и по сделанной записи объясняет ход решения задачи, третий—на доске составляет формулу.

2. № 454 (2) и примеры проверяются с мест.

II. *Устно.* Составить задачу, для решения которой придется умножить или разделить число на правильную дробь. Ответ на эти вопросы дают несколько учеников.

III. *Объяснение нового материала.* На доске учитель пишет:

$3\frac{1}{4}:4$ $3\frac{1}{4}:\frac{2}{3}$ $3\frac{1}{4}:2\frac{1}{2}$	Не решая примеров, сказать для каждого примера о величине частного по сравнению с величиной делимого.

Объяснить ответ.

После этого первые два примера решают, в третьем встречают затруднение: не умеют делить на смешанное число.

Нельзя ли деление на смешанное число свести к делению на дробь? Как? — Обратить смешанное число в неправильную дробь.

$$\text{Запись: } 3\frac{1}{4}:2\frac{1}{2}=\frac{13}{4}:\frac{5}{2}=\frac{13\cdot\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}}\cdot 5}=\frac{13}{10}=1\frac{3}{10}.$$

Почему здесь частное меньше делимого?

Составить задачу к этому примеру: $2\frac{1}{2}$ *кг* товара стоят $3\frac{1}{4}$ руб. Сколько стоит 1 *кг* товара?

Выполняются упражнения у доски:

$$5:7\frac{1}{2};\qquad \frac{4}{5}:1\frac{1}{2};\qquad 7\frac{3}{4}:1\frac{7}{8}.$$

Рассказывают, как будут делить смешанное число на смешанное. Выполнить упражнения № 441(2,3) на доске.

IV. *Самостоятельно* в тетрадях № 437 (13—16).

V. *Домашнее задание*. По учебнику — § 90, п. 5. По задачнику — № 457 (1,2,3,4); порядок решения (3,4) указывается в классе; 459 (1—3).

На следующем уроке тетради берутся учителем на дом.

61-й урок

Контрольная работа

1-й вариант (условие задачи не списывается).

1. Задача. $\frac{3}{8}$ площади фабричного двора занято фабричными корпусами, $\frac{4}{15}$ — жилыми помещениями, $\frac{7}{30}$ — складами, а остальные 1506 *кв. м* заняты проходами и проездами. Сколько квадратных метров занимает весь двор?

2. Вычислить:

$$\frac{2\frac{3}{5}-1\frac{6}{7}:3\frac{1}{4}}{4\cdot 5\frac{1}{6}-2\frac{11}{12}}\cdot 23\frac{1}{3}.$$

2-й вариант

З а д а ч а. Лыжники совершили пробег за 4 дня. В первый день они прошли $\frac{2}{9}$ всего пути, во второй — $\frac{1}{3}$, в третий — $\frac{1}{7}$ всего пути, в четвертый — остальные 57 *км*. Сколько километров они прошли за 4 дня?

2. Вычислить:

$$\left[\left(4\frac{5}{7}-1\frac{11}{14}\right)\cdot 4\frac{2}{3}+\left(3\frac{2}{9}-1\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{18}{25}\right]:2\frac{3}{4}.$$

62-й урок

Задачи на дроби

I. С учениками, не справившимися с контрольной работой, проводится специальное дополнительное занятие.

При раздаче домашних работ делаются общие замечания по основным ошибкам.

II. *Решение задач.* Читается условие задачи № 507 (1).

Предлагается ученикам в тетрадях сделать схематическую запись условия задачи.

Схема условия

1-й день	$\frac{10}{31}$ всего пути	
2-й день	$\frac{9}{10}$ пути первого дня	
3-й день	остальную часть пути	На 12 *км* больше, чем во 2-й день

Сколько километров прошел турист в каждый из трех дней?

Задача решается с постановкой полных вопросов. Каждый вопрос отрабатывается с учителем и записывается в тетрадь учеников.

Весь путь принимаем за 1.

1) Какую часть всего пути турист прошел за второй день, если в первый день он прошел $\frac{10}{31}$ всего пути, а во второй день $\frac{9}{10}$ того, что прошел в первый день?

$$\frac{10}{31} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{31}.$$

Ученики обосновывают выбор действия и производят это действие в своих тетрадях.

2) Какую часть всего пути турист прошел в первый и во второй дни вместе, если в первый день он прошел $\frac{10}{31}$ всего пути, а во второй день $\frac{9}{31}$ всего пути?

$$\frac{10}{31} + \frac{9}{31} = \frac{19}{31}.$$

3) Какую часть всего пути прошел турист за третий день, если весь путь принят за 1, а в первые два дня он прошел $\frac{19}{31}$ всего пути?

$$1 - \frac{19}{31} = \frac{12}{31}.$$

4) На какую часть всего пути турист прошел больше в третий день, чем во второй, если в третий день он прошел $\frac{12}{31}$ всего пути, а во второй $\frac{9}{31}$ всего пути?

$$\frac{12}{31} - \frac{9}{31} = \frac{3}{31}.$$

5) Чему равен весь путь туриста, если $\frac{3}{31}$ всего пути равны 12 *км*?

$$12 : \frac{3}{31} = 124\,(\textit{км}).$$

Дальше с постановкой полных вопросов узнается путь в каждый из трех дней.

Еще раз тщательно повторяется вся задача.

III. *Самостоятельно* пример № 489 (4).

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — пример № 490 (4), задача № 506 (1) с полными вопросами.

63-й урок

Взаимно обратные числа

I. Домашние тетради берутся учителем на дом.

II. *Объяснение нового материала.* Ознакомимся сегодня со взаимно обратными числами. Какие числа называются взаимно обратными и каковы их свойства — вы сами расскажете в конце урока.

Учитель пишет примеры на доске. (В результате деления исключать целое число не надо.)

1) $1:\frac{3}{4}$	2) $1:2\frac{1}{3}$	3) $1:3$
$1:\frac{7}{10}$	$1:1\frac{1}{4}$	$1:12$
$1:\frac{2}{3}$	$1:5\frac{5}{6}$	$1:6$

Наблюдения до производства действия.

1. Везде действие деление.
2. Везде делимое равно 1.
3. Делители разные: правильная дробь, смешанное число, целое число.

Ученики решают примеры в тетрадях.

После решения предлагается выписать на доске и у себя в тетрадях рядом: делитель и частное из столбцов 1 и 2.

Делитель.	Частное.	Делитель.	Частное.
1) $\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	2) $\frac{7}{3}$	$\frac{3}{7}$
$\frac{7}{10}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{35}{6}$	$\frac{6}{35}$

Наблюдения.

В частном получается дробь, у которой числитель равен знаменателю делителя, а знаменатель частного равен числителю делителя.

Выписывается делитель и частное из столбца 3

$$3)\quad 3 \text{ и } \frac{1}{3}$$
$$12 \text{ и } \frac{1}{12}$$
$$6 \text{ и } \frac{1}{6}$$

Вспоминают, что каждое целое число мы можем написать в виде дроби со знаменателем 1. Тогда будем иметь: $\frac{3}{1}$; $\frac{12}{1}$; $\frac{6}{1}$.

Убеждаются, что и в этом случае числитель частного равен знаменателю делителя и знаменатель частного равен числителю делителя.

Число	$\frac{4}{3}$	называется обратным	$\frac{3}{4}$
„	$\frac{2}{3}$	„ „	$\frac{3}{2}$
„	6	„ „	$\frac{1}{6}$ и т. д.

Как получали число, обратное данному? — Мы делили единицу на данное число.

Дается определение числа, обратного данному.

Числом, обратным данному, называется частное от деления единицы на данное число.

Числа 4 и $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{5}$ и т. д. называются взаимно обратными.

Ученикам предлагается выписать в тетради несколько пар взаимно обратных чисел и найти их произведение. Например:

$$3 \cdot \frac{1}{3} = 1; \qquad \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{7} = 1 \text{ и т. д.}$$

Ученики убеждаются, что произведение взаимно обратных чисел всегда равно 1. Это есть основное свойство взаимно обратных чисел.

Решают у доски:

$$\frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2}}{2 - 1 : 1\frac{1}{2}}$$

III. *Домашнее задание.* Пример:

$$\frac{3\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot 6\cdot\frac{2}{7}\cdot 1\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}}{5}$$

По учебнику — § 91(выборочно). По задачнику — № 493 (3), задача № 509 (1) — с полными вопросами.

64-й урок

Задачи на совместную работу

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 493 (3) проверяется на доске. Второй домашний пример подробно разбирается с мест.

В числителе получаем:

$$\left(3\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{3}\right)\cdot\left(6\cdot\frac{1}{6}\right)=1\cdot 1\cdot 1$$

2. Задача № 509 (1) — решение записывают на доске, полные вопросы ставятся с мест.

II. *Решение задач.*

Задача. Надо было изготовить 120 деталей. Один рабочий может выполнить всю работу в течение 10 дней, а другой эту же работу может выполнить в 15 дней. Во сколько времени выполнят они эту работу, если будут работать вместе?

Вывод ясен: времени потребуется меньше 10 дней. Решают задачу устно. Получают ответ: работа будет выполнена в течение 6 дней.

Предлагается ученикам исключить из условия задачи 120 деталей.

Возможны после этого замечания учеников, что задачу нельзя будет решить.

Какой вопрос к задаче? — Сколько потребуется времени для изготовления всех деталей.

Подчеркивается: требуется узнать время, затраченное на изготовление всех деталей при совместной работе. Вводится новый термин «совместная работа». Вспоминают задачи, для решения которых приходилось вводить условную единицу. Условимся и в нашей задаче всю работу принять за 1.

Как будем выражать ежедневную выработку каждого рабочего? — В частях всей работы.

Нельзя ожидать, что большинство учеников сможет дать ответ на этот вопрос. Тогда учитель говорит сам: ежедневную выработку каждого рабочего будем выражать не числом деталей, которое мы не знаем, а частью всей работы.

Что известно про первого рабочего? — Известно, что всю работу он может закончить в 10 дней.

Как выразим ежедневную выработку первого рабочего? Какой первый вопрос поставим в задаче? — Какую часть всей работы выполнял первый рабочий в день?

$1 : 10 = \frac{1}{10}$. Так же о втором рабочем.

Последний вопрос и решение: во сколько времени закончат работу двое рабочих, работая вместе?

$$1 : \frac{1}{6} = 6 \text{ (дн.)}.$$

Убеждаются, что ответ получили тот же, что и в предшествующей задаче, хотя из условия задачи исключено было количество всех деталей.

Составляют план решения задачи № 544 (1).

III. *Самостоятельно.* Решают эту задачу с записью вопросов.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 544(2); 493 (4).

65-й урок

Примеры и задачи на все действия

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 544 (2) решается у доски.

Предлагается учащимся составить задачу к формуле.

$$x = 1:(1:10 + 1:15).$$

2. № 493 (4) — полная запись на доске.

Класс привлекается к исправлению всех недочетов в записях на доске и в своих тетрадях.

II. *Устно.* 1) Книга продана за 2 руб. 70 коп., причем сделана скидка в 10% с цены, обозначенной на переплете. Какая цена обозначена на переплете?

2) Назвать числа, обратные 30; $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{4}$; $4\frac{1}{2}$.

III. *Решение примеров и задач.* Самостоятельно прочитать задачу № 509 (2) и записать в тетради план решения. Составленный план проверяется.

Решение задачи по составленному плану дается на дом.

У доски решается пример № 494 (1), класс вносит свои поправки.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику—задача № 509 (2); пример № 494 (4).

На другой день домашние тетради отбираются.

66-й урок

Контрольная работа

1-й вариант

1. Задача. В первом томе $\frac{5}{12}$ всех страниц сочинения, во втором— $\frac{1}{3}$ всех страниц и в третьем — остальная часть всех страниц сочинения. Сколько страниц в первом томе, если в третьем меньше, чем в первых двух вместе, на 207 страниц?

2. Вычислить: $\left[\left(8\frac{7}{12}-5\frac{19}{36}\right)\cdot 1\frac{4}{5}-\frac{3}{26}:\frac{3}{13}\right]\cdot 1\frac{2}{5}$.

2-й вариант

1. Задача. $\frac{2}{7}$ всей площади участка занято рожью, $\frac{3}{10}$ всей площади засеяно овсом, а остальная площадь отведена под лен. Какая площадь занята овсом, если площадь,

занятая льном, на 36 *га* меньше площади, занятой рожью и овсом вместе?

2. Вычислить:

$$3\frac{1}{8}:\left[\left(4\frac{5}{12}-3\frac{13}{24}\right)\cdot\frac{4}{7}+\left(3\frac{1}{18}-2\frac{7}{12}\right):2\frac{3}{7}\right]$$

67-й урок

Понятие об отношении. Члены отношения

I. *Краткий анализ контрольной работы.* Ученики, не справившиеся с задачей, оставляются на дополнительные занятия для тщательного изучения задачи.

II. *Повторение.* Определение действия деления. Название компонентов и результата действия. Зависимость между компонентами и результатом действия.

III. *Объяснение нового материала.* Демонстрируется прямоугольник.

Покажи его основание! Высоту! Записывается длина основания и длина высоты: основание — 15 *см*, высота — 5 *см*. Сравните по величине основание с высотой.

Возможны два ответа: основание на 10 *см* больше высоты или основание в три раза больше высоты.

В результате какого действия получился первый ответ? Второй ответ?

Нас будет интересовать сравнение величин только действием деления.

На доске постепенно появляется таблица.

Основание	Высота	Результат сравнения
15	5	3

Полный ответ: основание в три раза больше высоты. Каким действием получили ответ?

$$25\ см : 10\ см = 2\frac{1}{2}.$$

Основание в $2\frac{1}{2}$ раза больше высоты.

$$9\ см \mid 27\ см \mid \frac{1}{3}$$

Ответ на этот вопрос может затруднить учеников.

На доске учитель чертит отрезок в 27 *см* и на нем откладывает отрезок в 9 *см* (рис. 21).

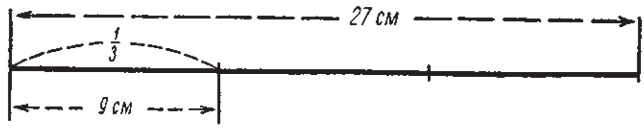


Рис. 21.

Ученики видят, что 9 *см* составят $\frac{1}{3}$ от 27 *см*.

Ответ. Основание составляет $\frac{1}{3}$ высоты.

$$9:27 = \frac{1}{3}; \quad 4\ дм : 6\ дм = \frac{2}{3}.$$

Основание составляет $\frac{2}{3}$ высоты.

Обобщение по таблице:

1) сравнивали две величины;

2) сравнение производили при помощи деления;

3) везде сравнивали длину с длиной, т. е. однородные величины;

4) полученное частное показывало или во сколько раз делимое больше делителя, или какую часть делителя составляет делимое.

Возьмем другую величину: вес двух различных тел — и будем сравнивать этот вес.

Возьмите такие значения величин, чтобы частное отвечало на вопрос: во сколько раз больше? Ученики составляют несколько примеров.

Чтобы частное отвечало на вопрос: какую часть делителя составляет делимое? Ученики приводят несколько примеров.

Сравните: 2 *м* и 4 *дм*. Подчеркивается, что сравниваемые числа должны выражаться в одинаковых мерах.

Мы занимались сравнением величин путем деления. Полученное нами частное называется отношением.

Значит, отношение есть частное, полученное от деления значения одной величины на значение другой; величины должны быть выражены в одной мере.

Мы находили отношение именованных чисел, можно найти отношение отвлеченных чисел.

Найдите отношение 24 к 8; 5 к 20.

Подчеркивается, что отношение как именованных, так и отвлеченных чисел есть всегда число отвлеченное.

Отношение записывается или при помощи двух точек, или при помощи дробной черты:

$$35:5=7;\ \frac{35}{5}=7.$$

При нахождении отношения делимое и делитель имеют особые названия: делимое — предыдущий член отношения, делитель — последующий член отношения, частное—отношение. 24 : 3 — тоже отношение, только обозначенное, но не вычисленное.

Мы с вами умеем обозначать также сумму, разность и т. д.

IV. *Закрепление пройденного материала* по вопросам.

1) Что называется отношением? — Отвлеченное частное.

2) Что может показывать отношение?

3) Название членов отношения.

У доски. Найти отношения чисел:

$12\frac{1}{2}$ к 25; 1 *см* к 1 *мм*;

$\frac{1}{4}$ к 5; 1 *см* к 1 *дм*;

7 к $1\frac{2}{5}$. 4 *кг* к 250 *г*.

V. ***Домашнее задание.*** По учебнику — § 96 (начало). По задачнику — № 472 и 476.

68-й урок

Главное свойство отношения

I. *Проверка домашней работы.* 1. Фронтальный опрос об отношении чисел.

2. № 472 и 476 проверяются с мест.

II. *Устно:* $\dfrac{10\frac{7}{8}\cdot 9\frac{1}{3}}{4\frac{2}{3}}; \qquad \dfrac{10-1:\frac{5}{3}}{1\frac{2}{5}}.$

III. *Объяснение нового материала.* Познакомимся сегодня с главным свойством отношения.

240 : 60 = 4. Действие деление и его компоненты.

Что произойдет с величиной частного, если делимое и делитель умножить на одно и то же число? Разделить на одно и то же число? Ученики отвечают без затруднений.

Но отношение — это частное, значит, к нему можно применить это свойство частного.

Найти отношение 120 к 30. Ответ. 120 : 30 = 4.

Уменьшите оба члена отношения в десять раз! Какое получили отношение? — Отношение то же, 4. Еще такое же упражнение.

Вывод. Величина отношения не изменяется, если оба члена его умножить или разделить на одно и то же число. Это свойство называется главным свойством отношения.

Посмотрим, как применяется это главное свойство.

Деление обоих членов отношения на одно и то же целое число называется сокращением членов отношения.

У доски. Сократить члены отношения:

$$1)\ 3500:1500=35:15=7:3;$$

$$2)\ 640:\ 210=64:21.$$

Повторение. Нахождение неизвестного компонента деления:

$$x:2\frac{1}{2}=5; \qquad x:\frac{1}{3}=6\frac{1}{2};$$

$$3\frac{1}{3} : x = 8; \qquad 1\frac{1}{4} : x = \frac{1}{2}.$$

Перевод всех ответов с действия деления на отношение:

1) предыдущий член отношения равен последующему, умноженному на отношение;

2) последующий член отношения равен предыдущему, деленному на отношение.

Выполнить у доски:

$$1)\ 5\frac{1}{2} : x = 22; \quad 3)\ x : 1\frac{1}{5} = \frac{5}{6};$$

$$2)\ x : \frac{2}{3} = 1; \quad 4)\ 2\frac{1}{4} : x = 1\frac{1}{8}.$$

IV. *Самостоятельно:*

$$x : 6 = \frac{2}{3}; \quad x : 18 = \frac{7}{12}; \quad x : 2\frac{1}{2} = 1\frac{3}{5};$$

$$17\frac{1}{2} : x = 3\frac{1}{3}; \quad 20\frac{2}{3} : x = 6\frac{1}{2}; \quad 4\frac{1}{4} : x = 5\frac{1}{3}.$$

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 474; 480(2), задача № 518. По учебнику — § 96 (выборочно).

69-й урок

Задачи на отношение

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 474 записывается на доске.

2. № 480 (2) проверяется с мест.

3. № 518 — действия записываются на доске, постановка вопросов с мест.

Вызывается сильный ученик, который составляет формулу к задаче № 518.

$$x = \left[\left(24\frac{3}{8} : \frac{13}{36} - 24\frac{3}{8}\right) + 8\frac{1}{8}\right] : 2.$$

Круглые скобки поставлены для подчеркивания смысла решения.

II. *Устно*. Найти среднее арифметическое чисел:

1) 5;7;12; 2) 10 и $5\frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$ и 3.

III. *Решение задач.* 1) (устно). Крутизной лестницы называется отношение высоты ступеньки к ее глубине. Найти крутизну лестницы, если высота ступеньки 15 *см*, а глубина 35 *см*.

2) Число метров сукна в двух кусках равно НОК чисел 36 и 48, отношение длин кусков равно $\frac{4}{5}$. Сколько метров в каждом куске?

Задачи решают под руководством учителя с утвердительными пояснениями полученных результатов.

НОК (36; 48) = 144.

Количество метров материи в первом куске обозначим через x_1, а количество метров во втором куске обозначим через x_2. Тогда:

1) $x_1 : x_2 = 4 : 5$.

2) $4 + 5 = 9$; на два куска приходится 9 частей.

3) $144 : 9 = 16$ (*м*); на одну часть приходится 16 *м*.

4) $16 \cdot 4 = 64$ (*м*); в меньшем куске 64 *м*.

5) $16 \cdot 5 = 80$ (*м*); в бо́льшем куске 80 *м*.

Как проверить задачу?

Проверка двумя способами:

$$64 + 80 = 144 \ (м)$$
$$64 : 80 = 4 : 5$$

Вся запись делается постепенно на доске и учениками в тетрадях.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику—№ 511 (1—6). Найти крутизну своей лестницы.

70-й урок

Обратные отношения

I. *Проверка домашней работы.* № 511 (1, 2, 3) проверяются с мест, последние три задания — у доски.

2. Сообщаются результаты измерения крутизны лестницы. У кого же лестница самая крутая?

II. *Повторение.* 1. Какое число называется обратным данному?

2. Свойство взаимно обратных чисел.

3. Назвать числа, обратные данным:

$$8; \frac{1}{2}; \ \frac{2}{5}; \quad 3\frac{1}{2}.$$

4. Найти произведение:

$$\frac{1}{5}\cdot 5; \qquad \frac{3}{7}\cdot 2\frac{1}{3}; \qquad 4\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{9}.$$

5. Вычислить:

$$\frac{25\frac{10}{11}:5}{19}$$

III. *Объяснение нового материала.* У доски. Вычислить отношения:

$$12:4; \qquad 9:36; \qquad 2\frac{1}{2}:1\frac{1}{2}.$$

$$4:12; \qquad 36:9; \qquad 1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}.$$

Наблюдения. В каждом из трех отношений переставили члены отношения: предыдущий член стал последующим, а последующий — предыдущим.

Сравнивают полученные отношения. После такой перестановки в каждом случае полученные отношения являются взаимно обратными числами. Дается название: отношение, обратное данному.

Примерный ответ. Отношением, обратным данному, называется такое отношение, в котором предыдущий член первого отношения становится последующим второго, и наоборот.

IV. *Самостоятельно.* Составить и вычислить отношения, обратные данным:

$$15:3; \qquad 4:1; \qquad \frac{2}{3}:4; \quad 2\frac{1}{2}:\frac{2}{3}.$$

V. *Устно.* № 531(2). Рассуждение и запись:

$$x_2 - 1$$
$$x_1 - \frac{3}{2} \qquad x_2 : x_1 = 1 : \frac{3}{2} = \frac{2}{3}.$$

VI. *Домашнее задание.* По учебнику — § 96 (обратные отношения). Написать и вычислить отношения, обратные данным:

$$1)\ 8:\frac{2}{3};\qquad 2)\ 2\frac{1}{4}:6;\qquad 3)\ \frac{2}{5}:\frac{3}{8}.$$

По задачнику — задача № 517 (2). Составить схему условия.

71-й урок

Нахождение процентного отношения

I. *Проверка домашней работы.* 1. Составление отношений, обратных данным, — проверяется с мест. Спрашивается определение обратных отношений.

2. Схема условия задачи № 517 (2) и ее решения записываются на доске; объяснение решения проводится устно с мест.

II. *Повторение.* Что называется процентом?

Выразить в процентах дроби:

$$1)\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{5};\ \frac{1}{20};\ \frac{3}{4};\ \frac{2}{5};\ \frac{1}{10};\ \frac{1}{50};\ \frac{1}{100};\ 2;\ 3\frac{1}{2}.$$

2) Выразить несократимой дробью: 20%, 60%, 80%, 25%, 75%.

III. *Объяснение нового материала.* Решим задачу. В классе 40 учеников. 4 из них учатся отлично. Какую часть всех учеников класса составляют отличники?

$$4:40=\frac{1}{10}.$$

Можно ли теперь дать ответ на вопрос: какой процент всех учеников класса составляют отличники? Как?

— Дробь $\frac{1}{10}$ выразить в процентах.

Запись: $4:40=\frac{1}{10}=10\ \%$.

Итак, 4 от 40 составляют $10^0/_0$.

Ширина прямоугольника составляет $\frac{4}{5}$ длины. Какой процент длины составляет ширина?

$$\frac{4}{5}:1=\frac{4}{5}=80\%.$$

Рабочий имел облигаций на 5000 руб. В одном из тиражей он выиграл 1000 руб. Какой процент всей суммы составляет выигрыш? Записать!

$$1000:5000=\frac{1}{5}=20\%.$$

Найти отношение и выразить его в процентах (на доске)

$$1:2=\frac{1}{2}=50\%;\qquad 2:10;\qquad 2:5;\qquad 5:4.$$

После проделанных упражнений ученикам сообщается, что отношение, выраженное в процентах, называется процентным отношением.

Ученики рассказывают, как они находят процентное отношение: надо найти отношение данных чисел и выразить его в процентах.

Что показывает процентное отношение? (На решенных примерах.) — Процентное отношение показывает, сколько процентов (или какой процент) первое число составляет от второго.

IV. *Самостоятельно.* Найти процентное отношение:

4 к 400; 400 к 200;
12 к 600; 800 к 500.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 483; 485 (2); 494 (3). По учебнику — § 97.

72-й урок

Числовой масштаб

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 483 записывается на доске. Характер записи:

$$150:200=\frac{3}{4}=75\%.$$

2. № 485 (2) — то же.

3. № 494 (3). Ученик—с книгой у доски, тетрадь—у учителя.

II. *Объяснение нового материала.* Числовой масштаб изучается по учебнику, § 98.

Иногда масштаб записывается так: $\frac{1}{40}$.

Как понимать запись масштаба: 1 : 100? $\frac{1}{500}$? 1 : 2?

Размеры класса 15 *м* и 9 *м*. Выбрать масштаб и сделать чертеж.

На географической карте демонстрируется линейный масштаб. Ученики видят отрезок, разделенный на сантиметры и миллиметры. Под делениями подписаны числа, показывающие длину соответствующего отрезка в натуре. По этим двум данным ученики определяют числовой масштаб.

Находят запись числового масштаба на карте.

Отрезок с соответствующими делениями называется линейным масштабом.

На карте предлагается определить расстояние между какими-нибудь городами.

III. *Домашнее задание.* Сделать необходимые измерения и начертить план своей комнаты. По задачнику —№ 510 (2). Сделать чертеж к задаче в масштабе 1 : 1000. По учебнику — § 98.

73-й урок

Задачи с использованием масштаба

I. *Проверка домашней работы.* 1. Обходя по классу, учитель просматривает чертеж плана комнаты.

2. № 510 (2) — ученик у доски рассказывает всю проделанную им работу.

Масштаб 1 : 1000 показывает, что на плане вместо 1 *м* надо взять 1 *мм*.

Длина на плане $45\frac{1}{2}$ *мм*. Ширина $17\frac{1}{2}$ *мм*. Ширина дорожки $\frac{4}{5}$ *мм*. Ширина дорожки изображается приближенно.

II. *Решение задач.* № 487 (1).

Объяснение: на карте отрезок равен $\frac{1}{100000}$ действительного расстояния в 101 *км*.

Найдем длину отрезка на карте, зная, что он равен $\frac{1}{100000}$ от 101 *км*.

$$101 \cdot \frac{1}{100000} = 0{,}00101 \ (км).$$

$$0{,}00101 \ км = 1{,}01 \ м = 101 \ см.$$

Отрезок на топографической карте равен 101 *см*.
З а д а ч а № 488. Что известно в задаче и что ищется? Возьмем на карте расстояние в 5 *см*.

Как найти действительное расстояние?

$$5 : \frac{1}{50000} = 250\,000 \ (см).$$

$$250\,000 \ см = 2500 \ м = 2 \ км \ 500 \ м.$$

Упражнение на карте. Измерить по карте расстояние между Москвой и Ленинградом и, исходя из масштаба карты, определить действительное расстояние.

III. *Домашнее задание.* По задачнику—задачи № 487 (2); № 488; пример:

$$20\frac{5}{6} - \left[1\frac{4}{5} \cdot \left(10\frac{7}{12} - 7\frac{19}{36}\right) - \frac{17}{56} \cdot 1\frac{11}{17}\right] \cdot 1\frac{2}{5}.$$

74-й у р о к

Решение примеров на все действия с обыкновенными дробями

I. *Проверка домашней работы.* Вся работа проверяется с мест.

II. *Повторение.*

1. Решается пример: $10\frac{7}{15} - \left[\left(\frac{1}{4} + 12\frac{3}{4} : 3\right) \cdot 2\right] \cdot \frac{2}{3}.$

2. Повторение порядка действий. Расскажи, что знаешь о порядке действий. Какое значение имеют скобки? Как изменится порядок действий, если в данном примере отбросить квадратные скобки?

III. *Решение примеров.* Переходят к решению примеров на все действия.

Решается у доски:

$$\frac{9\frac{4}{7}-8\frac{3}{7}:\left(37\frac{2}{5}-18\frac{6}{7}\right)}{\left(12\frac{2}{9}+\frac{5}{6}+7\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{27}{185}}$$

Вызванные для решения примера подробно объясняют каждое действие. Еще решают № 495 (1).

IV. *Самостоятельно.*

$$\frac{3\frac{23}{33}-2\frac{5}{6}:\left(9\frac{11}{24}-8\frac{1}{3}:5\right)}{3\frac{13}{19}\cdot\left(6\frac{2}{5}-5\frac{7}{15}+2\frac{7}{30}\right)}$$

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 88, повторить вычитание дробей. По задачнику—№ 495 (2), задача № 516.

75-й урок

Упражнения и задачи на все действия с обыкновенными дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. Запись решения задачи № 516 на доске. Повторение среднего арифметического.

2. Решение примера зачитывается с мест.

II. *Повторение.* 1. Как произвести вычитание дробей с разными знаменателями? Дать пример.

2. Как произвести вычитание смешанных чисел? Пример. Замечания класса по ответам учеников.

III. *Устно.* 1) $\frac{5}{12}-\frac{1}{8}$; $\frac{9}{16}-\frac{3}{25}$; $12-2\frac{3}{4}$;

$$\frac{7}{15}-\frac{2}{5}; \qquad 7\frac{2}{9}-4\frac{7}{9}; \qquad 1-\frac{7}{19}.$$

2) Задача. Участники автопробега в один день прошли $\frac{3}{11}$ всего пути, что составляло 270 *км*. Как велика дистанция автопробега?

Предложить учащимся пересоставить задачу так, чтобы искомой величиной в задаче стал путь, пройденный за один день. Еще раз повторяется, как находится часть числа и число по величине его части.

IV. *Решение задач.* Письменное решение задачи № 580 (1).

Схема условия задачи записывается на доске при участии всего класса. Также коллективно составляется устно план решения задачи. Решение задачи с планом самостоятельно записывается в тетради. Решение задачи проверяется в классе.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — пример № 496(1), задача № 508 (2). По учебнику — § 27, повторить законы умножения. Составить примеры.

76-й урок

Решение примеров на все действия

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 496 (1) — ответы с мест.

2. Один ученик записывает на доске решение задачи № 508 (2). Второй ученик рассказывает решение задачи; класс вносит поправки. Третий ученик составляет формулу решения задачи.

Перед составлением формулы обращается внимание, что скорость движения определена в часах, а время, затраченное на остановки, выражено в минутах.

В формуле должны быть однородные меры.

3. Спрашиваются с мест законы умножения.

II. *Объяснение нового материала.* На доске задание параллельно выполняют два ученика, соответственно расположив записи:

1) $4 : \frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$	$4 \cdot 1\frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$
2) $\frac{2}{3} : 1\frac{1}{2} = \frac{2}{3} : \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$
3) $2\frac{1}{4} : \frac{4}{5} = \frac{9}{4} : \frac{4}{5} = \frac{9 \cdot 5}{4 \cdot 4} = \frac{45}{16} = 2\frac{13}{16}$	$2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{9}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{45}{16} = 2\frac{13}{16}$
4) $\frac{6}{7} : \frac{1}{2} = \frac{6 \cdot 2}{7 \cdot 1} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7} \cdot 2 = \frac{6 \cdot 2}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$

Наблюдения после выполнения задания:

1. В первом столбце выполнялось деление, во втором — умножение.
2. Ответы в соответствующих строках одинаковые.
3. Делимое в первом столбце равно множимому в соответствующей строке второго столбца.
4. Подробный анализ делителя и множителя в соответствующих строках. $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{5}$ — числа взаимно обратные.

Вывод. Деление можно заменить умножением на число, обратное делителю.

Упражнения: $4 : \frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

$$\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{1}{2}.$$

$$2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}.$$

Ученикам указывается, что ранее усвоенное правило деления дробей остается в полной силе и они могут при делении или применять это правило или заменять деление умножением на число, обратное делителю.

III. *Самостоятельно.*

$$\frac{9\frac{1}{7} : \frac{12}{35} - 4\frac{2}{7} \cdot \left(3\frac{7}{10} + 3\frac{4}{5} \cdot \frac{16}{57}\right)}{1 : 1\frac{2}{5}}$$

Решение примера проверить сверкой ответов с мест.

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 90, повторить деление дробей. По задачнику — № 496 (3), деление везде заменить умножением на обратное число; № 517(1).

77-й урок

Решение задач

I. *Проверка домашней работы.* 1. Все решение примера № 496 (3) записано на доске. При проверке каждой строки задаются вопросы классу по теории, связанной с выполнением действия.

2. Задача № 517 (1) проверяется с мест.

II. *Повторение.* Правила деления дробей и смешанных чисел на примерах:

$$\frac{2}{5}:4;\quad \frac{7}{8}:\frac{7}{8};\quad 1:\frac{5}{12};\quad \frac{12}{17}:3.$$

III. *Решение задач.* $\frac{4}{9}$ всей земли занято лугом, $\frac{3}{7}$ остатка — пашней и остальные — лесом. Найти площадь всей земли и площадь леса, если известно, что площадь луга больше площади пахотной земли на 260 *га*.

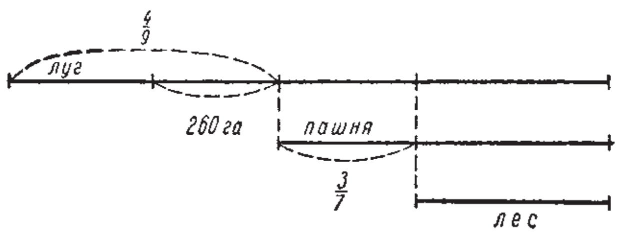


Рис. 22.

Составляется графическая иллюстрация на доске при активном участии учащихся (рис.22). Повторить условие задачи по чертежу. Составить устно план решения задачи. В тетради записать решение задачи с вопросами. Повторить все решение задачи.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 497 (1), задача № 545 (1). По учебнику — § 96, повторить отношение.

78-й урок

Решение задач на проценты

I. *Проверка домашней работы.* 1. Два ученика на доске записывают по частям пример № 497 (1). Обращается внимание на все моменты устных вычислений.

2. Задача № 545 (1) по вопросам проверяется с мест. На доске составляется формула решения.

II. *Повторение.* Фронтально ведется опрос учащихся об отношении.

III. *Устно.* 1) Курьерский поезд идет со скоростью 80 *км* в час, а скорость пассажирского на 25% меньше скорости курьерского. Определить скорость пассажирского поезда.

2) 24 руб. составляют 40% стоимости 1 *м* материи. Сколько стоит 1 *м* материи?

3) Рабочий зарабатывает 1000 руб. в месяц, а ученик — 300 руб. Найти процентное отношение заработка ученика к заработку рабочего.

IV. *Решение задач.* № 558(1). План составляется устно.

Вычисление ведется в процентах, например: Сколько процентов составляют рабочие второго цеха?

$$45\% : 1\frac{1}{2} = 30\%.$$

Решают задачу самостоятельно в тетрадях.

№ 559 (2). Устно составляется план и устно решается задача.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 559 (1); 496 (4).

79-й урок

Все действия с дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. При закрытых тетрадях спрашиваются все моменты устных вычислений в примере № 496 (4). С мест проверяется решение примера по отдельным звеньям.

2. № 559 (1) — решение рассказывается у доски по книге.

II. *Повторение.* Зависимость между компонентами и результатами действий. № 498 (1, 4, 5) — с подробным объяснением решения.

III. *Самостоятельно.* Числовые примеры решают в тетрадях. Учитель следит за работой слабых учеников и помогает им в момент затруднения.

1-й вариант

1) $\dfrac{40\frac{5}{7}:5}{11\frac{8}{9}-\left(3\frac{2}{7}+5\frac{8}{9}\right)}$; 2) $\dfrac{3\frac{5}{24}-1\frac{5}{36}:\left(5\frac{5}{6}+4\frac{2}{7}\cdot2\frac{5}{8}\right)}{1:\frac{2}{3}}$

2-й вариант

1) $\dfrac{35\frac{7}{8}:7}{14\frac{5}{11}-\left(8\frac{5}{11}+3\frac{1}{2}\right)}$; 2) $\dfrac{9\frac{1}{7}:\frac{12}{35}-4\frac{2}{7}\cdot\left(3\frac{7}{10}+3\frac{4}{5}\cdot\frac{16}{57}\right)}{1:1\frac{2}{5}}$

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 496 (2). Решить примеры:

1) $2\frac{1}{2}x:8=3$; 3) $1\frac{1}{2}x\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$.

2) $3\frac{1}{4}-2x=1\frac{1}{3}$;

Тетради на другой день берутся учителем на дом.

80-й урок

Контрольная работа

1-й вариант

1. Вычислить:

$$\frac{\left[\left(6\frac{2}{3}+2\frac{4}{15}+5\frac{1}{2}\right):\frac{1}{15}-30:\frac{5}{28}\right]:2\frac{3}{4}}{\left(5\cdot\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{22}\right):42\frac{1}{2}}$$

2. Найти неизвестные компоненты:

1) $x+7\frac{3}{8}=16\frac{7}{12}$; 3) $\frac{18}{19}\cdot x=36$;

2) $x-\frac{11}{90}=\frac{5}{18}$; 4) $x:2\frac{3}{4}=9\frac{5}{8}$.

2-й вариант

1. Вычислить:

$$\frac{\left(28:1\frac{3}{4}+1\frac{1}{3}:22+1\frac{2}{3}\cdot 9\frac{3}{11}+4:1\frac{1}{2}\right)\cdot 3\frac{1}{7}}{67\frac{1}{7}-47\cdot\frac{2}{7}}$$

2. Найти неизвестные компоненты:

1) $9\frac{5}{12}+x=12\frac{7}{18}$; 3) $x\cdot\frac{16}{17}=32$;

2) $\frac{8}{15}-x=\frac{7}{30}$; 4) $x:3\frac{1}{2}=4\frac{1}{5}$.

81-й урок

Все действия с обыкновенными дробями

I. На анализ контрольной работы отводится минут двадцать.

II. *Устно.*

1) $\frac{11}{15}\cdot 15:\left(5-\frac{1}{3}:\frac{1}{4}\right)$.

2) З а д а ч а. Трактор с жатвенной машиной и 7 косцов скосили за день $23\frac{1}{2}$ *га* пшеницы. Сколько скосил трактор с жатвенной машиной и сколько скашивал за день один косец, если трактор с жатвенной машиной мог заменить 40 косцов?

III. *Решение задач.* № 505 (2). Записать схему условия на доске. Решают самостоятельно без пояснения. Проверка задачи с устным пояснением.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику—пример № 495 (3); задача № 510 (1).

82-й урок

Задачи на дроби

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 510 (1) — решение записывается на доске.

2. Пример № 495. Математически правильно прочитываются отдельные части примера:

$$36\frac{2}{3}:15+8\frac{2}{3}\cdot 7.$$

Вычисления в примере исправляются с мест.

II. *Повторение.* 1. Законы сложения.

2. Законы умножения.

III. *Устно:*

1) $$\frac{2\frac{5}{8}\cdot\frac{8}{21}}{\left(\frac{4}{9}-\frac{4}{3}:3\right)\cdot\frac{1}{80}+2}.$$

2) Колхоз ссыпал в два амбара $20\frac{3}{4}$ *т* овса. В первый амбар ссыпал на $2\frac{1}{2}$ *т* меньше, чем во второй. Сколько овса ссыпано в каждый амбар?

IV. *Решение задач.* Проанализировать условия двух следующих задач и одну из них решить с записью в тетради. (Половина класса решает первую задачу, а другая половина решает вторую.)

1) Автомобиль прошел в первый день $\frac{3}{8}$ всего пути, во второй — $\frac{15}{17}$ того, что прошел в первый день, а в третий день — остальные 200 *км*. Какое расстояние автомобиль прошел в первый день?

2) Рабочий сначала издержал $\frac{3}{10}$ своих денег, затем $\frac{5}{7}$ остатка, после чего у него осталось на 240 руб. меньше, чем он издержал. Сколько денег издержал рабочий сначала?

V. *Домашнее задание.* По задачнику —№ 550 (2); 494 (2).

83-й урок

Треугольник. Вычисление его площади

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 550 (2) проверяется по отдельным вопросам с мест.

2. № 494 (2) по предложению учителя вычисляют устно (тетради закрыты!).

$$1)\ \frac{7}{9}\cdot 1\frac{2}{7};\qquad 2)\ 1\frac{3}{23}\cdot 9.$$

Исправление примера производится с мест.

II. *Объяснение нового материала.* Демонстрируется вырезанный треугольник. Разбираются его элементы: стороны, углы, высота. Названия треугольников, различаемых по величине углов (рис. 23).

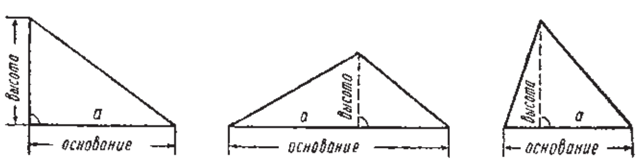


Рис. 23.

Обратить внимание на определение треугольников, различаемых по величине их углов: нередко учащиеся называют тупоугольник, остроугольник и прямоугольник.

Названия треугольников, различаемых по длине сторон (рис. 24).

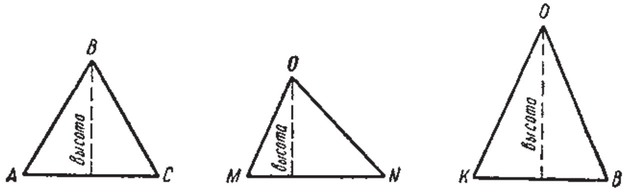


Рис. 24.

Высота проводится при помощи угольника.

Научить, как назвать треугольник: треугольник ABC.

Вычисление площади треугольника.

На доске один из учащихся чертит прямоугольник. Остальные чертят в своих тетрадях (рис. 25).

Основание фигуры — 6 *см*, высота — 4 *см*. Вычислить площадь прямоугольника. $S = ab$ (кв. ед.).

$$S = 6 \cdot 4 = 24 \text{ (кв. см)}.$$

Диагональю делят фигуру на две равные части и половину затушевывают.

Выясняется понятие «диагональ прямоугольника».

Площадь треугольника равна половине площади прямоугольника с тем же основанием и высотой.

Площадь прямоугольника равна произведению основания на высоту, а площадь треугольника будет равна половине произведения основания на высоту.

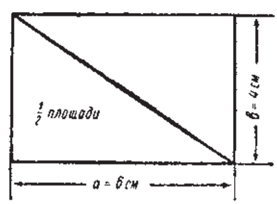


Рис. 25.

На разрезной модели показывается, как любой треугольник можно обратить в равновеликий ему прямоугольник, основание прямоугольника равно основанию треугольника, а высота равна половине высоты треугольника (рис. 26).

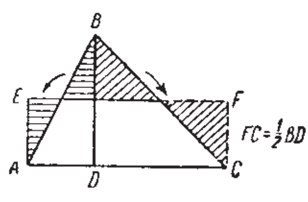


Рис. 26.

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = AC \cdot \frac{1}{2} BD.$$

Устанавливается, какие измерения надо сделать в треугольнике для вычисления его площади. Записывают на доске и в тетрадях.

Чтобы вычислить площадь треугольника, нужно числа, выражающие его основание и высоту, перемножить и полученное произведение разделить пополам.

Напоминается, что длины основания и высоты должны выражаться в одинаковых мерах.

Записывают формулу вычисления площади треугольника: a — длина основания; b — длина высоты; $S = \frac{ab}{2}$.

III. *Самостоятельно.* Найти площади треугольников, если

$$1)\ a = 20\ дм; \quad b = 14\ дм.$$

$$2)\ a = 10\frac{1}{2}\ см; \quad b = 8\ см.$$

IV. *Домашнее задание.* Начертить в тетради все виды треугольников, изученных в классе; вычислить площадь треугольника, если: 1) основание его $12\frac{1}{2}$ *м*, высота 5*м*, 2) основание — 24 *см*, высота — $1\frac{4}{5}$ *см*, 3) основание — $5\frac{3}{4}$ *дм*, высота—$1\frac{1}{2}$ *дм*.

84-й урок

Вычисление площадей

I. *Проверка домашней работы.* 1. Обходя по классу, учитель просматривает чертежи в тетрадях учащихся.

2. Вычисление площадей треугольников записывается на доске.

II. *Повторение.* После проверки домашнего задания задаются вопросы. Как вычислить площадь: 1) прямоугольника, 2) квадрата, 3) треугольника? Записать формулы вычисления площадей названных фигур.

III. *Решение задач.* 1. Периметр прямоугольника равен 21 *см*, причем основание больше высоты на $2\frac{1}{2}$ *см*. Вычислить площадь прямоугольника.

Здесь важно, чтобы учащиеся при определении основания и высоты исходили из полупериметра. Задача решается устно, но действия записываются; полученные результаты сопровождаются краткими пояснениями.

2. Площади двух прямоугольников относятся, как 3 : 5. Площадь первого на 5 *кв. м* меньше площади второго. Чему равно основание первого прямоугольника, если его высота равна $1\frac{1}{2}$ *м*?

Решение. После разбора условия задачи необходимо напомнить понятие «площади относятся, как 3 : 5».

Площадь первого прямоугольника обозначается x_1.

Площадь второго » » x_2.

Тогда появляется на доске и в тетрадях краткая запись условия задачи:

$$x_1 : x_2 = 3 : 5.$$

$$x_2 - x_1 = 5 \ (кв.\ м).$$

Площадь второго на 5 *кв. м* больше площади первого.

1) Значит, на 5 — 3 = 2 части приходятся 5 *кв. м*.

2) $5 : 2 = 2\frac{1}{2}$ (*кв. м*). На одну часть площади приходится $2\frac{1}{2}$ *кв. м*.

3) $2\frac{1}{2} \cdot 3 = 7\frac{1}{2}$ (*кв. м*). Площадь первого прямоугольника равна $7\frac{1}{2}$ *кв. м*.

4) $7\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} = 5$ (*м*). Основание первого прямоугольника равно 5 *м*.

Проверка. 1) $2\frac{1}{2} \cdot 5 = 12\frac{1}{2}$ (*кв. м*). Площадь второго — $12\frac{1}{2}$ *кв. м*.

2) $12\frac{1}{2} - 7\frac{1}{2} = 5$ (*кв. м*). Площадь второго прямо-

угольника больше площади первого на 5 *кв. м*, что соответствует условию задачи.

IV. *Самостоятельно.* Решить задачу. Высота треугольника $4\frac{1}{2}$ *см*, а основание в три раза больше. Найти площадь треугольника.

Прочитывается в классе § 100 по учебнику, подробно разбирается второй чертеж на рисунке 23.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 578 (1, 2). Решить пример:

$$\frac{\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{21}+\frac{15}{28}:\frac{5}{84}}{5:\frac{1}{2}+10}+\frac{2:\frac{1}{2}+3:\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}:2+\frac{1}{3}:3}\cdot\frac{1}{36}-1\frac{16}{35}.$$

85-й урок

Решение задач

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Устно.* Вычислить площадь треугольника:

1) $a=12$ *см*; $h=5$ *см*.

2) $a=25$ *см*; $h=\frac{4}{5}$ *м*.

III. *Решение задач.* № 524 (2).

Обозначения. Площадь большей комнаты принимаем за 1, тогда площадь меньшей комнаты выразится $\frac{8}{11}$.

$47\frac{1}{2}$ *кв. м* приходится на $1+\frac{8}{11}=1\frac{8}{11}$ части.

Площадь большей комнаты:

$$47\frac{1}{2}:1\frac{8}{11}=\frac{\overset{5}{\cancel{95}}\cdot 11}{2\cdot\underset{1}{\cancel{19}}}=27\frac{1}{2}\ (\textit{кв. м}).$$

Площадь меньшей комнаты:

$$47\frac{1}{2}-27\frac{1}{2}=20\ (\textit{кв. м}).$$

или

$$27\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{11}=\frac{\overset{5}{\cancel{55}}\cdot\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\cdot\underset{1}{\cancel{11}}}=20\ (\textit{кв. м}).$$

№ 525 (2). Разбор условия задачи.

Что значит: частное равно $3\frac{1}{2}$? — Это значит, что одно число в $3\frac{1}{2}$ раза больше другого.

Запись условия:

I II	1 $3\frac{1}{2}$	Сумма равна $6\frac{3}{4}$	Найти эти числа

Решают в тетрадях и проверяют.

IV. *Самостоятельно* решают задачу № 527 (2).

Анализ: $29\frac{3}{8}$ приходится на $8\frac{5}{6} - 1 = 7\frac{5}{6}$ части.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 524 (1); № 525 (1); № 527 (1). Решить пример:

$$\frac{4\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{8} + 12\frac{3}{7} : 4\frac{5}{6} - 8\frac{1}{2} : 14}{\frac{2}{9}\cdot 1\frac{13}{14}} : \frac{15\cdot 3\frac{1}{6}}{9\frac{2}{3} : 6\frac{68}{95}}.$$

86-й урок

Все действия с обыкновенными дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. Запись всех трех заданных на дом задач подготовлена на доске. Объяснение решения каждой задачи дается учениками с мест.

2. Пример проверяется с мест.

II. *Устно.* Задача № 528.

III. *Самостоятельно.*

1-й вариант

№ 529 (1).

Пример: $\left[\frac{1}{3} + \frac{8}{33}\cdot\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8}\right)\right] : \frac{4}{9}.$

2-й вариант

№ 529(2).

Пример: $9\frac{1}{4}+\left[\left(8-3\frac{1}{4}\right):6\frac{1}{3}\right]\cdot\frac{1}{10}$.

Домашние тетради отбираются учителем для проверки.

87-й урок

Контрольная работа

1-й вариант

1. Задача. Заказ по изготовлению деталей рабочий выполнил за 3 дня. В первый день он изготовил $\frac{9}{25}$ всего числа деталей, во второй — $\frac{5}{9}$ того числа деталей, которое он выполнил в первый день, а в третий — все остальные детали. Сколько всего деталей должен был выполнить рабочий, если в первый день он изготовил на 6 деталей меньше, чем в третий день?

2. Вычислить:

$$\left[8\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4}-\left(2\frac{61}{90}-1\frac{1}{12}\right)\right]:\frac{2}{9}.$$

2-й вариант

1. Задача. На заводе три цеха. В первом цехе $\frac{4}{15}$ всех рабочих, во втором — $\frac{5}{12}$ количества рабочих первого цеха, а в третьем цехе — все остальные рабочие. Сколько всех рабочих на заводе, если во втором цехе на 4600 рабочих меньше, чем в третьем цехе?

2. Вычислить:

$$\left[\left(2\frac{3}{40}-1\frac{7}{24}\right):5\frac{7}{8}+3\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{65}\right]\cdot1\frac{7}{8}.$$

88-й урок

Анализ контрольной работы

I. Тетради розданы ученикам. Учителем зачитывается условие задачи 1-го варианта. Составляется схематическая запись условия, запись сохраняется на доске. Вырабатывается план решения задачи; к работе привлекаются преимущественно ученики, не справившиеся с решением задачи.

Решение задачи (без вопросов) записывает средний ученик. Ученик, ошибочно решивший задачу в контрольной работе, объясняет каждое действие, обосновывая выбор именно этого действия.

Таким образом, решение задачи очень подробно разобрано, однако усвоение решения следует проверить на задаче 2-го варианта, которая совершенно аналогична задаче 1-го варианта.

Учитель зачитывает задачу 2-го варианта и предлагает записать схему. Сравнивая с сохраненной записью схемы задачи 1-го варианта, ученики вскрывают полное математическое сходство этих задач.

Предлагается списать схему задачи 2-го варианта и дома решить ее.

Переходят к исправлению примеров.

В порядке действий и в механизме действий ошибок ожидать нельзя. Обратить внимание на следующие моменты:

1) Момент раздробления целого числа в вычитании дробей, например:

$$2\frac{3}{40} - 1\frac{7}{24} = 1\frac{9-35}{120} = \frac{94}{120} = \frac{47}{60}.$$

2) Рационализация вычислений, например:

$$8\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4} = 8\frac{3}{5}:4; \qquad \frac{8}{15}\cdot 1\frac{7}{8} = 1 \text{ и т. д.}$$

3) Сокращение на двузначное число.

4) Особое внимание обратить на те неправильные ответы, которые показывают непонимание смысла действий, например при умножении на правильную дробь произведение получается больше множимого, при делении на правильную дробь частное меньше делимого и т. д.

II. *Домашнее задание.* Задача 2-го варианта; задача № 506 (2). Ученикам, у которых задача 2-го варианта решена правильно, задается № 515.

Тема четвертая

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ

При изучении десятичных дробей надо довести до полного понимания ученика, что десятичная дробь есть только частный вид обыкновенной дроби. Проводится последовательное сравнение преобразований дробей десятичных и обыкновенных, действий с дробями десятичными и обыкновенными.

К умножению и делению десятичных дробей можно целиком применить правила умножения и деления дробей обыкновенных, используя затем упрощения в действиях с десятичными дробями.

Надо подчеркнуть связь десятичных дробей с метрической системой мер.

В десятичных дробях столь же обязательна рационализация вычислений, система устных упражнений, как и в дробях обыкновенных.

При вычислении с десятичными дробями надо следить за правильностью расположения записей.

Наиболее трудным вопросом в десятичных дробях является вопрос о делении дробей. Подчеркнуть, что деление на десятичную дробь сводится к делению на целое число, на числитель десятичной дроби. В делении десятичных дробей ученик впервые встречается с бесконечным делением, при котором частное вычисляется с определенной степенью точности.

Последним теоретическим вопросом по арифметике в классе является вопрос об обращении обыкновенной дроби в десятичную. Указываются оба способа: дополнение знаменателя сомножителями до степени десяти и деление числителя на знаменатель. Во втором случае ученики встречаются и знакомятся с периодическими дробями. Сведения о периодических дробях сообщаются ученикам очень небольшие, достаточно, если ученик понимает, что вследствие повторяемости остатков при получении каждой цифры частного деление закончиться не может и в частном начинают повторяться цифры в определенной последовательности.

При изучении этой темы ученику приходится иметь дело с примерами на совместные действия. Надо не допускать обращения десятичных дробей в обыкновенные в том случае, если оба компонента действия можно выразить в дробях десятичных, у учеников есть тенденция освобождаться от десятичных дробей.

К концу года ученик уже имеет дело с решением более сложных задач, и надо стремиться, чтобы объяснение решения он давал в различной форме: в форме коротких и полных вопросов, утвердительных пояснений, в форме более развернутого рассказа. К некоторым задачам ученик сможет составить формулу.

В этой теме ученик имеет дело с целым рядом моментов политехнического характера, например:

1) приближенное частное, вычисление его с определенной степенью точности;

2) вычисление на счетах;

3) геометрический материал с непосредственным измерением и моделированием;

4) понятие о погрешности;

5) моменты самопроверки и т. д.

1-й урок

Предварительные сведения о десятичных дробях

1. *Проверка домашней работы.* 1. Исправляется самостоятельная работа, выполненная учениками на прошлом уроке и просмотренная учителем дома.

К доске вызываются два ученика, выполнявшие разные варианты и не справившиеся с задачей.

2. Примеры проверяются с мест.

II. *Повторение*. Что называется степенью? Основанием степени? Показателем степени? Записать на доске различные степени числа 10. Соответствие числа нулей с показателем степени.

III. *Объяснение нового материала*. Сообщается, что переходим к большой новой теме: будем изучать особый вид дробей — дроби десятичные.

На доске написаны дроби:

$$\frac{2}{3};\ \frac{7}{10};\ \frac{5}{17};\ \frac{13}{100};\ \frac{27}{1000}.$$

Выпишите из этого ряда дроби, у которых знаменателем является какая-либо степень числа 10. Выписываются соответствующие дроби. Какие же числа являются знаменателями выписанных дробей? — Различные степени числа 10.

Выписанные дроби называются десятичными дробями. Какие же дроби называются десятичными?

— Дробь, знаменателем которой является степень числа 10, называется десятичной. Определение записать.

Все выписанные нами десятичные дроби записаны в виде дробей обыкновенных. Как во всякой дроби, над дробной чертой пишется числитель, под чертой — знаменатель.

Но десятичные дроби имеют и особую запись. Надо помнить, что знаменателем их могут быть только различные степени числа 10.

Анализ числа 333. Все цифры одинаковы. Изменение значения цифры в связи с изменением занимаемого ею места в числе: первая слева цифра обозначает 3 сотни, вторая — 3 десятка, третья — 3 единицы. Уменьшение значения цифры в десять раз по мере передвижения слева направо.

Анализ значения каждой цифры в числе 1111.

А если справа от простых единиц приписать еще цифру 1, что она будет обозначать? — $\frac{1}{10}$ долю.

Необходимость как-то «отгородить» ее от числа 1111. Постановка запятой: 1111,1.

Демонстрация и разбор таблицы.

Название долей в правой части записывается постепенно: десятые, сотые и т. д.

Повторяется после чтения, что на первом месте после запятой вправо стоят десятые доли, на втором — сотые и т. д.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десятитысячные
		3	6	2	4		
	8	5	1	7	3	9	
			0	2	0	3	
	6	6	4	0	6	4	9

Дробная часть записанных чисел читается сначала по разрядам: 2 десятые, 4 сотые и т. д., затем анализируют, сколько сотых в одной десятой, сколько тысячных в одной сотой, в 4 сотых и т. д. После этого читают сразу: 24 сотых, 739 тысячных и т. д.

При отсутствии целых чисел влево от запятой ставят 0.

Ученики часто путают десятки и десятые, сотни и сотые и т. д. По таблице заставляют прочитать: сколько в числе десятков? а десятых? сколько сотых? а сотен?

Прочитывают несколько записанных на доске чисел.

Подчеркивают связь между десятичными дробями и метрической системой мер:

1 *дм* = 0,1 *м*; 1 *г* = 0,001 *кг*
1 *см* = 0,01 *м*; 1 *кг* = 0,001 *т*
1 *мм* = 0,001 *м*; 1 коп. = 0,01 руб.

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 102; 103. По задачнику приготовить устно ответы на вопросы № 584 и 585. Приготовить сетку и вписать в нее числа из № 588.

2-й урок

Предварительные сведения о десятичных дробях

I. *Проверка домашней работы.* 1. Фронтально опрашиваются сведения о десятичных дробях.

2. С мест отвечают на вопросы № 584 и 585.

II. *Объяснение нового материала.* Анализ и чтение записей: 0,4; 0,8; 0,12; 0,64 и т. д.

Записывается только числитель дроби. Знаменатель определяют по числу десятичных знаков.

Записать в виде десятичных дробей с предварительным разбором каждого примера:

$$\frac{6}{100};\ \frac{38}{1000};\ \frac{7}{10};\ \frac{29}{10};\ \frac{287}{1000};\ \frac{1}{1000}.$$

Наблюдают записи и делают вывод. Чтобы десятичную дробь написать без знаменателя, достаточно написать ее числитель и отделить в нем запятой с правой стороны столько десятичных знаков, сколько нулей в знаменателе.

Записать под диктовку: 5,5; 0,25; 1,248; 0,003.

Вводится термин «десятичные знаки».

На счетах указать местоположение десятых, сотых и тысячных долей.

Прочитать отложенные на счетах числа: 5,65; 18,06; 126,532.

Отложить на счетах под диктовку: 15,12; 0,624; 231,126.

III. *Самостоятельно*. № 590.

IV. *Домашнее задание*. По задачнику — задача № 567 (1). Приготовить устно № 591 (1,2).

3-й урок

Сокращение десятичных дробей и приведение их к общему знаменателю

I. *Проверка домашней работы*. 1. Опрос по подготовленным устным ответам к № 591 (1,2).

2. Рассказывают решение задачи № 567 (1).

Откладывают на счетах: 0,25; 2,04; 18,648.

II. *Повторение*. 1. Происхождение дроби. 2. Основное свойство дроби. 3. Сокращение дроби. 4. Приведение дробей к общему знаменателю. По каждому пункту отвечающие приводят примеры.

III. *Объяснение нового материала*. Дается дробь 0,27. Ученики рассказывают, как могла получиться эта дробь. Дана дробь 0,1200. Надо ее сократить.

Называют числитель и знаменатель дроби. На какое число можно сократить эту дробь? Как сократить? Запись: 0,1200 = 0,12.

Десятичную дробь сокращали так же, как и дробь обыкновенную: числитель и знаменатель делили на одно и то же число.

Может быть предложение: 0,12 сократить дальше.

Убеждаются, что сократить можно, но придется выразить 0,12 недесятичной дробью: $0{,}12 = \frac{3}{25}$.

Условливаемся при сокращении десятичных дробей сохранять запись в виде десятичной дроби.

У доски сократить: 2,60 = 2,6; 18,0600 = 18,06.

Наблюдения. Десятичные дроби мы сокращаем только на степень числа 10.

Самостоятельно: № 610. Как раздробляли обыкновенные дроби в более мелкие доли? Для чего приходилось делать раздробление? — Для приведения дробей к общему знаменателю. А для чего приводились дроби к общему знаменателю? — Для сравнения их величины и для того, чтобы произвести сложение и вычитание дробей.

Научимся раздроблять десятичные дроби.

Раздробить:

1,6 — в сотые доли;	1,6 = 1,60
8,15 — в тысячные доли;	8,15 = 8,150
0,08 — в десятитысячные доли;	0,08 = 0,0800.

В каждом случае вскрываем сходство преобразования с дробями обыкновенными: числитель и знаменатель умножается на одно и то же число.

Сравнить дроби по величине: 1,263 и 1,28.

Убеждаются, что для сравнения десятичных дробей по величине нет необходимости приводить их к общему знаменателю, производят сравнение поразрядно.

Выполнить у доски № 608; 609 (1).

IV. *Самостоятельно*. Привести к общему знаменателю:

1) 12,64 и 1,5; 2) 3,1 и 5,643; 3) 15,444 и 0,06.

V. *Домашнее задание*. По учебнику — § 104 и 105. По задачнику — № 609 (2); 562. Объяснение задачи дать в утвердительной форме.

4-й урок

Сложение десятичных дробей

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 609 (2) проверяется с мест.

2. № 562— ученик записывает на доске решение задачи, отдельные ученики из класса зачитывают пояснение каждого действия по своим тетрадям. Пояснения даются в утвердительной форме.

$$2\frac{2}{5}\cdot 1\frac{1}{2}=\frac{12}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{\overset{6}{\cancel{12}}\cdot 3}{5\cdot\underset{1}{\cancel{2}}}=\frac{18}{5}=3\frac{3}{5}\ (\kappa м).$$

Во второй день отремонтировано $3\frac{3}{5}$ *км* шоссе и т. д.

Тщательно отрабатывается правильное построение предложения.

II. *Повторение.* 1. Предложить ученику написать 4 десятичные дроби и выделить из них наибольшую и наименьшую. Рассказать, как сравниваются по величине десятичные дроби.

2. Рассказать о сложении обыкновенных дробей с предварительной записью примеров на доске. (Особо: 1) сложение смешанных чисел с одинаковыми знаменателями, 2) сложение смешанных чисел с разными знаменателями.)

3. Дать определение десятичной дроби и привести пример.

III. *Объяснение нового материала.*

1) $\frac{11}{23}+\frac{8}{23}=\frac{19}{23}$.	$0{,}17+0{,}12=0{,}29$
$\frac{5}{8}+\frac{7}{8}=\frac{12}{8}=1\frac{1}{2}$	$0{,}8+0{,}5=1{,}3$
$5\frac{3}{14}+41\frac{11}{14}=47$	$25{,}65+24{,}35=50$
2) $2\frac{1}{2}+5\frac{7}{46}=7\frac{30}{46}=7\frac{15}{23}$	
$6\frac{1}{7}+3\frac{2}{3}=9\frac{17}{21}$	$28{,}25+100{,}6=$ $=28{,}25+100{,}60=128{,}85$
$12\frac{5}{24}+1\frac{7}{36}=13\frac{29}{72}$	

После наблюдений учащиеся приходят к выводу, что сложение десятичных дробей производится так же, как и сложение обыкновенных дробей, но процесс вычисления значительно проще.

С записью на доске и в тетрадях решить пример:

$$3{,}785 + 97{,}03 + 8{,}9 + 0{,}429 = 110{,}144$$

$$\begin{array}{r} 3{,}785 \\ 97{,}030 \\ +\quad 8{,}900 \\ 0{,}429 \\ \hline 110{,}144 \end{array}$$

Наблюдения. 1. Дроби приведены к общему знаменателю.

2. Слагаемые подписаны разряд под разрядом.

3. Сложение производили по разрядам, как целые числа.

Для приведения слагаемых к общему знаменателю к десятичной дроби справа приписывали нули.

На цифры, получаемые в сумме, эти приписанные нули влиять не могут.

При сложении можно не приводить дроби к общему знаменателю, только следить за правильным подписанием разряда под разрядом.

Проверим:

$$\begin{array}{rl} & 3{,}785 \\ & 97{,}03 \\ + & 8{,}9 \\ & 0{,}429 \\ \hline & 110{,}144 \end{array}$$

Убеждаются, что сумма не изменилась.

Сложить на счетах № 615 (1—3). На доске сложить именованные числа № 617 (1,2).

IV. *Самостоятельно.* № 613 (4, 5, 6).

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 107. По задачнику — № 614; 626(1).

5-й урок

Вычитание десятичных дробей

I. *Проверка домашней работы*. 1. № 614 — строка 5-я записывается на доске, остальные исправляются с мест.

2. Задача № 626 (1) проверяется с мест.

II. *Повторение* (18,5 + 37,8) + 1,5; 9, 7+ (16, 9+10,3).

Ученики читают записанные на доске примеры и объясняют их решения. Затем переделывают их снова с использованием свойств сложения.

Вопросы: 1) Как сложить обыкновенные дроби и как десятичные? Различие в записи.

2. Как производится вычитание обыкновенных дробей?

III. *Объяснение нового материала*.

1) $\frac{12}{17} - \frac{8}{17} = \frac{4}{17}$	$0{,}015 - 0{,}013 = 0{,}002$
$\frac{19}{33} - \frac{2}{33} = \frac{17}{33}$	$0{,}45 - 0{,}25 = 0{,}20 = 0{,}2$
2) $14 - \frac{11}{15} = 13\frac{4}{15}$	$18 - 0{,}17 = 17{,}83$
$10\frac{1}{3} - 2\frac{1}{6} = 8\frac{1}{6}$	$58{,}6 - 10{,}15 = 48{,}45$

После наблюдений учащиеся делают вывод о способе вычитания десятичных дробей. Обратить внимание на формулировку правил.

С записью на доске и в тетрадях решаются примеры:

1) $14{,}597 - 1{,}019 = 13{,}578$

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r}14{,}597\\ 1{,}019\end{array}\\ \hline 13{,}578\end{array}$$

2) $120 - 17{,}17 = 102{,}83$

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r}120{,}00\\ 17{,}17\end{array}\\ \hline 102{,}83\end{array}$$

Убеждаются, что нули можно не приписывать.

Вычитание десятичных дробей производится по разрядам, как и вычитание целых чисел.

Решить на доске: 28,6 *м* — 19,4 *м*; 126,81 *г* — 18,59 *г*; 16,05 *т* — 15,38 *т*.

Показывается вычитание на счетах; оно аналогично вычитанию целых чисел.

IV. *Самостоятельно*. Сумма трех слагаемых 50,038. Одно из слагаемых 15,08, другое 14,9. Найти третье слагаемое.

Записать пример и решить его с проверкой.

V. *Домашнее задание*. По учебнику — § 108. По задачнику — № 645 (1 — 4); 643 (весь); 653.

6-й урок

Умножение десятичной дроби на степень числа 10

I. *Проверка домашней работы*. 1. № 645 (1—4) проверяется с мест.

2. № 643 — строка 2-я решается на доске, остальные — проверяются с мест.

3. № 653 решается вычислением на счетах.

II. *Повторение*. 1. Что называется степенью? 1000 — какая степень числа 10? Назови четвертую степень числа 10. Как умножить дробь на целое число?

III. *Объяснение нового материала*.

1) $5^3 + 2^4 - 10^2$	5) $8\frac{3}{14} \cdot 2$
2) $\frac{21}{22} \cdot 3$	6) $\frac{13}{100} \cdot 10 = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$
3) $\frac{21}{22} \cdot 11$	7) $\frac{17}{1000} \cdot 100 = \frac{17}{10} = 1\frac{7}{10}$
4) $5\frac{1}{3} \cdot 2$	

Указанные примеры записаны на доске.

Вызванные ученики записывают сразу ответы, выбирая рациональный прием вычислений.

Выделить те примеры, где множимое — десятичная дробь, а множитель — степень десяти. Это выделение может быть подчеркнуто тем, что результат умножения в двух примерах записывается в виде десятичной дроби:

$$\frac{13}{100} \cdot 10 = \frac{130}{100} = 1,3.$$

Провести наблюдения и записать десятичную дробь при помощи запятой:

$$0{,}13 \cdot 10 = 1{,}3; \qquad 0{,}017 \cdot 100 = 1{,}7.$$

Решение примеров с наблюдением и устным объяснением записывается на доске и в тетради:

$$\begin{aligned} 2{,}125 \cdot 10 &= 21{,}25; \\ 2{,}125 \cdot 100 &= 212{,}5; \\ 2{,}125 \cdot 1000 &= 2125; \\ 2{,}125 \cdot 10000 &= 21250. \end{aligned}$$

Наблюдения и вывод.

1. При умножении десятичной дроби на степень числа 10 запятая переносится вправо.

2. Запятая переносится вправо через столько знаков, сколько нулей в степени числа 10. Пояснить при этом, что подразумевается под «знаком».

3. Сравнить величину произведения с величиной множимого при умножении на целое число и вскрыть смысл умножения на целое число. (Сложение равных слагаемых.)

Правило, выведенное из наблюдений, записать.

Чтобы десятичную дробь умножить на степень числа 10, достаточно запятую перенести вправо на столько знаков, сколько нулей в степени числа 10.

№ 595 (1) (устно).

Для закрепления решаются примеры с записью на доске и в тетрадях.

IV. *Самостоятельно.*

1) $6{,}25 \cdot 10$; 3) $8{,}6 \cdot 100$;

2) $0{,}124 \cdot 100$; 4) $63{,}906 \cdot 1000$.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 655. Подготовить устно № 595 (2,3). Решить пример:

$$\left[10\frac{1}{5} : 17 - 2\frac{2}{5} : \left(4\frac{3}{8} - 1\frac{7}{25} + 2\frac{5}{8}\right)\right] \cdot 11.$$

По учебнику — §106 (часть). Повторить § 90 (деление дробей).

7-й урок

Деление десятичной дроби на степень числа 10

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 655 — решение записывается на доске, читают с мест с объяснением; № 595 (2,3) проверяется устно.

2. Решение примера записывается на доске.

3. Фронтально опрашиваются повторенные по учебнику § 90 и 106 — различные случаи деления дробей.

II. *Объяснение нового материала.* Устно с записью ответов на доске.

1) $\frac{15}{19} : 5;$ 4) $85\frac{1}{4} : 17;$

2) $\frac{15}{19} : 2;$ 5) $\frac{3}{10} : 10 = \frac{3}{100};$

3) $25\frac{5}{8} : 5;$ 6) $8\frac{7}{10} : 10 = \frac{87}{10} : 10 = \frac{87}{100};$

7) $12\frac{9}{100} : 100 = \frac{1209}{100} : 100 = \frac{1209}{10000}.$

Выделить среди делимых десятичные дроби и записать их при помощи запятой.

1) $8,7 : 10 = 0,87;$
2) $12,09 : 100 = 0,1209.$

Решение примеров с полным устным объяснением с записью на доске и в тетради.

1) $75 : 10 = 7,5;$ 4) $0,12 : 1000 = 0,00012;$
2) $349 : 100 = 3,49;$ 5) $0,8 : 100 = 0,008;$
3) $12,1 : 10 = 1,21;$ 6) $1,1 : 10000 = 0,00011.$

Наблюдения. 1. При делении десятичной дроби на степень числа 10 всегда знаменатель делимого умножается на степень числа 10 (делитель).

2. При делении десятичной дроби на степень числа 10 запятая переносится влево.

3. Запятая переносится влево на столько знаков, сколько нулей в степени числа 10.

Все эти выводы делаются из наблюдения над решенными примерами. Правило, выведенное из наблюдений, записать.

Чтобы десятичную дробь разделить на степень числа 10, достаточно запятую перенести влево на столько знаков, сколько нулей в степени числа 10.

Для закрепления решаются примеры на доске и в тетради: № 600 (1—5).

III. *Домашнее задание.* По задачнику — № 685, 642 (3,4); 573(1). По учебнику— § 106.

8-й урок

Умножение десятичной дроби на целое число

I. *Проверка домашней работы.* 1. Примеры № 685 и 642 (3,4) проверяются с мест.

2. Задача № 573 (1) — решение записывается на доске.

II. *Повторение.* Применение распределительного закона умножения к дробям.

$$\left(2\frac{1}{3}+\frac{4}{5}\right):3; \qquad \left(\frac{1}{8}+1+\frac{3}{16}\right)\cdot 8.$$

Два рядом сидящие ученика решают каждый пример по-разному: без применения распределительного закона и с применением его. Сверяя ответы, убеждаются в справедливости распределительного закона для дробей.

III. *Объяснение нового материала.* Научимся умножать десятичную дробь на целое число.

Что значит умножить дробь на целое число? Как умножить дробь на целое число?

В сложении и вычитании мы сравнивали способ производства этих действий в дробях обыкновенных и десятичных. К какому выводу мы пришли?

Сравним способ умножения на целое число обыкновенной дроби и дроби десятичной.

На доске записаны примеры:

$$\frac{2}{3}\cdot 5; \qquad \frac{13}{27}\cdot 3; \qquad 12\frac{2}{5}\cdot 5;$$

$$0{,}25\cdot 3; \qquad 0{,}31\cdot 2; \qquad 3{,}09\cdot 4.$$

Каждый пример подробно разбирается.

0,25 · 3—чему равен числитель дроби? Знаменатель? Дословно применяют правило умножения обыкновенных дробей к умножению дробей десятичных.

Числитель $25 \cdot 3 = 75$. Знаменатель прежний —100

$$0{,}25 \cdot 3 = 0{,}75.$$

Так же разбирается каждый следующий пример.

3,09 . 4 — умножается смешанное число с использованием распределительного закона.

$$3{,}09 \cdot 4 = (3 + 0{,}09) \cdot 4 = 12{,}36.$$

Решение примеров у доски и в тетрадях.

Сначала даются примеры, где умножение производится устно.

1) $0{,}12 \cdot 7$; 2) $2{,}06 \cdot 3$; 3) $0{,}001 \cdot 8$.

Затем указывается письменный способ решения.

0,56 · 38 — числитель — целое число, умножение сводится к умножению целого числа на целое. Знаменатель остается прежний.

Запись: $0{,}56 \cdot 28 = 15{,}68$

$$\begin{array}{r} \times\ 56 \\ 28 \\ \hline 448 \\ 112 \\ \hline 1568 \end{array}$$

Так же решить:

$$0{,}215 \cdot 15; \qquad 12{,}93 \cdot 18.$$

При письменном умножении смешанных чисел проще обратить их в неправильную дробь.

Числитель 1293 — число целое, умножаем его на 18.

$$\begin{array}{r} \times\ 1293 \\ 18 \\ \hline 10344 \\ 1293 \\ \hline 23274 \end{array}$$

23274 — это числитель произведения, знаменатель остается прежний 100.

$$12{,}93 \cdot 18 = 232{,}74.$$

Просматривая все проделанные примеры, ученики наблюдают, что умножение десятичной дроби на целое число сводится к умножению целого числа на целое, т. е. числителя дроби на целое, и делению полученного произведения на прежний знаменатель. Знаменатель десятичной дроби—степень числа 10, а деление на степень 10 сводится к перенесению запятой справа налево через столько знаков, сколько нулей в степени 10, что соответствует числу десятичных знаков во множимом.

Окончательно правило формулируется так:

Чтобы умножить десятичную дробь на целое число, достаточно умножить на целое число числитель дроби и в полученном произведении отделить справа столько знаков, сколько их было во множимом.

Обратить внимание на случаи умножения:

1) $2{,}041 \cdot 200 = 2{,}041 \cdot (2 \cdot 100) = (2{,}041 \cdot 100) \cdot 2 = 204{,}1 \cdot 2 = 408{,}2$;

2) $6{,}56 \cdot 500$; 3) $0{,}085 \cdot 8000$.

IV. *Домашнее задание.* Выполнить умножение:

1) $43{,}076 \cdot 405$; 2) $0{,}354 \cdot 25$; 3) $50{,}07 \cdot 203$; 4) $50{,}004 \cdot 308$.

По задачнику — № 656; задача № 520.

9-й урок

Умножение на десятичную дробь

I. *Проверка домашней работы.*

1. Вызванные ученики с мест дают ответы к № 656 с объяснением вычисления.

2. Решение письменных примеров записывается на доске. Один из вызванных учеников рассказывает о решении задачи № 520.

II. *Устно.* 0,7 *км* · 13 — ответ дать в метрах:

$$0{,}7\,км \cdot 13 = 9{,}1\,км = 9100\,м.$$

3,6 *м* · 4 — ответ дать в километрах.

III. *Объяснение нового материала.* На доске записаны примеры:

I. 1) $45 \cdot \frac{2}{5} =$	II. 1) $45 \cdot 0{,}8 =$
2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} =$	2) $0{,}16 \cdot 0{,}3 =$
3) $1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{2} =$	3) $1{,}5 \cdot 2{,}3 =$

Наблюдения. Везде множитель — число дробное. Вспоминают смысл умножения на правильную дробь. В I столбике — умножение на обыкновенную дробь. Во II столбике — умножение на десятичную дробь. Правило умножения дробей обыкновенных целиком применяется к умножению дробей десятичных.

Предлагается найти произведение в первых примерах обоих столбиков с объяснением. После проведения наблюдений при решении примеров вывести правило умножения десятичных дробей.

При умножении десятичных дробей надо произведение их числителей разделить на произведение знаменателей.

Обратить внимание на умение назвать произведение числителей и произведение знаменателей в процессе умножения десятичных дробей. Произведение знаменателей — всегда степень числа 10.

Наблюдается, что при делении произведения числителей на произведение знаменателей приходится запятую переносить справа налево через столько десятичных знаков, сколько их во множимом и во множителе вместе.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 658 (9—15); 390 (4, 5, 6); 659 (1—5). Составить задачу на умножение на десятичную дробь.

10-й урок

Округление произведения

I. *Проверка домашней работы.* Тетради берутся учителем на дом.

II. *Устно.* Найти:

1) 0,2 от 0,7; 2) 0,5 от 0,003;

3) 0,1 от 0,01; 4) 0,02 от 0,005.

Найти произведения чисел:

1) 0,1 и 0,1 ; 3) 0,001 и 0,001;

2) 0,8 и 0,07; 4) 50 и 0,01.

III. *Объяснение нового материала.* Решение примеров с записью на доске и в тетради. Округление десятичных дробей.

Использовать знак приближенного равенства. Понимание терминов: «с недостатком» и «с избытком».

1) 1,999 *кг* $\approx$ 2 *кг* (с избытком);
2) 0,1348 руб. $\approx$ 13 коп. (с недостатком);
3) 0,1834921 $\approx$ 0,1835 (с точностью до 0,0001);
4) 0,1834921 $\approx$ 0,18 (с точностью до 0,01);
5) 0,02509 $\approx$ 0,025 — привести примеры из практики, когда подобные округления целесообразны или прямо необходимы;
6) найти 0,209 от 45,48 *м* — произведение округлить до тысячных долей метра;
7) найти 0,26 от 20,5 *га* — произведение округлить до 1 *га* (приблизительно 5 *га* с недостатком).

Решить задачу № 683.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 664, произведения округлить до 0,01; 673 (1). Решить примеры. Найти 0,028 от 80,5 руб. (Произведение округлить до 0,01 руб. Округленное число выразить составным именованным числом.)

11-й урок

Контрольная работа

Домашние работы у учеников отбираются.

Условие задачи в контрольную работу не переписывается.

1-й вариант

1. Задача. В бассейн проведены 3 трубы; через первую трубу в минуту вливается 2,35 ведра воды, через вторую — 0,4 того, что вливается через первую трубу, через третью трубу вливается 3,3 ведра воды в минуту.

Через три трубы бассейн наполняется за 8,25 часа. Сколько ведер он вмещает?

2. Вычислить:

$$[(5,743 + 9,257) \cdot 0,01 - 0,047] \cdot 10000 - 429,5.$$

2-й вариант

1. Задача. В бассейн проведены 3 трубы; через первую трубу вливается 2,4 ведра в минуту, через вторую в 1,5 раза более, чем через первую, а через третью 0,8 того, что вливается через вторую трубу. Тремя трубами бассейн наполняется за 6, 75 часа. Сколько ведер вмещает бассейн?

2. Вычислить:

$$[(2,864 + 3,008) \cdot 0,5 - (58,75 - 56,915) \cdot 1,6] \cdot 1000.$$

12-й урок

Деление десятичной дроби на целое число

(при точном частном)

I. *Анализ контрольной работы.* Работы розданы ученикам. 1. Оба примера записаны на доске, ученики сверяют свои работы.

2. Одна из задач разбирается с мест.

II. *Повторение.* 1. Что происходит с величиной дроби при делении ее на целое число?

2. Как дробь разделить на целое число? Ответы учащихся подтверждаются примерами.

III. *Устно*: 0,8 : 10; 25,7 : 100; 125,8 : 100;
25,18 : 10; 3,8 : 100; 25,6 : 1000.

Повторить правило деления на степень числа 10.

IV. *Объяснение нового материала.* От деления на степень числа 10 переходим к делению десятичной дроби на любое целое число.

На доске записываются примеры:

1) 0,25 : 5; 3) 0,36 : 9;
2) 0,24 : 6; 4) 0,72 : 8.

Ведется наблюдение.

В первом примере возможны оба способа деления дроби на целое число: деление числителя на целое число или умножение знаменателя.

Но при умножении знаменателя получаем в знаменателе 500, т. е. получаем дробь не десятичную. А на какие целые числа можно делить десятичную дробь способом умножения знаменателя? — На степень числа 10. Так же разбираются и остальные примеры.

Вывод. При делении десятичной дроби на целое число, отличное от степени числа 10, возможен только один способ деления — деление числителя на данное число.

Даются примеры на доске:

1) 0,0012 : 6;	3) 0,034 : 4;	5) 14,4 : 6;
2) 0,3 : 15;	4) 51,68 : 17;	6) 1,25 : 5.

Примеры на доске записываются постепенно. Наблюдения проводятся над каждым примером, и делаются соответствующие выводы.

В первом — числитель кратен делителя. Во втором и третьем — числитель делимого не кратен делителей, требуется раздробление в более мелкие доли. В четвертом и пятом — возможность применения распределительного закона деления. В шестом — необходимость обращения делимого в неправильную дробь. После соответствующих выводов ученики записывают примеры в тетрадь, объяснение дают с мест.

Чтобы разделить десятичную дробь на целое число, надо разделить числитель дроби на целое число, оставив прежний знаменатель. Иногда данную десятичную дробь приходится раздроблять в более мелкие доли.

V. *Самостоятельно.*

0,75 : 3;	0,026 : 5;	2,24 : 4;
0,0085 : 17;	36,24 : 12;	7,5 : 5.

VI. *Домашнее задание.* По учебнику — § 111(а). Повторить деление дробей. По задачнику — № 685 (7—10); задача № 570. Решить примеры: 1) 7,6 : 2; 2) 1,8 : 6; 3) 0,84 : 4; 4) 2,2 : 5.

13-й урок

Деление десятичной дроби на целое число. Приближенное частное

I. *Проверка домашнего задания.* 1. Решение задачи № 750 записывается на доске. 2. Примеры проверяются с мест.

II. *Повторение.* Правила деления обыкновенных дробей. Деление десятичной дроби на целое число.

III. *Объяснение нового материала.* Примеры:

0,275 : 25; 0,099 : 66; 30,108 : 780;

0,01242 : 69; 3,6 : 225; 0,2688 : 56.

Показываются записи при последовательном раздроблении:

$$\begin{array}{r} 3{,}6 : 225 = 0{,}016 \\ \hline 360 \\ 225 \\ \hline 1350 \\ 1350 \\ \hline \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r|l} 3{,}6 & 225 \\ \hline 360 & 0{,}016 \\ 225 & \\ \hline 1350 & \\ 1350 & \\ \hline \end{array}$$

Нахождение приближенного частного с различной степенью точности при делении целых чисел и десятичных дробей.

267 : 4 с точностью до 1.

48 637 : 3 с точностью до 0,1; до 0,01; до 0,001.

17,69 : 15 = 1,1793...

На этих примерах найти приближенное частное с точностью до 0,1; до 0,001 в первом случае — с избытком, во втором — с недостатком.

От деления некоторых чисел получилось частное: 0,25375... Округлить его последовательно до 0,0001; 0,001 и т. д.

Повторяется правило четной цифры.

IV. *Самостоятельно.*

1) 8,65 : 7 — с точностью до 0,01;

2) 0,124 : 3 — » до 0,001.

V. *Домашнее задание.* Составить три задачи в одно действие на деление обыкновенных дробей: а) целого числа на дробь; б) дроби на дробь; в) смешанного числа на смешанное.

Решить примеры: $28:\frac{4}{7}$; $\frac{5}{8}:\frac{4}{9}$; $8:\frac{5}{7}$; $\frac{5}{8}:\frac{5}{12}$; $4:\frac{5}{9}$;

$\frac{7}{6}:\frac{11}{36}$; $10:\frac{7}{8}$; $\frac{15}{14}:\frac{20}{7}$.

14-й урок

Деление на десятичную дробь

I. Домашние тетради берутся для исправления на дом.

II. *Объяснение нового материала.* Сделаем некоторые дополнительные наблюдения над делением обыкновенных дробей.

$$\frac{6}{11}:\frac{9}{10}; \qquad \frac{5}{8}:\frac{11}{5}; \qquad 9:\frac{8}{13}.$$

В частном рамкой выделяют часть частного, которая соответствует величине делимого.

Обращается внимание, что правило остается одинаковым при делении целого числа на дробь или дроби на дробь.

Делимое умножали на знаменатель делителя и полученное произведение делили на числитель делителя.

В домашних примерах везде заключают в рамку часть делимого, которая без изменения вошла в частное.

Как же можно иначе сформулировать правило деления на дробь? — Чтобы разделить на дробь, достаточно делимое умножить на знаменатель делителя и полученное произведение разделить на числитель делителя.

У доски с применением этого правила $\frac{3}{7}:\frac{2}{3}$.

Выписывается несколько примеров из домашней работы (без окончательных вычислений):

$$8:\frac{5}{7}=\boxed{8}\cdot\frac{7}{5}; \qquad \frac{5}{8}:\frac{4}{9}=\boxed{\frac{5}{8}}\cdot\frac{9}{4}; \qquad \frac{7}{6}:\frac{11}{36}=\boxed{\frac{7}{6}}\cdot\frac{36}{11}.$$

Во всех выписанных примерах учитель заключает в рамку некоторую часть частного. Прочитать заключенные в рамку числа: 8; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{6}$.

Каким компонентом деления являются эти числа в задании? — Перед нами делимые. Таким образом, делимое входит в частное без всяких изменений.

Сегодня мы начнем деление на десятичную дробь.

Смысл деления десятичных дробей и правило деления то же, что и в дробях обыкновенных.

0,45 : 0,9. Анализ: делимое — 0,45; знаменатель делителя — 10; числитель делителя — 9.

Применение правила:

$$0{,}45 : 0{,}9 = (0{,}45 \cdot 10) : 9 = 4{,}5 : 9 = 0{,}5.$$

Продолжают дальнейший анализ частного:

$$0{,}225 : 0{,}15 = (0{,}225 \cdot 100) : 15 = 22{,}5 : 15 = 1{,}5.$$

Легкость умножения на знаменатель — на степень числа 10, поэтому не надо делать длинных записей.

$$0{,}015 : 0{,}3 = 0{,}15 : 3 = 0{,}05.$$

Упражнения у доски:

1) 0,75 : 0,5;	4) 0,21 : 0,87;
2) 9 : 0,36;	5) 7,05 : 1,5;
3) 12,4 : 0,31;	6) 4 : 0,25.

III. *Самостоятельно.*

1) 0,6 : 0,2;	3) 15 : 0,03;
2) 1,68 : 0,4;	4) 0,14 : 0,007.

Повторяется правило деления и записывается в тетрадь.

П р а в и л о. Чтобы разделить на десятичную дробь, достаточно делимое умножить на знаменатель делителя и полученное произведение разделить на числитель делителя.

Никаких дополнительных наблюдений на первом уроке не проводится.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 686 (1—7); задача № 714.

15-й урок

Деление на десятичную дробь

I. *Проверка домашней работы.* 1. Решения всех примеров из № 686 и 687 записываются на доске. Проверяется на них новая формулировка правила деления на дробь. Примеры не стираются.

2. Задача № 714 — устно с места повторяется способ вычисления высоты. Проверяются вычисления.

II. *Повторение* провести на примерах № 691(1,2).

III. *Объяснение нового материала.* Проводятся наблюдения на записанных на доске примерах.

1. Деление на десятичную дробь везде сводится к делению на целое число.

2. Умножая делимое на знаменатель делителя, который является степенью числа 10, мы переносили запятую слева направо через столько знаков, сколько их в делителе. Таким образом, механизм деления на десятичную дробь чрезвычайно прост.

Запись: $0{,}654 : 10{,}9 = 6{,}54 : 109 = 6$.

Делить десятичную дробь на целое число мы уже умеем.

Упражнение у доски. 1) $3{,}672 : 2{,}04 = 367{,}2 : 204 = 1{,}8$;

$$\begin{array}{r} 204 \\ \hline 1632 \\ 1632 \\ \hline \end{array}$$

2. $0{,}063 : 1{,}26$; 3) $1{,}08 : 1{,}5$

IV. *Самостоятельно.* № 688 (6, 7, 11).

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 687 (10, 11); 688 (весь).

16-й урок

Примеры на все действия с десятичными дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. Повторяется правило деления на десятичную дробь. Последние четыре строки из № 688 записываются на доске, остальные исправляются с мест.

2. № 687 (10, 11) проверяется с мест.

II. *Повторение.* 1. Что называется отношением?

2. Найти отношение 5 к 25.

3. Найти отношение 200 *кг* к 8 *кг*.

4. Найти отношение 24 *г* к 1 *кг*; 7 *кв. см* к 7 *кв. дм*.

5. Найти процентное отношение 0,5 к 5.

III. *Решение примеров.*

Мы знаем теперь все действия с десятичными дробями, но некоторые вопросы деления десятичных дробей надо изучить подробнее.

Деление на десятичную дробь сводится к делению на целое число, числитель дроби. Сейчас убедимся, что не всегда частное можно выразить точной десятичной дробью.

Работа у доски: $2 : 0{,}5 = 20 : 5 = 4$;

$$1{,}25 : 2{,}5 = 12{,}5 : 25 = 0{,}5;$$

$$5 : 0{,}3 = 50 : 3 = 16{,}66\ldots$$

Убеждаются на последнем примере, что деление не заканчивается, точного частного, выраженного десятичной дробью, получить нельзя.

Значит, вообще нельзя получить точное частное от деления 5 на 0,3? — Можно, но надо действие произвести в обыкновенных дробях.

$$5 : 0{,}3 = 5 : \frac{3}{10} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}.$$

Если же частное мы хотим выразить десятичной дробью, то приходится брать частное с некоторой определенной точностью, получать приближенное частное. Напоминается, что для правильного округления надо всегда вычислять одну лишнюю цифру по сравнению с заданной точностью.

$$5 : 0{,}3 = 50 : 3 = 16{,}66\ldots$$

Найти частное с точностью:

$$1{,}5 : 0{,}7 \text{—до } 0{,}01; \quad 0{,}25 : 0{,}6 \text{—до } 0{,}001.$$

Решим пример на все действия с десятичными дробями: № 720(1). У доски один за другим работают два ученика.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 690 (5, 6); 717 (1—4). Повторить по учебнику § 64—66 (делимость чисел).

17-й урок

Задачи на все действия с десятичными дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 690 (5, 6) — действие производится на доске, рассказывается округление приближенного частного.

2. № 717(3, 4) записывается на доске.

3. № 717(1, 2) проверяется с мест.

II. *Устно*:

$0{,}1 \cdot 0{,}1$;	$0{,}001 : 0{,}01$;
$0{,}01 : 0{,}1$;	$0{,}00001 : 0{,}00001$;
$1 : 0{,}25$;	$20 \cdot 0{,}2$;
$0{,}1 : 0{,}01$;	$20 : 0{,}2$.

III. *Решение задач.* № 759 решается устно.

Самостоятельно в тетрадях составляют план решения задачи № 788. План проверяется и исправляется. Решение задачи задается на дом. № 786 решается самостоятельно в классе без объяснения.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — задача № 788 по составленному в классе плану. К задаче № 786 написать объяснение в форме полных вопросов. По учебнику — § 67—71 — повторение признаков делимости.

18-й урок

Знакомство с окружностью

I. Исправление домашней работы переносится на урок с арифметическим содержанием.

II. *Объяснение нового материала.* Сегодня займемся изучением окружности. Демонстрируется чертеж (рис. 27). Каждый вид линий разбирается и зачерчивается в тетрадь.

1. Прямая линия. Укажите на окружающих предметах.

2. Кривая линия. Изобразите из проволоки.

3. Замкнутая кривая. Изобразите из проволоки. Почему так называется эта линия?

4. Окружность. Можно ли назвать ее кривой линией? Замкнутой кривой?

Сравнивают две начерченные замкнутые кривые линии. Результат сравнения. Внутри окружности есть точка, от которой все точки окружности отстоят на равном расстоянии. Эта точка называется центром.

Таким образом, через ряд наблюдений ученики последовательно подводятся к выводу. Окружность — кривая линия. Окружность — замкнутая кривая линия. Окружность—замкнутая кривая, все точки которой отстоят на равном расстоянии от одной точки, называемой центром. Определение окружности записывается.

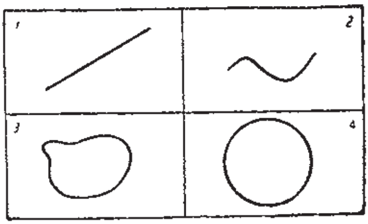


Рис. 27.

Показывают окружность на различных предметах, на демонстрируемом круге. Чертят окружности на доске. На начерченной окружности проводится радиус и диаметр. Дается понятие дуги окружности, сектора. Весь разобранный материал еще раз повторяется.

III. *Домашнее задание*. Задание подробно разбирается.

Каждому ученику дается миллиметровая полоска, чтобы:

1) Нанести на полоску сантиметры.

2) Путем обвода измерить длину окружности трех круглых тел, например: стакана, консервной банки, котелка, с точностью до 1 *мм*.

3) Измерить длину диаметра этих тел с точностью до 1 *мм* (указывается способ).

4) Найти с точностью до 0,01 отношение длины окружности к длине диаметра.

5) Найти среднее арифметическое трех отношений. Все полученные результаты записать.

19-й урок

Примеры на все действия с десятичными дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. Постановка полных вопросов к № 786 разбирается очень тщательно. Проверить, как ученики в поставленный вопрос включают те две величины, с которыми они будут производить действия, например: сколько студентов на третьем курсе, если на втором 176 студентов, а на третьем 0,875 этого количества?

2. Решение задачи № 788 записать на доске.

II. *Устно:*

$$\frac{8\frac{2}{11}\cdot 15\frac{2}{3}}{6\frac{7}{8}-\left(5\frac{3}{11}-1\frac{1}{8}\right)}.$$

Порядок устного вычисления должен идти таким образом:

$$\frac{8\frac{2}{11}\cdot 15\frac{2}{3}}{8-5\frac{3}{11}}=\frac{8\frac{2}{11}\cdot 15\frac{2}{3}}{2\frac{8}{11}}=(90:30)\cdot 15\frac{2}{3}=3\cdot 15\frac{2}{3}=47.$$

III. *Решение примеров.* Все учащиеся решают в тетрадях:

1) Округлить 4,76; 8,341, 1,453 с точностью до 0,1.

2) Округлить 5,378; 3,542; 3,475 с точностью до 0,01.

На доске написан пример:

$$\frac{3,6\cdot 0,5\cdot 5,4}{(1,25-1,115):0,45}+\frac{0,72:0,09-0,84:0,3\cdot 1,7}{2:0,125-3}.$$

Числители обеих дробей вычисляются у доски. Знаменатели дробей вычисляются устно.

IV. *Самостоятельно* (в контрольных тетрадях).

$$\frac{0,695:1,39+1,4\cdot 1,5-0,11}{0,027:0,18-0,05}.$$

Тетради собираются.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 720 (2,3,4); 691(4). Задача № 736.

20-й урок

Вычисление длины окружности

I. Исправление домашней работы по арифметике проводится через два урока.

II. *Объяснение нового материала.* Повторение сведений об окружности.

Начертить окружность на доске и в тетрадях. Дать определение окружности. — Окружность — это замкнутая кривая линия; все точки окружности расположены на равном расстоянии от центра.

Провести в окружности диаметр! Радиус! Какую линию называют диаметром? — Отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через центр, называется диаметром. Выразить диаметр через радиусы! — Диаметр равен двум радиусам $D=2\,r$.

Показать какую-либо дугу окружности!

Разбор домашнего задания урока 18.

Вызывается ряд учеников и спрашивается, какие круглые предметы они измеряли.

Подчеркивается, что эти предметы различной величины: ведро и стакан, большой котел и консервная банка и т. д.

Способ измерения длины окружности.

Ученики рассказывают, как они находили среднее арифметическое трех отношений.

Учитель спрашивает с места 10 учеников; каждый говорит полученное им среднее арифметическое трех измерений.

Учитель записывает полученные результаты один под другим на доске. Получается примерно такая таблица:

$$
\begin{array}{r}
3{,}16\\
3{,}13\\
3{,}12\\
3{,}14\\
3{,}15\\
+\ 3{,}11\\
3{,}16\\
3{,}20\\
3{,}10\\
3{,}14\\
\hline
\end{array}
$$

Посмотрите внимательно на получившуюся таблицу, что замечаете? — Измеряли разные по величине окружности, а отношение длины окружности к длине диаметра у всех почти одинаково.

Найдите среднее арифметическое этих десяти чисел!

Отметить, что 3 целых можно не складывать, потому что оно входит в каждое число, достаточно найти среднее арифметическое только десятых и сотых долей.

Если бы оказалось, что у всех получилась 1 десятая, то находили бы среднее арифметическое только сотых долей.

Получится для данной таблицы: 31,41 : 10=3,141.

На основании полученных чисел, что можно предполагать об отношении длины окружности к длине диаметра? — Наверно, всегда отношение длины окружности к длине диаметра одинаково.

Отношение длины окружности к длине диаметра — число постоянное. Чем объясняется небольшая разница в полученных числах? — Не совсем точными измерениями. Сообщается более точное число: 3,14 или $3\frac{1}{7}$. Это число тоже неточное, приближенное, взятое с точностью до 0,01.

Внимательно еще раз анализируют число 3,14.

Добиться следующих ответов:

1) 3,14 — это число показывает отношение длины окружности к длине диаметра.

2) Как всякое отношение — это число отвлеченное.

3) Число постоянное.

4) Число приближенно равное 3,14.

Каждый из этих признаков подробно разъясняется.

Это число принято обозначать греческой буквой π (пи).

Значит, если вы встретите в связи с вопросом окружности букву π, как вы ее будете понимать? — π — это число, показывающее отношение длины окружности к длине диаметра; это число отвлеченное, приближенно равное 3,14. $\pi \approx 3,14$.

Теперь, зная, что отношение длины окружности к длине диаметра всегда приближенно равно 3,14, надо ли измерять длину окружности так, как вы это делали дома?

Что достаточно знать, чтобы найти длину окружности? —Достаточно знать длину диаметра. Зная длину диаметра, как найти длину окружности? — Надо длину диаметра умножить на 3,14.

Дается круг, измеряется его диаметр и вычисляется длина окружности. Чертится окружность на доске и вычисляется ее длина.

Запишем формулой порядок вычисления длины окружности. Длину окружности будем обозначать латинской буквой C.

$$C = 3,14 \cdot D = 3,14 \cdot 2r = \pi \cdot 2r = 2\pi r.$$

Это преобразование формулы делается силами учеников.

Окончательная формула $C = 2\pi r$.

Подробно разбирается, что обозначает каждый сомножитель. Запись в тетради.

Длина окружности в 3,14 раза больше длины своего диаметра.

$$C = 2\pi r.$$

Решение задач.

1. Длина диаметра окружности равна 100 *см*. Чему равна длина окружности?

2. На катушку диаметром 4 *см* намотана тонкая проволока в 100 витков. Сколько проволоки пошло на обмотку?

3. Радиус равен 25 *см*. Подставить это число в формулу и вычислить длину окружности.

Запись на доске:

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 25 = 3,14 \cdot 50 = 157 \text{ (см)}.$$

III. *Домашнее задание*. По задачнику — № 810 и 811. Уметь рассказать, как вычислить длину окружности. По учебнику — § 117, п. 1.

21-й урок

Задачи на все действия с десятичными дробями

I. *Проверка домашней работы*, не исправленной ранее.
1. № 720 (3, 4) записывается решение примеров на доске.

2. № 720 (1, 2) проверяется с мест.

II. *Решение задач*. 1. При постройке железной дороги первая бригада уложила 52,5 *км* рельсового пути. Вторая бригада уложила 0,756 того, что уложила первая бригада.

Длина уложенного пути составляет 84% длины всего пути. Какова длина всего железнодорожного пути?

На доске учитель дает только схему условия задачи.

I	52,5 *км*	Две бригады вместе уло-
II	0,756 того, что уложила I	жили 84% всего пути.

Какова длина всего пути?

Два ученика решают у доски.

2. Турист проехал 65% всего пути по железной дороге, а на пароходе—0,4 того, что по железной дороге. Остальные 45 *км* прошел пешком. Определить весь путь туриста.

Составляется учениками схема условия задачи. Задача решается самостоятельно в тетрадях.

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 73 — повторение разложения на множители. По задачнику — задачи № 785, 781.

22-й урок

Вычисление площади круга

I. *Проверка домашней работы.* Проверяется домашнее задание, данное после изучения длины окружности.

1. У доски ученик рассказывает, как вычислить длину окружности, пишет формулу длины окружности.

2. № 810 проверяется с мест.

3. № 811 — решение записать на доске.

Фиксируется внимание, что полученное число приближенное и его следует округлить по крайней мере до сотен тысяч километров, т. е. до десятых долей миллиона километров.

II. *Объяснение нового материала.* Сегодня научимся вычислять площадь круга. (Тема записывается.) Демонстрируется и рассматривается индусский круг. Круг разделен на секторы. (Вспоминается определение сектора.) Круг расчленяется на две половины, и ученики хорошо видят отдельные секторы. Сдвигая секторы учитель демонстрирует две половины круга. На полном круге вызванный ученик показывает окружность, радиус и диаметр. Вспоминают и записывают формулу длины окружности. Учитель из секторов двух половин круга составляет фигуру, похожую на прямоугольник. Ученики видят, что площадь этой фигуры образовалась из площади круга, значит, их площади равны.

Площадь которой фигуры вы можете вычислить? Чему равна площадь прямоугольника?

Обозначим основание прямоугольника буквой a, высоту — h. Запишите формулу площади прямоугольника: $S = ah$.

Площади нашего прямоугольника и круга равны, значит, и площадь круга мы могли бы вычислить по этой же формуле. Но ведь у круга нет ни основания, ни высоты. Посмотрим, чем являются в круге a и h. Рассматривают внимательно прямоугольник. Устанавливают: длина основания прямоугольника равна длине половины окружности, а высота прямоугольника равна радиусу.

Что же надо измерить в круге, чтобы вычислить его площадь? — Длину окружности и радиус.

Формулируют словами, чему равна площадь круга: Площадь круга равна произведению половины длины окружности на радиус. Записывают правило в тетради.

Предлагается записать формулой половину длины окружности:

$$C = 2\pi r. \quad \frac{C}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r.$$

Затем ученики подводятся к записи формулы площади круга: $S = \pi r r = \pi r^2$.

Чему равно π? Формулируют сделанную буквенную запись словами: Площадь круга равна 3,14, умноженным на радиус в квадрате.

Какая величина должна быть известна для вычисления площади круга? — Надо знать длину радиуса.

Чему равна площадь круга, если $r = 10$ *см*?

Вычисление: $S = 3{,}14 \cdot 10^2 = 3{,}14 \cdot 100 = 314$ (*кв. см*).

На доске чертится круг. Вызванный ученик измеряет длину радиуса, равную, например, 12 *см*, и вычисляет площадь круга по формуле:

$$S = 3{,}14 \cdot 12^2 = 3{,}14 \cdot 144 = 452{,}16 \text{ (кв. см)}.$$

III. *Домашнее задание*. Подготовить связный рассказ о вычислении площади круга; вырезать круг произвольного радиуса и измерить его площадь; на вырезанной фигуре записать вычисленную площадь и свою фамилию. По учебнику — § 116 (о площади круга). По задачнику — № 819.

23-й урок

Задачи с геометрическим содержанием

I. *Проверка домашней работы.* 1. Ученик у доски рассказывает о вычислении площади круга с использованием необходимых наглядных пособий.

2. № 819 — ответ на три задания с мест, последнее записывается на доске с подстановкой данных в формулу.

3. Сидящие рядом ученики обмениваются вырезанными дома кругами и проверяют работу друг друга по вычислению площади круга.

II. *Решение задач.* № 822. Делают на доске чертеж. Рассуждают, что площадь дорожки равна разности между площадью большого и малого кругов. Вычисления производятся одним учеником на доске, остальными в тетрадях.

Задача. Из квадрата со стороной 12 *см* вырезают наибольший круг. Какова площадь обрезков?

Делают примерный чертеж на доске.

План задачи:

1) Вычислить площадь квадрата.

2) Вычислить площадь круга.

3) Из первой площади вычесть вторую.

Все вычисления ученики самостоятельно проводят в тетрадях.

III. *Домашнее задание.* По задачнику — задачи № 825 и 821.

24-й урок

Решение задач на все действия

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 825 разбирается на составленном на доске чертеже.

2. Задача № 821 проверяется с мест.

II. *Повторение* метрических мер провести на разборе упражнения № 24 (1, 2, 3).

III. *Решение задач.* Диктуется задача.

Колхоз сдал в кооператив 82 *л* молока по 60 коп. за 1 *л* и 172 *кг* картофеля по 50 коп. за 1 *кг*. В счет расчета он получил 2 ящика стекла по 45 руб. 50 коп. за ящик, остальные — наличными. Сколько денег получил колхоз наличными?

Будем составлять план решения, начиная с главного вопроса: сколько денег получил колхоз наличными?

Чтобы узнать	Надо знать	Данные величины
1. Сколько денег получил колхоз наличными	1. Сколько стоили сданные продукты 2. Сколько стоило стекло	
2. Сколько стоили сданные продукты	1. Сколько стоило молоко 2. Сколько стоил картофель	
3. Сколько стоило молоко	1. Цену 1 *л* молока 2. Количество сданного молока	60 коп. 82 *л*
4. Сколько стоил картофель	1. Цену 1 *кг* картофеля 2. Количество сданного картофеля	50 коп. 172 *кг*
5. Сколько стоило стекло	1. Цену 1 ящика стекла 2. Число ящиков	45,5 руб. 2 ящ.

Отмечается, что во второй графе обязательно будут две величины, действие над которыми дает нам новое число, являющееся ответом на вопрос первой графы.

Начинать решать задачу можно с того момента, когда мы имеем два числа, над которыми надо произвести действие для получения ответа на вопрос первой графы, в данном случае можно узнать стоимость сданного молока.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 784 с составлением плана в виде таблицы, начиная с главного вопроса.

25-й урок

Задачи на все действия с десятичными дробями

I. *Проверка домашней работы.* Аналитический план, составленный учениками к задаче № 784, записать на доске.

II. *Решение задач.* № 784 — устно коллективно вырабатывается и повторяется весь план решения задачи.

План задачи:

1) Сколько времени потребуется одной второй машине для уборки улицы?

2) Какую часть всей площади убирает первая машина в минуту?

3) Какую часть всей площади убирает вторая машина в минуту?

4) Какую часть всей площади убирают две машины в минуту?

5) Какую часть всей площади уберут две машины за 0,25 часа?

6) Какую часть всей площади должна убрать первая машина после того, как вторая прекратила работу?

7) За сколько времени первая машина закончила уборку оставшейся площади?

Решают задачу самостоятельно без вопросов.

Устно ставятся полные вопросы.

III. *Домашнее задание.* По задачнику — № 782 и 787 — последнюю задачу решить с полными вопросами.

26-й урок

Контрольная работа

1-й вариант (Условие задач не переписывается.)

1. Вычислить:

$$\frac{2270\cdot 0{,}03 - 320{,}86:10{,}52 + 0{,}2}{0{,}75 - 0{,}012:0{,}02}.$$

2. Задача. Хозяйка в первую неделю израсходовала 0,4 купленной муки; во вторую неделю — 0,4 остатка; в третью неделю — всю оставшуюся муку. Сколько муки ку-

пила хозяйка, если в первую неделю она израсходовала на 0,2 *кг* муки больше, чем в третью?

2-й вариант

1. Вычислить:

$$\frac{0{,}695:1{,}39+1{,}4\cdot1{,}5-0{,}11}{0{,}027:0{,}18-0{,}05}.$$

2. Задача. Турист прошел все расстояние за три дня. В первый день он прошел 0,375 всего маршрута, во второй день — 0,4 остатка, после чего осталось пройти на 6,5 *км* больше, чем он прошел во второй день. Каков весь маршрут туриста?

27-й урок

Анализ контрольной работы

I. *Проверка домашней работы.* 1. Решение задачи № 787 записывается на доске, полные вопросы зачитываются последовательно вызываемыми учениками с мест.

2. № 782 проверяется с мест.

II. *Устно.* 1) $\frac{(2{,}4+1{,}6)\,.\,0{,}04}{0{,}16:8}$; 2) $\frac{0{,}645:0{,}3}{0{,}215}$.

III. *Анализ контрольной работы.* Из примера на доску выносятся те вычисления, в которых есть ошибки у нескольких учеников. Особое внимание обращается на деление десятичных дробей.

Решение задач записывается на доске сильными учениками, а разбор этих решений проводят ученики, допустившие ошибки в решении.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — задача № 783. Выяснить, понимают ли ученики, что продуктивность работы каждой бригады будет выражена в частях всей работы, принятой за 1; 558 (2).

28-й урок

Обращение обыкновенной дроби в десятичную

(Способ дополнения знаменателя сомножителями до степени числа 10.)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 783 — решение задачи записывается на доске, по записи исправляются тетради.

Совместно составляется формула решения:

$$x = 1 : [1:8 + 1 : (8 \cdot 0{,}5) + 1:5].$$

2. № 558(2) проверяется с мест по отдельным действиям.

II. *Объяснение нового материала.* Сегодня научимся выражать десятичную дробь в виде обыкновенной и обыкновенную в виде десятичной.

0,25 записать в виде обыкновенной дроби и упростить:

$$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}.$$

Так же: 0,36; 1,625; 0,75.

Наблюдение и вывод. Чтобы десятичную дробь обратить в обыкновенную, надо подписать знаменатель дроби, и если можно, то сократить.

III. *Повторение.* 1. На какие множители разлагается степень числа 10?

2. Что можно сказать о числе множителей 2 и 5 в разложении степени числа 10?

3. В чем состоит главное свойство дроби?

Дана дробь $\frac{3}{20}$. На какое число надо умножить знаменатель 20, чтобы получить степень числа 10? Как изменится величина дроби, если знаменатель ее умножить на 5? Что надо сделать с числителем дроби, чтобы величина дроби не изменилась? Какая получится новая дробь?—Получится $\frac{15}{100}$.

Каким знаком можно соединить дроби $\frac{3}{20}$ и $\frac{15}{100}$? Почему между ними можно поставить знак равенства?

$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100}.$$

Запишите полученную дробь в виде десятичной: $\frac{3}{20} = 0{,}15$.

Какое же преобразование мы сделали? — Мы обыкновенную дробь обратили в десятичную.

Упражнения у доски и в тетрадях.

Обратить в десятичные следующие дроби:

$$\frac{11}{25}; \quad \frac{17}{50}; \quad \frac{3}{5}; \ \frac{9}{500}; \quad \frac{7}{200}; \quad \frac{7}{40}.$$

Образец записи:

$$\frac{11}{25} = \frac{11}{5 \cdot 5} = \frac{11 \cdot 4}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{44}{100} = 0{,}44;$$

$$\frac{7}{40} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 25}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{175}{1000} = 0{,}175.$$

Для последнего примера дополнительная запись:

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$. Дополнить знаменатель сомножителями до степени десяти: $5 \cdot 5$.

Наблюдения и вывод, который записывается в тетради: Чтобы обыкновенную дробь обратить в десятичную, надо числитель и знаменатель дроби умножить на число, обращающее знаменатель в степень числа 10.

IV. *Домашнее задание.* По учебнику — § 114 (первый способ) и § 75 — повторение НОД. По задачнику — № 789; 795; 790 (1) путем добавления к знаменателю сомножителей до степени числа 10.

Показывается пример записи:

$$3\frac{9}{40} = 3\frac{9 \cdot 25}{40 \cdot 25} = 3\frac{225}{1000} = 3{,}225.$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5. \text{ Добавить: } 5 \cdot 5.$$

29-й урок

Обращение обыкновенной дроби в десятичную

(Способ деления числителя на знаменатель.)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 789 — решение записывается на доске.

2. № 795 — решение проверяется с мест.

3. № 790 (1) — решение записывается на доске.

II. *Повторение.* 1. Какое число называется наибольшим общим делителем?

2. Как найти НОД данных чисел?

3. Найти НОД чисел 36 и 48.

III. *Объяснение нового материала.* Дробь $\frac{9}{20}$ обратить в десятичную дробь путем дополнения сомножителей знаменателя до степени числа 10.

$$\frac{9}{20} = 0,45.$$

Что обозначает черта между числами 9 и 20?— Эта черта обозначает знак деления. Замените ее двумя точками! — 9 : 20. Разделим 9 на 20 и частное выразим десятичной дробью.

$$9 : 20 = 0,45.$$

Сравнивают оба результата обращения обыкновенной дроби в десятичную. Как же мы обратили обыкновенную дробь в десятичную во втором случае? — Мы делили числитель дроби на знаменатель.

Дробь $\frac{4}{25}$ обратить в десятичную двумя способами.

$$\frac{4}{25} = \frac{4 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{16}{100} = 0,16; \qquad \frac{4}{25} = 4 : 25 = 0,16.$$

Какими же способами мы можем обратить обыкновенную дробь в десятичную?

В ы в о д. Обратить обыкновенную дробь в десятичную можно двумя способами: или путем дополнения сомножителей знаменателя до степени числа 10, или путем деления числителя на знаменатель.

На ряде дробей: $\frac{7}{250}, \frac{9}{400}, \frac{11}{320}, \frac{1}{20}, \frac{13}{640}$, происходит выбор способа обращения.

IV. *Самостоятельно.* Обратить в десятичные дроби:

$$\frac{3}{125}, \frac{7}{50}, \frac{23}{64}, \frac{59}{500}, \frac{41}{625}, \frac{17}{200}, \frac{1}{400}, \frac{17}{50}.$$

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 114 (второй способ) и § 76. По задачнику — № 790 (2); задачи № 797 и 780.

30-й урок

Обращение обыкновенной дроби в десятичную

(конечную и бесконечную)

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 790 (2) проверяется с мест; обсуждается способ обращения.

2. № 797 — решение записывается на доске. Ученики объясняют, как надо понимать требование: получить частное с точностью до 0,01.

3. Задача № 780 — решение разбирается подробно.

1) Какое расстояние проехал почтальон до выезда колхозника?

2) Какое расстояние колхозник и почтальон ехали навстречу друг другу?

3) Какова скорость колхозника?

4) На какое расстояние колхозник и почтальон приближались друг к другу в час?

5) Через сколько времени после своего выезда колхозник встретит почтальона?

II. *Повторение.* 1. Найти НОК чисел: 120, 60 и 30.

2. Почему 120 является НОК данных чисел?

3. При каких преобразованиях дробей применяется нахождение НОК чисел?

III. *Объяснение нового материала.* Что изучили на прошлом уроке? — Обращение обыкновенной дроби в десятичную двумя способами. Проверим наше умение.

Обратить обыкновенные дроби в десятичные:

устно: $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{3}{25}$; $\frac{7}{50}$; письменно: $\frac{31}{32}$; $\frac{1}{64}$; $\frac{13}{40}$; $\frac{7}{30}$; $\frac{8}{75}$; $\frac{5}{28}$.

Учащиеся убеждаются, что не всякую обыкновенную дробь можно обратить в конечную десятичную. Проводятся наблюдения над знаменателями дробей. Разложить на множители знаменатели: 25; 20; 32; 30; 75; 28.

Обращается внимание на возможность сокращения:

$$\frac{14}{35}=\frac{2}{5}; \quad \frac{27}{180}=\frac{3}{20} \text{ и т. д.}$$

Наблюдения и вывод. В конечные десятичные дроби обращаются только такие несократимые обыкновенные дроби, в разложении знаменателей которых входят множители только 5 и 2.

На дробях из № 792 определить, какие из дробей обращаются в конечные десятичные дроби.

IV. *Самостоятельно.* Сбратить в десятичные дроби с точностью до 0,01 из № 794 первые 4 примера.

V. *Домашнее задание.* По учебнику — § 114. По задачнику — № 794 — закончить, обращая в десятичные дроби с точностью до 0,01; № 776.

31-й урок

Понятие о периодической дроби

I. *Проверка домашней работы.* 1. Пример № 794 — решение записывается на доске.

2. Задача № 776 проверяется составлением числовой формулы с объяснением значения каждого звена формулы.

II. *Объяснение нового материала.* Повторим обращение обыкновенной дроби в конечную и бесконечную десятичную дробь.

$$\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots \quad \frac{3}{11} = 0{,}2727\ldots \quad \frac{5}{12} = 0{,}4166\ldots$$

Объяснить значение многоточия: оно показывает, что дальше идет еще бесконечное число десятичных знаков.

Наблюдения и вывод: 1) деление не заканчивается; 2) в частном получается бесконечная десятичная дробь; 3) в частном повторяется одна или несколько цифр в одинаковом порядке.

Наблюдая за делением, выясняют, почему цифры повторяются: в определенном порядке повторяются остатки при делении числителя на знаменатель.

Полученные бесконечные дроби с повторяющимися цифрами называются периодическими дробями, а повторяющиеся цифры называются периодом. Иногда весь период заключают в скобки, например: $\frac{2}{3} = 0{,}(6)$.

Прочитать по учебнику § 115 (выборочно). Выполнить упражнение № 793 (закрепление навыков в чтении и записи периодических дробей).

III. *Домашнее задание.* По учебнику — § 115 (выборочно). По задачнику — № 796; 798.

32-й урок

Упражнения с приближенными числами

I. *Проверка домашней работы.*

II. *Устно.* В какие дроби, конечные или бесконечные, обратятся при переводе в десятичные: $\frac{7}{24}$; $\frac{11}{80}$; $\frac{14}{85}$?

III. *Повторение.* Числа точные и приближенные.

IV. *Упражнения.* Найти среднее арифметическое с точностью до 0,01:

$$1\frac{2}{3}; \quad 6\frac{1}{4}; \quad \frac{8}{9}.$$

№ 803 ученики решают самостоятельно в тетрадях.

По очереди к доске вызываются 3 ученика, каждому предлагается на глаз начертить отрезок в 50 *см*. Путем непосредственного измерения ошибка каждого ученика выражается в сантиметрах. Класс вычисляет отношение допущенной ошибки к заданной длине отрезка.

Решить задачу № 551. К решению задачи учащиеся самостоятельно составляют план.

V. *Домашнее задание.* По задачнику — задача № 551 — закончить решение; задача № 804 — повторить меры площади; № 723 (2) — ответ примера округлить до 0,1.

33-й урок

Примеры на совместные действия

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 551 — ученик с тетрадью объясняет у стола учителя решение задачи.

2. Один из учащихся записывает решение задачи № 804 на доске.

3. № 723(2) — все вычисления записываются на доске.

II. *Решение примеров.* Вся остальная часть урока посвящается решению примеров на совместные действия.

Установка: везде, где возможно, действия производить в десятичных дробях.

№ 886(1). Внимательно просмотреть условие примера. Выделить все действия, которые будут производить в десятичных дробях:

$$54{,}6:\frac{2}{5}=54{,}6:0{,}4;\quad 24{,}6:1\frac{1}{5}=24{,}6:1{,}2\cdot$$

К доске вызываются последовательно 3 ученика, которые решают отдельные звенья примера. Класс следит не только за правильностью выполнения, но и за рациональностью вычислений.

III. *Самостоятельно.* № 886(2). При наличии ошибки выполняется действие у доски.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 888(2); 853.

34-й урок

Примеры на совместные действия

(Продолжение)

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 853 — постановка вопросов проверяется с мест. На доске составляется формула к задаче.

2. № 888(2) — решение записывается на доске.

II. *Устно:* 1) $\dfrac{5{,}475-\frac{3}{8}}{0{,}17}$; 2) $\dfrac{0{,}15:0{,}3}{1-\frac{1}{2}\cdot 0{,}8}$.

III. *Решение примеров.* К доске последовательно вызываются 4 ученика, которые решают по одной строке примера № 842. Весь класс параллельно решает эти примеры в тетрадях. Каждому отвечающему у доски после решения примера дается карточка с вопросами повторительного характера. Ответы подтверждаются примерами.

1) Правило сложения обыкновенных дробей.

2) Основное свойство дроби.

3) Какие преобразования дробей на нем основаны?

4) Правило вычитания обыкновенных дробей.

5) В каком случае действие вычитание невыполнимо?

6) Какое число называется обратным данному?

7) Различные случаи умножения дробей (правила).

8) Что значит умножить число на правильную дробь?

9) Составить задачу на умножение на правильную дробь.

10) Что значит разделить число на правильную дробь?

11) Правило деления десятичных дробей.

12) Перечислить законы умножения.

Класс вносит поправки и дополнения в ответы учеников.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 843 — четыре строки.

35-й урок

Вычисление площади поверхности цилиндра

I. Домашние тетради берутся для проверки на дом.

II. *Повторение.* Вычисление площади прямоугольника и площади круга на примерах.

III. *Объяснение нового материала.* Тема «Вычисление площади поверхности цилиндра» изучается в соответствии с § 128 учебника. С классом решается предложенная в учебнике задача.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику —№ 828 и 830(2).

Уметь рассказать о вычислении площади полной поверхности цилиндра.

36-й урок

Объем цилиндра

I. *Проверка домашней работы.* 1. С цилиндром в руках ученик дает его описание, демонстрирует и объясняет его развертку.

2. Всему классу задается вопрос: как вычислить полную поверхность цилиндра?

3. Вычисления № 828 и 830 записываются на доске.

II. *Повторение.* Вычисление объема прямоугольного параллелепипеда. Напоминается формулировка: Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

III. *Объяснение нового материала.* Показывается цилиндр, составленный из тел, близких по форме к трехгранным призмам (рис. 28).

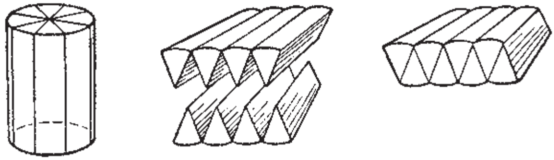


Рис. 28.

Наша задача на сегодняшнем уроке — научиться измерять объем цилиндра. Умение измерить объем цилиндра имеет большое практическое значение: сможем тогда измерить объем стакана, ведра, круглой консервной банки и т. д.

Цилиндр расчленяется на части, и из этих частей составляется тело, по форме близкое к параллелепипеду. Ясно, что объемы цилиндра и вновь составленного тела одинаковы.

Как найти объем этого тела, похожего на параллелепипед? — Надо площадь основания умножить на высоту.

Убеждаются, что площадь основания похожего на параллелепипед тела и его высота равны площади основания и высоте цилиндра.

Отсюда вывод: объем цилиндра мы получим, если число, выражающее площадь его основания, умножим на число, выражающее его высоту.

Прочитать вывод в задачнике на странице 137, где изложено короче: чтобы найти объем цилиндра, надо площадь основания умножить на высоту.

Как понимать формулировку: «перемножать будем числа, полученные в результате измерения»?

Какие размеры надо знать для вычисления объема цилиндра? — Радиус его основания и высоту цилиндра.

$$r = 5\ \textit{см} \qquad\qquad H = 20\ \textit{см}.$$

$$V = \pi r^2 H;\ V = 3{,}14 \cdot 25 \cdot 20 = 1570\ (\textit{куб. см}).$$

Измеряют объем еще одного цилиндра.

IV. *Самостоятельно.* № 831(1).

V. *Домашнее задание.* По задачнику — № 831(2); 833 (2).

37-й урок

Выполнение полной поверхности и объема цилиндра. Задачи

I. *Проверка домашней работы.* 1. Имея в руках модель цилиндра, ученик рассказывает все, что он узнал об этом геометрическом теле, и записывает изученные формулы.

2. № 831 проверяется с мест.

3. № 833(2) — решение записывается на доске.

II. *Решение задач.* Разбирается № 836.

На чем необходимо сосредоточить внимание учащихся:

1) Надо вычислить объем цистерны за вычетом толщины стенок.

2) Длину цистерны придется уменьшить на $5 \cdot 2$ (*мм*), т. е. 0,01 *м*, поэтому длина будет 6,2 *м*.

3) Диаметр тоже уменьшить на 0,01 *м*, он будет 1,65 *м*, а радиус 0,825 *м*.

4) Составить формулу объема: $V = 3{,}14 \cdot (0{,}825)^2 \cdot 6{,}2$.

Дома сделать вычисления, округлив ответ до 0,1 *куб. м*.

Решается № 837(1). Рассматривая рисунок 40 в учебнике, определить нужные размеры: высоту и радиус цилиндра. В тетрадях написать формулу объема и вычислить объем при заданных размерах.

III. *Самостоятельно.* № 839.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 836; 837(2).

38-й урок

Решение задач

I. *Проверка домашней работы.* 1. Проверяются все вычисления к задаче № 836.

2. № 837(2) — ответ дает один из учащихся у доски.

Радиус основания цилиндра равен половине ребра куба, т. е. $8{,}5 : 2 = 4{,}25$ (*дм*).

Высота цилиндра — 8,5 *дм*.

Формула объема: $V = \pi \cdot (4{,}25)^2 \cdot 8{,}5$.

Проверка вычисления делается с мест.

II. *Повторение*. Вывешивается таблица с записями законов действий. Ученик называет и читает закон, записанный в указанной строке.

1) $12 + 15 = 15 + 12$;
2) $24 + 17 + 23 + 6 = (24 + 6) + (17 + 23)$;
3) $5 \cdot 7 \cdot 6 = 6 \cdot 7 \cdot 5 = 7 \cdot 5 \cdot 6$;
4) $8 \cdot 20 \cdot 125 \cdot 5 = (8 \cdot 125) \cdot (20 \cdot 5)$;
5) $(25 + 17) \cdot 8 = 25 \cdot 8 + 17 \cdot 8$.

III. *Решение задачи*. Магазин продал за 3 дня ткань одного сорта. В третий день он продал $\frac{2}{3}$ того, что было продано в первый день, а в первый день $\frac{3}{4}$ того, что было продано во второй день. Сколько денег выручил магазин от продажи всей ткани, если в первый день было выручено 2700 руб.?

Задача трудная и решается под руководством учителя. Составляется схема условия.

Затруднение составляет вопрос, продажу ткани которого дня принять за 1.

Из подробного анализа условия выясняется, что часть ткани, проданной в третий день, сравнивается с частью ткани, проданной в первый день, а продажа в первый день выражается в частях продажи второго дня. Поэтому всего удобнее за 1 принять количество ткани, проданное во второй день.

Тогда схематическая запись условия будет иметь вид:

I день	$\frac{3}{4}$	Выручено 2700 руб.
II день	1	
III день	$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$	

Сколько денег выручили за всю ткань?

Учениками постепенно ставятся вопросы, и решение записывается на доске. Все решение задачи повторяется.

IV. *Домашнее задание*. По задачнику — задачи № 921 (с графической иллюстрацией); 918.

39-й урок

Повторение и решение задач

I. *Проверка домашней работы.* 1. Запись решения и объяснение задачи № 921 проводится у доски.

2. Задача № 918 проверяется зачитыванием отдельных вопросов с мест.

II. *Повторение.* На предшествующем уроке ученики повторили законы действий. Теперь на числовой таблице демонстрируются свойства действий. Ученики анализируют записи и читают формулировку свойств действий, например: Чтобы к числу прибавить сумму, достаточно прибавить каждое слагаемое отдельно и т. д.

1) $27 + (16 + 13)$; 3) $42 + (26 - 12)$; 5) $(25 \cdot 13 \cdot 9) \cdot 4$;

2) $39 - (15 + 9)$; 4) $45 - (64 - 56)$; 6) $(24 \cdot 8 \cdot 15) : 5$.

III. *Решение задач.* № 940 дается для самостоятельного решения.

Ученики сначала записывают план решения, затем вычисления. Учитель путем обхода класса следит за его работой, особенно за работой более слабых учеников, если нужно, — оказывает им некоторую помощь. Для учеников, окончивших работу раньше других, дополнительно дается № 960(2). Тетради отбираются для проверки.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 889 (1); 923.

40-й урок

Задачи на проценты

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 889 (1) — все решение примера записывается на доске; по отдельным действиям задаются вопросы учащимся класса; учесть все рациональные приемы вычисления, например: $\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{225}\right) \cdot 9$ — рациональнее употреблять распределительный закон умножения, получив $\frac{3}{10} + \frac{1}{25}$ и т. д.

2. Задача № 923 разбирается с мест.

II. *Устно.* 1. Мальчик истратил 12 руб. За книгу он заплатил 75 % этой суммы. Сколько стоила книга?

2. Поезд прошел 40% всего пути, что составило 240 *км*. Определить весь путь.

3. Сколько процентов составляет 24 от 240?

4. Какой процент составляет 5 от $2\frac{1}{2}$?

III. *Решение задач.* Решаются задачи на проценты различных типов (вызываются учащиеся к доске): № 404(2); 455(2); 484(1).

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — № 404(1); 455 (1); 484(2).

41-й урок

Задачи на совместную работу

I. *Проверка домашней работы.* Все задачи проверяются с мест.

II. *Повторение.* Зависимость между компонентами и результатами действий.

1) $2\frac{1}{2}x + 12 = 64;$ 3) $1\frac{1}{2} : 4x = \frac{2}{3}$;

2) $3x : \frac{1}{4} = 6;$ 4) $(\frac{1}{3} + 2x) \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{3}$.

Решение каждого примера сопровождается полным объяснением.

Например, дано действие сложения, в котором неизвестно первое слагаемое, а известно второе слагаемое и сумма. Первое слагаемое равно сумме без второго слагаемого.

$$2\frac{1}{2}x = 64 - 12; \quad 2\frac{1}{2}x = 52.$$

Неизвестен один из сомножителей, известно произведение и другой сомножитель. Искомый сомножитель равен произведению, деленному на известный сомножитель:

$$x = 52 : 2\frac{1}{2}; \quad x = \frac{104}{5} = 20\frac{4}{5} \text{ и т. д.}$$

III. *Решение задач.* № 926. Хотя по содержанию задача на движение, но математически имеем тип задачи на совместную работу. Скорость движения будет выражаться в частях пути. Задача решается у доски.

Следующая задача написана на доске.

В резервуар проведены 3 трубы; через две первые вода вливается, через третью — вытекает. Первая труба наполняет резервуар в $3\frac{1}{3}$ часа, вторая — в 0,75 этого времени, а через третью трубу вся вода из наполненного резервуара вытекает за 2 часа. За сколько времени наполнится пустой резервуар, если открыть одновременно все три трубы?

План устно составляется всем классом.

Решают задачу самостоятельно в тетрадях и проверяют с мест. При наличии времени составить числовую формулу.

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — задача № 960 (1, 2, 3).

42-й урок

Устные вычисления с дробями

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 960 (1) — решение задачи записывается на доске. Целесообразно первую часть задачи вычислять в процентах, не переводя проценты в дроби.

$$49\% \cdot \frac{5}{7} = 35\%; \qquad 100\% - 84\% = 16\%;$$

$$49\% + 35\% = 84\%; \quad 35\% - 16\% = 19\%.$$

И только на этом этапе перевести проценты в дроби:

$19\% = 0{,}19; \qquad 570 : 0{,}19 = 3000$ (тетр.).

2. № 960(2) — решение примера записывается на доске.

3. Вычисление площади круга проверяется с мест.

II. *Решение примеров.* Приведенные ниже примеры последовательно написаны на доске. Ответ ученики подготовляют устно. Затем вызванный к доске ученик объясняет весь ход решения примера, указывая, какие законы и свойства действий им использованы.

$$1)\ \frac{10 - \frac{5}{8} : 0{,}5}{0{,}01} = \frac{10 - \frac{5}{8} \cdot 2}{0{,}01} = \frac{10 - 1{,}25}{0{,}01} = 8{,}75 \cdot 100 = 875.$$

Промежуточные записи показывают этапы устных рассуждений.

2) $\dfrac{1+1{,}6\cdot 0{,}5}{0{,}1:\frac{2}{9}}=\dfrac{1+0{,}8}{0{,}1:\frac{2}{9}}=\dfrac{1{,}8\cdot\frac{2}{9}}{0{,}1}=0{,}4:0{,}1=4.$

3) $\dfrac{1:0{,}25}{0{,}16:40}=\dfrac{4}{0{,}16:40}=\dfrac{4\cdot 40}{0{,}16}=\dfrac{160}{0{,}16}=1000.$

III. *Самостоятельно.* Письменно № 849 (2).

IV. *Домашнее задание.* По задачнику — задачи № 938 и 889 (2).

43-й урок

Примеры и задачи на все действия

I. *Проверка домашней работы.* 1. Задача № 938 решается и объясняется одним из учащихся у доски. Всему классу предлагается составить формулу ее решения.

2. 889(2) — запись решений одним из учащихся тоже подготавливается на доске с выпиской ее из тетради. Обращается внимание, в каких дробях выполнено решение.

II. *Решение примеров и задач.* Пример № 851 (4) — выясняется в чем состоит задание.

У доски два ученика, каждый решает половину примера. Так же и класс выполняет как бы два варианта.

Разность между двумя частями примера находит весь класс.

Под руководством учителя решают довольно трудную задачу № 854. Определяют тип задачи (совместная работа).

Объем всей работы принимается за 1.

1) $1:8=\frac{1}{8}$;

2) $\frac{1}{8}\cdot 2=\frac{1}{4}$;

3) $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$;

4) $18:\frac{3}{4}=24$ (часа).

5) $1:24=\frac{1}{24}$;

6) $\frac{1}{8}-\frac{1}{24}=\frac{1}{12}$;

7) $1:\frac{1}{12}=12$ (час.).

Каждое действие сопровождается постановкой полного вопроса (устно).

III. *Домашнее задание.* По задачнику — задачи № 857 и 852 (4).

44-й и 45-й уроки

Контрольная работа

1-й вариант

Задача. Три отряда пионеров занимались посадкой деревьев. Первый отряд посадил 35% всех деревьев, второй $\frac{4}{7}$ того, что посадил первый отряд, а третий отряд — все остальные деревья. Сколько всего деревьев посадили пионеры, если третий отряд посадил на 27 деревьев больше, чем первый?

Примеры.

1) $$\left[\left(5,1625-2\frac{3}{16}\right):2,5+2,15\cdot\left(3\frac{4}{25}+0,24]\right)\right]:0,5+$$
$$+3,8\cdot\frac{4}{95}.$$

2) Найти x, если $3\frac{1}{2}x+1\frac{3}{4}=10\frac{1}{2}$.

2-й вариант

Задача. Три бригады рабочих ремонтируют шоссе. В первой бригаде работает 36% всех рабочих. Число рабочих второй бригады составляет $\frac{5}{9}$ числа рабочих первой, а в третьей бригаде — все остальные рабочие. Сколько всего рабочих в трех бригадах, если в первой бригаде на 6 рабочих меньше, чем в третьей бригаде?

Примеры.

1) $$\left[34,17:1,7+\left(2\frac{3}{4}+0,15\right):\frac{4}{5}-23\frac{3}{8}\right]\cdot 2,4+3,6\cdot\frac{7}{72}.$$

2) Найти x, если $1\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$.

46-й урок

Анализ контрольной работы

Решение задач в обоих вариантах не могло вызвать затруднений, поэтому основное внимание сосредоточено на решении примеров.

Контрольные тетради розданы ученикам.

В примерах проверяют: 1) порядок действий; 2) все действия с дробями, причем в центре стоят дроби десятичные; 3) сокращение дробей, в том числе сокращение на двузначное число. Примеры на дроби целиком выполняются на доске, причем везде, где возможно, действия выполняются в десятичных дробях.

Для решения примеров, в которых требуется найти значение x, вызываются ученики, не справившиеся с примером. При решении требуется полное рассуждение.

Домашнее задание. В контрольных тетрадях переделать все задания, в которых допущены были ошибки, по задачнику № 961 (1, 2).

47-й урок

Площадь четырехугольника

I. *Проверка домашней работы.* 1. № 961 (1) проверяется с мест.

2. № 961 (2) — решение примера записывается одним из учащихся на доске.

3. Контрольные тетради отбираются.

II. *Объяснение нового материала.* На доске учитель чертит четырехугольники. Как можно назвать все эти фигуры? — Четырехугольниками. У каждой из них по 4 угла. Как называется первый четырехугольник? — Квадратом. Устанавливают, что у квадрата равны все стороны и все углы.

Рис. 29.

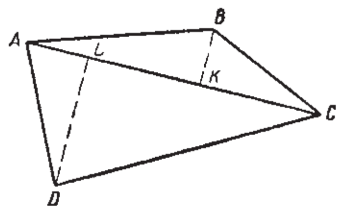


Рис. 30.

Учитель стирает с доски квадрат и прямоугольник, оставляет неправильный четырехугольник (рис. 29). Будем разбирать неправильный четырехугольник такого вида.

Четырехугольник — часть плоскости. Указываются вершины и стороны его.

На начерченном четырехугольнике предлагается соединить вершины противоположных углов. Вспоминают, что начерченный отрезок называется диагональю четырехугольника.

На какие фигуры диагональ разбивает четырехугольник? — Диагональ разбивает четырехугольник на два треугольника. Как измерить площадь неправильного четырехугольника? Ученики легко соображают, что надо измерить площадь каждого треугольника и полученные результаты сложить. Получим число, выражающее площадь четырехугольника. Как вычисляется площадь треугольника?

Чертится на доске неправильный четырехугольник (рис. 30). Какие же вспомогательные линии надо начертить для измерения его площади?

Чертят диагональ и высоты двух полученных треугольников, используя угольник. Расставляют на чертеже буквы.

Какие надо сделать измерения для вычисления площади четырехугольника?

Измеряют с точностью до 1 *см* диагональ и две высоты. Результаты измерений заносятся в таблицу.

	Основание	Высота	Площадь
$\triangle\ ABC$	$AC =$	$BK =$	
$\triangle\ ADC$	$AC =$	$DL =$	

Площадь четырехугольника $ABCD$ равна ...

Вычисления по полученным измерениям производят в тетрадях и на доске.

Предлагается подумать, как можно проверить правильность вычислений.

Проводится диагональ и высоты треугольников на другой стороне вырезанного четырехугольника. Производятся измерения, и результаты записываются в новую таблицу, аналогичную первой.

Сравнивают полученные окончательные результаты в двух таблицах.

Чем объясняются некоторые расхождения полученных результатов? — При измерении получаются приближенные числа.

По отдельным вопросам на уроке повторяется пройденный материал.

III. *Домашнее задание.* Вырезать неправильный четырехугольник и вычислить его площадь, делая линейные измерения с точностью до 1 *мм*; произвести дважды вычисление площади вырезанного четырехугольника, проводя разные диагонали.

48-й урок

Подготовка к вычислению площади неправильного четырехугольника на местности

I. *Проверка домашней работы.* Сидящие рядом ученики меняются своими домашними чертежами и проверяют вычисление площади неправильного четырехугольника.

II. *Объяснение нового материала.* В ближайшее время предстоит вычислить площадь земельного участка, имеющего форму неправильного четырехугольника.

На доске чертится четырехугольник (рис. 31).

Пусть $ABCD$ — план нашего участка. Разберем порядок работы на местности и рассмотрим те инструменты, которые нам понадобятся.

Как отметить вершины нашего четырехугольника на местности? Укажите, где поставить вехи!

Какую цель мы поставим в нашей работе на местности? — Нам надо вычислить площадь нашего четырехугольника.

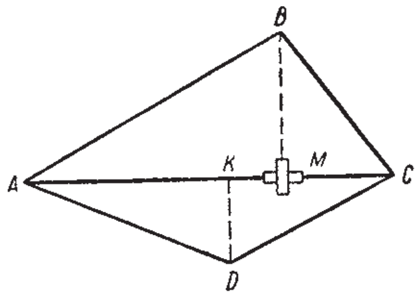


Рис. 31.

Какие измерения надо будет сделать? — Измерить диагональ четырехугольника и высоты двух получившихся треугольников.

Как это сделать? Какие понадобятся инструменты? — Вехи, колышки, рулетка, эккер. Отметим провешенную диагональ колышками.

Для вычисления площадей двух получившихся треугольников надо провешить их высоты, т. е. из точек B и D провешить прямые под прямым углом к диагонали.

Предлагается ученикам подумать, как это можно сделать при помощи эккера.

Диоптры эккера направить по диагонали на точки A и C. Затем эккер передвигать по диагонали AC до тех пор, пока направление диоптров, перпендикулярных диагонали, не совпадет с точкой B. Тогда провешивают высоту BM.

Таким же способом провешивают высоту DK.

После этого начинают измерения при помощи рулетки!

Покажите на рисунке, какие отрезки надо будет измерять.

Измерить рулеткой длину диагонали AC и длины высот BM и DK. Полученные результаты надо записать, а вычисления сделать дома.

49-й урок

Построение и измерение неправильного четырехугольника на местности, вычисление его площади

I. Ученики разбиты на бригады под определенным номером, в каждой бригаде выделен бригадир, распределена работа между членами бригады.

Каждая бригада имеет эккер, 6 вех, рулетку, колышки. Бригадам указывается место производства работы. Бригадир вехами отмечает вершины четырехугольника и распределяет работу между членами бригады.

Преподаватель должен проверить правильность визирования для провешивания высот треугольников.

Все полученные результаты измерений записываются каждым учеником для дальнейшей работы дома и в классе.

По окончании работы преподаватель принимает рапорт от бригадира о качестве работы каждого члена бригады.

II. *Домашнее задание.* По полученным данным вычислить площадь отмеченного участка. Устно подготовить отчет о проделанной работе.

Тема пятая.

ПОВТОРЕНИЕ

УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ

Повторение пройденного материала ведется в течение всего года, усиливаясь во втором полугодии. На заключительное повторение отведено нами 10 час.

Выборку материала для повторения необходимо сделать с учетом следующих положений.

1. Основная тема курса V класса — дроби. Поэтому материал по дробям целесообразно ввести в том или другом виде во все уроки повторения.

2. Повторить более забытый материал (нумерация).

3. Фиксировать внимание учеников на вопросах, которые понадобятся с самого начала VI класса (законы действий, метрическая система).

4. При повторении использовать моменты углубления материала.

Конкретный план повторения может составить только сам учитель в зависимости от состояния знаний учащихся.

1-й урок

Нумерация

I. Необходимо повторить следующее о нумерации:

1) Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых

$$84 = 8 \cdot 10 + 4;$$
$$531 = 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1;$$
$$6274 = 6 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 4;$$

$$428 = 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 8;$$

$$25\,681 = 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 1.$$

На этой записи повторяется значение числа 10 в нашей нумерации и различные степени этого числа.

2) Натуральный ряд чисел.

Термины: число предыдущее и последующее.

Числа четные и нечетные. Получение нечетного числа из числа четного путем прибавления или вычитания единицы.

4 — четное число; 4+1 — нечетное число.

3) Округление чисел с заданной степенью точности.

4) Откладывание чисел на счетах.

II. *Домашнее задание.* По учебнику — § 3, 4 и 9. По задачнику — № 7. 8,. 116(1).

Домашние тетради или листки каждый раз исправляются учителем дома и ошибки разбираются с учениками на дополнительных занятиях.

2-й урок

Метрическая система мер

Метрическая система мер и соотношение между однородными единицами измерения должна быть основательно повторена, нетвердое усвоение этой системы затрудняет работу в VI классе.

Материал для классной и домашней работы взять из № 22—29 задачника.

Решить некоторые из предлагаемых ниже задач, попутно повторяя на них десятичные дроби.

Задача 1. Для измерения расстояния между пунктами геодезисты пользуются стальной лентой длиной 24 *м*. Сколько раз эта лента уложится в 1 *км*? (≈41,7).

Задача 2. 1) Чему равна длина веревки, если 25-сантиметровая линейка уложилась на ней 12,5 раза? 2) Чему равна длина забора, вдоль которого веревка уложилась 18,5 раза?

Задача 3. Сколько квадратных метров стекла нужно для остекления окон вашего класса, если отходы при резании составляют 15%?

Задача. 4. Благодаря применению передовой агротехники лучшие колхозы получают урожай пшеницы до 50 *ц* с гектара. Сколько потребуется трехтонных машин, чтобы перевезти урожай с площади 120 *га*?

Задача 5. Канавокопательная машина за 8 час. работы может прорыть канаву длиной 600 *м* и площадью поперечного сечения 1,5 $м^2$. 1) Сколько кубических метров земли она выбрасывает в час? 2) Сколько весит вынутая земля, если 1 $м^3$ весит 1,5 *т*? 3) Сколько землекопов заменяет эта машина, если норма на одного землекопа в день составляет 4 $м^3$?

3-й урок

Повторение целых чисел

I. Определение обратных действий. Повторение законов и свойств сложения и умножения: а) переместительный и сочетательный законы сложения; б) прибавление и вычитание суммы и разности; в) переместительный, сочетательный и распределительный законы умножения.

Отдельные ученики вызываются последовательно к доске и дают примеры для иллюстрации применения законов.

Несколько примеров дает учитель:

1) $842 + 191 + 158 + 109$; 2) $18 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 25 \cdot 125$.

II. Повторение изменения результатов действий в связи с изменением компонентов.

Повторение проводится по заранее заготовленным таблицам, например:

1-е слагаемое	2-е слагаемое	Сумма
+ 18	+ 24	?
− 13	− 27	?
+ 12	− 25	?
− 24	+ 20	?
− 120	+ 120	?

III. Нахождение неизвестного компонента действий.

IV. После повторения теории всему классу даются последовательно две задачи, ученики решают их в тетрадях без вопросов.

1. За две книги ученик заплатил $8\frac{1}{2}$ руб, причем за первую книгу он заплатил на $\frac{2}{5}$ руб. больше, чем за вторую. Сколько стоит более дорогая книга?

2. Между городами *A* и *B* 129 *км*. Из *A* и *B* вышел автобус со скоростью 30 *км* в час, а через час за ним вышел автомобиль со скоростью 40 *км* в час. На каком расстоянии от *B* автомобиль догнал автобус?

Объяснение дает ученик, неправильно решивший задачу.

V. *Домашнее задание.* Повторить по учебнику § 63—76 и составить к ним примеры.

4-й урок

Повторение делимости чисел

Фронтальный опрос. Числа простые, составные, взаимно простые. Определения даются с мест, примеры приводятся на доске.

Что значит разложить число на множители? На какие простые множители разлагается степень числа 10? На доске разложить числа 720 и 1680.

Все случаи делимости суммы рассказываются учеником у доски с приведением примеров. Делимость разности — ответы с мест. Формулировка всех признаков делимости — ученики фронтально опрашиваются с мест. Вывод признака делимости на 4 и 9.

Дать определение НОД и найти НОД чисел:

180 и 252; 102 и 170.

Дать определение НОК и найти НОК чисел:

154 и 210; 120 и 144.

Задача на доске. До последнего снижения цен 1 *м* летней ткани стоил 40 руб., а после снижения он стоит 32 руб. На сколько процентов снижена цена на эту ткань?

Домашнее задание. Повторить по учебнику § 77—86 (первоначальные сведения о дробях). Составить примеры.

5-й урок

Повторение дробей (обыкновенных и десятичных)

Повторение обыкновенных и десятичных дробей целесообразно провести параллельно, — это еще лучше закрепит понимание, что десятичная дробь есть частный вид дроби вообще.

На данном уроке рекомендуется повторить следующие вопросы

1. Изменение величины дроби с изменением ее членов.
2. Увеличение и уменьшение дроби в несколько раз.
3. Основное свойство дроби.

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\ldots,\quad 0,7=0,70=0,700=\ldots$$

4. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю:

$\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$; 0,5 и 0,15; $\frac{10}{15}$ и $\frac{12}{15}$; 0,50 и 0,15.

5. Сокращение дробей:

$$\frac{8}{12}=\frac{2}{3};\qquad 0,150=0,15.$$

6. Сравнение по величине дробей с равными числителями или равными знаменателями:

$\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{5}$; $\frac{8}{15}$ и $\frac{11}{15}$; 0,12 и 0,012; 0,07 и 0,15.

Примеры, аналогичные указанным выше, приводятся самими учениками.

7. Сложение дробей:

1) $\frac{5}{9}+\frac{3}{4}$;

2) $27\frac{13}{15}+14\frac{7}{12}+19\frac{11}{20}$;

3) $6,27+5,451$.

8. Вычитание дробей:

1) $\frac{13}{15}-\frac{3}{5}$;

2) $12\frac{1}{9}-8\frac{16}{21}$;

3) $2,15-1,579$.

9. Умножение дробей:

1) $\frac{8}{9}\cdot 4$;

2) $72\cdot\frac{17}{60}$;

3) $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{10}$;

4) $3\frac{5}{9}\cdot 4\frac{7}{8}$;

5) $0,25\cdot 1,6$;

6) $25,407\cdot 0,69$.

Примеры на три действия:

$$1)\ \left(1\frac{4}{9}+2\frac{5}{6}-2\frac{3}{4}\right)\cdot\left(2\frac{1}{2}-\frac{11}{14}\right);$$

$$2)\ (15{,}25-3{,}1)\cdot 0{,}06+10.$$

Домашнее задание. По учебнику повторить деление обыкновенных и десятичных дробей, отношение и обращение обыкновенной дроби в десятичную (выборочно).

6-й урок

Деление обыкновенных и десятичных дробей

Порядок повторения.

1. Деление дроби на целое число:

$\frac{6}{17}:3$ — два способа деления,

$2{,}84:8$ — получение точного частного,

$1{,}16:7$ — получение приближенного частного.

2. Деление на дробь. Смысл деления.

Сравнение величины частного с величиной делимого:

$$10:\frac{7}{8};\quad 9:0{,}36;\quad 1\frac{2}{3}:3\frac{1}{2};\quad 1:2\frac{1}{2};\quad 12{,}4:0{,}31.$$

Приближенное частное: $0{,}6:2{,}7$; $0{,}8:1{,}44$.

3. Отношение, его члены. Отношение, обратное данному. Найти отношение 2,4 к 0,5.

Процентное отношение. Придумать примеры.

4. Обращение обыкновенной дроби в десятичную (два способа):

$$\frac{4}{25};\ \frac{6}{30};\ \frac{8}{125};\ \frac{7}{50};\ \frac{2}{3};\ \frac{7}{12}.$$

Понятие о периодических дробях.

Задачи № 920, 921 и 932.

Домашнее задание. Повторить геометрический материал: 1) вычисление площади прямоугольника и треугольника; 2) площадь поверхности и объем прямоугольного параллелепипеда; 3) длина окружности и площадь круга; 4) площадь поверхности и объем цилиндра.

7-й и 8-й уроки

Повторение геометрического материала

Материал повторяется с использованием наглядных пособий и задач.

1. Периметр и площадь прямоугольника.

Задача. Фанерная доска имеет 65 *см* в длину и 0,5 *м* в ширину. Найти периметр и площадь этой доски.

Уметь рассказать о прямом измерении площади.

2. Площадь треугольника.

Вычислить площадь данного вырезанного треугольника.

3. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда.

При помощи готовой модели прямоугольного параллелепипеда и его развертки ученик рассказывает, сумму каких прямоугольников составляет полная поверхность параллелепипеда.

Задачи: 1) Найти поверхность куба, ребро которого равно $\frac{1}{2}$ *дм*.

2) Найти поверхность прямоугольного параллелепипеда, размеры которого 4 *дм*, 6 *дм* и $1\frac{1}{2}$ *дм*. Написать числовую формулу.

4. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Проверить, понимает ли ученик способ прямого измерения объема — заполнение кубическими единицами.

Задача. Сколько весит глыба льда, длина которой $1\frac{1}{2}$ *м*, ширина 80 *см*, высота 5 *дм* (1 *куб. см* льда весит $\frac{9}{10}$ *г*).

5. Длина окружности.

Задача. Если человек на ровном месте видит кругом на $3\frac{1}{2}$ *км*, то какой длины окружность видимого им горизонта?

6. Площадь круга. Вопрос разбирается с использованием круга.

7. Поверхность цилиндра.

Полная поверхность разбирается на модели и на развертке цилиндра.

Вопрос этот трудный, и нет необходимости требовать общей формулы поверхности.

Ученик рассказывает, какие измерения надо сделать для вычисления полной поверхности цилиндра.

8. Объем цилиндра.

Ученик формулирует способ нахождения объема цилиндра и вычисляет его при: $r=10$ *см*, $H=30$ *см*.

Задача. Найти объем стакана, диаметр которого равен 6,3 *см*, высота 8 *см*.

9-й и 10-й уроки

Решение примеров и задач

Решаются примеры на совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

При решении примеров обратить внимание на следующие моменты:

1. Устные вычисления.
2. Рационализацию отдельных моментов письменных вычислений (использование законов и свойств действий, своевременное сокращение дробей и др.).
3. Проверить механизм деления десятичных дробей.

Примеры решаются отчасти у доски, отчасти в тетрадях. Часть примеров задается на дом.

Полуписьменные примеры:

1) $\dfrac{(2{,}04:17+1:1{,}25)\cdot 1\frac{2}{3}}{48\frac{6}{7}:6}$;

2) $\dfrac{\left[5\frac{6}{7}-\left(3\frac{4}{9}-1\frac{1}{7}\right)\right]\cdot\frac{9}{32}}{1:0{,}25}+0{,}75$;

3) $\dfrac{(5{,}12:0{,}08-7:0{,}125)\cdot 0{,}125}{\frac{5}{12}-\frac{3}{4}+\frac{7}{12}}$;

4) $\dfrac{\left(3\frac{1}{2}:2\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right)\cdot(1:0{,}25)}{3:10+11:5+0{,}7:0{,}35}$;

5) $4{,}07:\frac{1}{20}+\left(3\frac{7}{24}+1\frac{17}{36}\right)\cdot 12-80{,}4.$

Ход решения:

а) $4{,}07:\frac{1}{20}=4{,}07\cdot 20=81{,}4$; б) $81{,}4-80{,}4=1$;

в) $\left(3\frac{7}{24}+1\frac{17}{36}\right)\cdot 12=36\frac{7}{2}+12\frac{17}{3}=56\frac{7}{6}=57\frac{1}{6}$;

г) $1+57\frac{1}{6}=58\frac{1}{6}$.

Письменные примеры:

1) $\dfrac{3\cdot\left(23\frac{37}{45}+5\frac{7}{30}\right)-4\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{39}}{\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{8}\cdot 13\frac{1}{3}}$;

2) $3{,}6:0{,}48+0{,}4\cdot\left(5{,}5\cdot 8\frac{1}{11}-1{,}125:\frac{9}{164}\right)-7\frac{4}{9}:12\frac{2}{11}$;

3) $24{,}15:2{,}3-3{,}6\cdot\left(17{,}2\cdot 0{,}125-2\frac{32}{45}+1\frac{7}{60}\right)+2\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$.

4) По задачнику № 129 (2); 1167; 1162 (1).

Из задачника взять задачи, не решенные в течение года, например № 863, 865, 867, 871, 873, 880, 920 и др.

Задачи решать только с устными объяснениями.

ЛИТЕРАТУРА

Е. С. Березанская, Методика арифметики, Учпедгиз, 1952.

И. К. Андронов, Арифметика натуральных чисел, Учпедгиз, 1954.

И. К. Андронов, Арифметика дробных чисел и основных величин, Учпедгиз, 1955.

С. Е Ляпин, С. А. Гастева, З. Я. Квасникова, Б. И Крельштейн, Методика преподавания математики, ч. 2, Учпедгиз, 1956.

С. А. Гастева, Б. И. Крельштейн, С. Е. Ляпин, М. М. Шидловская, Методика преподавания математики, Учпедгиз, 1955.

В. Г. Чичигин, Методика преподавания арифметики, Учпедгиз, 1949.

В. М. Брадис, Методика преподавания математики в средней школе, Учпедгиз, 1954.

С. В. Филичев и Я. Ф. Чекмарев, Сборник задач и упражнений по арифметике, Учпедгиз, 1949.

В. А. Игнатьев, Н. И. Игнатьев, Я. А. Шор, Сборник задач по арифметике для педагогических училищ, Учпедгиз, 1955.

Преподавание математики в школе в свете задач политехнического обучения. Сборник статей под ред. А. И. Фетисова, изд. АПН РСФСР, 1954.

Н. Н Никитин, Устные вычисления на уроках арифметики в V—VII классах средней школы, изд. АПН РСФСР, 1950.

Н. Каверин, Методы решения арифметических задач в средней школе, Учпедгиз, 1952.

Решение задач в средней школе. Под общей редакцией Н. Н. Никитина, изд. АПН РСФСР, 1952.

Л. Н. Скаткин, Простые задачи повышенной трудности, «Математика в школе», 1950, № 4.

Г. Б. Поляк, К методике решения арифметических задач, «Математика в школе», 1953, № 6.

П. В. Стратилатов, Как повысить качество обучения решению задач по арифметике в V и VI классах, «Математика в школе», 1952, № 3.

Журнал «Математика в школе».

ПЛАНЫ УРОКОВ ПО АРИФМЕТИКЕ ДЛЯ VI КЛАССОВ

ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Методические разработки уроков по арифметике VI класса являются продолжением разработок уроков по арифметике V класса того же автора.

В VI классе на прохождение арифметики отводится 66 годовых часов.

В программу включены следующие темы.

1. Проценты . . . . 20 час.
2. Пропорции. Прямая и обратная пропорциональность величин . . . . 32 часа
3. Повторение . . . . 14 час.

В предлагаемых разработках имеются небольшие отклонения от этих норм.

В книге указываются различные методические приемы, способствующие полному пониманию излагаемых вопросов и привитию вычислительных навыков.

К числу таких приемов относятся:

1. Активизация работы ученика в процессе усвоения нового материала: наблюдения над данными примерами и задачами, обобщения наблюдаемых закономерностей, доступные выводы.

2. Развитие самостоятельности ученика при выполнении часто даваемых небольших письменных и контрольных работ.

3. Применение наглядности, преимущественно табличного и графического характера.

В ряде вопросов учтены требования политехнизации обучения.

1. Большое внимание уделяется устным вычислениям и рационализации вычислений.

2. Ряд задач имеет практический характер.

3. Составление числовых формул к задачам.

4. Работа с таблицами и диаграммами.

В течение всего года повторяется материал программы V класса; в задачи и примеры включается работа с дробями. В конце года отводится ряд уроков для систематического повторения программы VI класса. [1]

---

[1] Работа по арифметике в VI классе ведется по учебнику И. Н. Шевченко и задачнику С. А. Пономарева и Н. И. Сырнева.

Тема первая

ПРОЦЕНТЫ.

УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ.

Вопрос о процентах проходится в школе дважды: в V и VI классах. В V классе сведения о процентах включаются в действия с дробями, в VI классе эти сведения выделены в особую тему „Проценты“; этой теме в программе отводится 20 часов.

С темой „Проценты“ не связаны никакие новые теоретические вопросы. Нахождение процента числа и числа по проценту — это есть умножение и деление на дробь, и решение этих вопросов должно выполняться одним действием, не следует вводить решение с помощью пропорции и приведения к единице.

Процент — это дробь $\frac{1}{100}$, и задачи на проценты — это задачи на дроби.

В VI классе рассматриваются все три основные типа задач на проценты:

1) нахождение процента числа;

2) нахождение числа по проценту;

3) нахождение процентного отношения.

Вводится ряд дополнений в работу с процентами по сравнению с материалом V класса, например:

1. Дробные проценты, преобразование обыкновенных дробей в процентную форму.

2. Вычисление процентов с определенной степенью точности.

3. Нахождение процентов от процентов.

4. Использование процентов в связи с черчением диаграмм.

5. Решение более сложных задач на проценты.

При решении задач на проценты, как и при решении задач из других разделов курса арифметики, надо разнообразить формы объяснения решения, применять в некоторых случаях проверку решения, использовать числовую формулу и т. д.

Урок 1-й.

Предварительные упражнения.

I. Вступление. Ученикам сообщается, что в наступившем учебном году они должны закончить курс арифметики. Вопросы арифметики в VI классе будут разбираться глубже, чем в V классе.

Первой темой по арифметике является большая и нелегкая тема „Проценты". Ученики несколько ознакомились с процентами в V классе, в VI классе будут продолжать эту тему.

II. Объяснение нового материала. Вспоминают, что называется процентом. Процент — это дробь $\frac{1}{100}$ или 0,01; записывается эта дробь без знаменателя с использованием знака $^0/_0$, $1^0/_0$.

Слово „процент" нерусское, оно произошло от слияния двух латинских слов „pro centum", что дословно значит — со ста.

Такое название объясняется тем, что прежде с процентами имели дело почти исключительно при торговых оборотах, при денежных расчетах, когда прибыль или убыток исчислялась некоторым количеством рублей с каждой сотни, со ста. В прежнее время деньги давали в долг, тоже требуя за это уплаты по несколько рублей с сотни, например по 5 руб., тогда говорили, что деньги отданы в долг по $5^0/_0$, по $10^0/_0$ и т. д.

В задачниках при прохождении процентов помещались преимущественно задачи коммерческого, то есть торгового содержания.

Совершенно иное значение имеют проценты в наше время.

Задачи на денежные расчеты отошли на второй план, теперь в процентах выражается продукция заводов, урожайность в сельском хозяйстве, успеваемость школьников, выполнение плана пятилетки и т. д. Проценты мы встречаем почти в каждой газете, в плакате на стене, на страницах книги, поэтому такое большое значение придается изучению этой темы в школьном курсе.

Сегодня мы не только повторим, но значительно углубим наши знания о записи процентов в виде дроби и выражении дроби в процентной форме.

При указанных преобразованиях процентов необходимо соблюдать строгую последовательность.

Выражение процентов дробью.

Указанные ниже примеры последовательно записываются учениками на доске и в своих тетрадях, в результате чего в тетрадях получаются таблицы систематически подобранных примеров.

1. Число процентов выражено целым числом.

$$41\% = 0{,}41 \qquad 25\% = 0{,}25 = \frac{1}{4}$$

$$10\% = 0{,}1 \qquad 100\% = 1$$

$$50\% = 0{,}5 = \frac{1}{2} \qquad 225\% = 2{,}25$$

2. Число процентов выражено десятичной дробью.

$$15{,}2\% = \frac{15{,}2}{100} = 0{,}152$$

$$5{,}21\% = \frac{5{,}21}{100} = 0{,}0521$$

$$0{,}2\% = \frac{0{,}2}{100} = 0{,}002$$

Сначала результат каждого преобразования записывается после некоторого рассуждения, например:

$$1\% = 0{,}01; \quad 50\% = 0{,}50 = 0{,}5; \quad 15{,}2\% \text{ — это } \frac{15{,}2}{100},$$

то есть 15,2 надо разделить на 100, чтобы проценты выразить дробью. Но деление десятичной дроби на 100 сводится к перенесению запятой влево через два знака. Поэтому промежуточную запись, например $\frac{0{,}2}{100}$, можно пропустить и писать сразу: $0{,}2\% = 0{,}002$.

Этим же способом пользуются и при выражении целого числа процентов дробью: $41\% = 0{,}41$.

Труднее дается ученикам преобразование, когда число процентов выражено обыкновенной дробью. Иногда этот вид преобразования можно свести к предшествующему.

$$3\frac{1}{2}\% = 3{,}5\% = 0{,}035$$

$$\frac{1}{2}\% = 0{,}5\% = 0{,}005$$

В более сложных случаях необходимо провести подробное рассуждение.

$$16\frac{2}{3}\% = \frac{16\frac{2}{3}}{100} = \frac{\frac{50}{3}}{100} = \frac{50}{300} = \frac{1}{6}$$

$$33\frac{1}{3}\% = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{\frac{100}{3}}{100} = \frac{1}{3}$$

$$5\frac{5}{6}\% = \frac{5\frac{5}{6}}{100} = \frac{\frac{35}{6}}{100} = \frac{35}{600} = \frac{7}{120} \text{ и т. д.}$$

Выражение дроби в процентной форме.

Все проделанные примеры остаются в тетрадях учеников и служат материалом для наблюдения обратных преобразований, то есть выражения дроби в процентной форме.

Что значит выразить дробь в процентной форме?

Процент — это дробь $\frac{1}{100}$. Выразить дробь в процентной форме — это значит узнать, сколько раз $\frac{1}{100}$ содержится в данной дроби, то есть разделить ее на 0,01.

В этих преобразованиях тоже соблюдается определенная последовательность. Рассматриваются примеры по тетрадям учеников, равенство записывается справа налево.

$$0{,}41 = 41\%$$

Рассуждение: каждая сотая — это 1%.

$$0{,}41 = 41\%$$

Так же

$$0{,}1 = 10\%$$

$$2{,}25 = 225\%$$

$$0{,}002 = 0{,}2\% \text{ и т. д.}$$

Наблюдения приводят учеников к выводу: чтобы десятичную дробь выразить в процентной форме, достаточно перенести запятую слева направо через два знака.

Опять известную трудность представляет выражение в процентной форме дробей обыкновенных.

Имеем дробь $\frac{1}{3}$, надо выразить ее в процентной форме.

Как надо понимать это задание? — Надо узнать, сколько раз $\frac{1}{100}$, то есть 1%, содержится в данной дроби.

$$\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{100}\right)\% = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$$

$$\frac{5}{8} = \left(\frac{5}{8} : \frac{1}{100}\right)\% = \frac{500}{8}\% = 62\frac{1}{2}\%.$$

Запись в скобках осмысливает производимое преобразование.

В дальнейшем промежуточная запись опускается. Деление на $\frac{1}{100}$ сводится к умножению данной дроби на 100, например:

$$\frac{5}{6} = \frac{500}{6}\% = 83\frac{1}{3}\%$$

$$\frac{7}{12} = \frac{700}{12}\% = 58\frac{1}{3}\% \text{ и т. д.}$$

III. Задание на дом. Выразить в процентной форме: $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{7}{11}$. № 963 (2), 960 (2) — повторить действия с дробями.

Урок 2-й.

Нахождение процентов числа.

I. Проверка домашней работы.

1. Пример № 960 (2) записывается на доске. Обращается внимание на рационализацию вычислений, например:

$$0{,}005 \cdot 700 \text{ — устно}$$

$$3{,}5 : 0{,}125 = 3{,}5 \cdot 8 = 28 \text{ и т. д.}$$

2. № 963 (2) — исправляется с мест.

Дополнительно данные примеры решаются на доске.

II. Устно. Выразить дробью 25%; 75%; 125%; $33\frac{1}{3}\%$.

Выразить в процентах: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 1,5.

III. Повторение вопроса из курса V класса о нахождении процентов числа.

Найти 5% от 1200; 9% от 5000. Что значит найти 5%? 9%? — Это значит найти 0,05; 0,09 данного числа. Каким действием находится часть числа? — Полный ответ. Записывается одним действием, вычисляется устно.

$$1200 \cdot 0{,}05 = 60$$

$$5000 \cdot 0{,}09 = 450$$

IV. Решение более сложных примеров и задач. Будем решать более сложные примеры, которые в V классе не решали.

У доски. Найти: $2\frac{1}{2}\%$ от 540; $1{,}2\%$ от 120; $35{,}4\%$ от 10,5; 250% от 12,5.

Везде проценты выражаются дробью или смешанным числом; делается умножение, например:

$$540 \cdot 0{,}025$$

$$12{,}5 \cdot 2{,}5 \text{ и т. д.}$$

Разбор задачи № 967 (1).

Выяснение понятия „процентные деньги".

Рассмотрение и использование для дальнейших вычислений таблицы в задачнике на стр. 213.

Способ вычисления по таблице.

Процентные деньги с 350 рублей.

С 300 руб. — 9,00 руб.

С 50 руб. — 1,50 руб.

С 350 руб. — 10,50, то есть 10 руб. 50 коп.

Самостоятельно вычислить по таблице два последние задания № 967 (1).

Задачи у доски.

1. В первый месяц рабочий выработал 450 деталей, во второй — его выработка повысилась на 12%. Сколько деталей выработал рабочий во второй месяц?

2. Килограмм яблок стоил 12 руб. Цену на яблоки снизили на 15%. Сколько стоит 1 *кг* яблок после снижения цены?

V. Самостоятельно (без вопросов) № 968 (1).

VI. Задание на дом. Задачи № 974 (1) и 975 (1). Составить по образцу таблицы на стр. 170 учебника таблицу для нахождения 2%. В настоящее время сберкасса платит 2% на вклады.

Урок 3-й.

Нахождение числа по процентам.

I. Проверка домашней работы.

1. Решение задачи № 975 (1) одним учеником записано на доске. Второй ученик с места дает объяснение решения задачи.

2. Решение задачи № 974 (1) исправляется с мест.

3. Таблица процентов разбирается по отдельным вопросам.

II. Повторение. Ученикам предлагается придумать задачу, для решения которой надо число разделить на дробь.

Что значит число разделить на дробь?

III. Объяснение нового материала.

Решим задачу: 75% цены телевизора „Авангард" составляет 1500 руб. Сколько стоит телевизор этой марки?

Сравнивают условия двух типов задач на проценты.

1. Дано все число, ищется процент этого числа.

Задача решается умножением на дробь.

2. Известен процент числа, по проценту ищется все число.

Задача, обратная первой задаче. Каким действием ее надо решить? — Обратным действием, то есть делением на дробь.

$$75\% = 0{,}75$$

$$1500 : 0{,}75 = 2000 \text{ (руб.)}$$

Задача № 983 (1): анализируется условие, и задача решается устно.

№ 986 (2).

После перевода $66\frac{2}{3}\%$ в дробь необходимо ученикам запомнить, что $66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$, и в дальнейшем ответ писать сразу.

Задача решается устно:

1) $2 : \frac{2}{3} = 3$ (m)

2) $400 : \frac{2}{3} = 600$ (m)

3) $600 : 40 = 15$ (ваг.)

Вспоминается с учениками понятие „процентные деньги", выясняется понятие „процентная такса".

По таблицам ученики научаются находить по проценту число.

Какая сумма положена в сберкассу, если в год она приносит 6 руб. процентных денег? 10 руб.? 12,5 руб.?

Какой же тип задач на проценты изучили? Каким действием находят число по его проценту?

IV. Самостоятельно. Задача № 988 (2); решается без вопросов.

V. Домашнее задание. Составить самим задачу на нахождение числа по его проценту. Задачи № 982(1); 984(1). Пример № 978(3,5).

Урок 4-й.

Нахождение числа по процентам.

I. Проверка домашней работы.

1. Исправляются домашние задачи и примеры.

2. У нескольких учеников просматриваются составленные ими задачи на нахождение числа по его проценту.

II. Устно.

1) $0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1$

2) $0{,}3 \cdot 0{,}03$

3) $4{,}03 \cdot 0{,}6 \cdot 0$

4) Найти число, если:

5% его $= 25$

12% его $= 36$

210% его $= 42$ *м*

III. Решение задач.

Что давалось и что искалось в только что разобранных нами задачах? — Нам было дано, какой процент искомого числа составляла данная величина и по заданному числу процентов искалось все число.

Каким действием решались задачи этого типа?

Предлагается ученикам внимательно вчитаться в условие задачи № 982 (2) и сравнить с условием решенных раньше задач.

Устанавливается, что в условии последней задачи неизвестно, какой процент искомого числа составляют 240 руб., этот процент надо найти.

Вычисляют, что 240 руб. составляют $100\% - 70\% = 30\%$ искомого числа.

Решение задачи заканчивают устно.

Задача. Стахановец перевыполнил план на 25% и дал за смену 250 деталей. Каков был план?

Устанавливаются следующие положения.

1. Неизвестно, сколько процентов плана составляют 250 деталей, надо это количество процентов найти.

2. План принимаем за 100%, тогда 250 деталей составят $100\% + 25\% = 125\%$ плана.

3. Теперь можем определить число деталей по плану.

$$250 : 1{,}25 = 200 \text{ (дет.)}$$

Итак, решили несколько задач, в которых находили число по его проценту. Условия этих задач несколько отличаются от других задач.

1) в условии задачи известно некоторое число процентов искомого числа;

2) в условии задачи известно, какое получится число, если к искомому числу прибавить несколько процентов его;

3) в условии задачи известно, какое получится число, если от искомого числа отнять несколько процентов его.

Дома составить задачи к п. 2 и п. 3. Решать их не надо.

Ученикам диктуется задача.

Школьный киоск продал в первый день 28% заготовленных тетрадей, а во второй день 96% того числа тетрадей, которое продал в первый день. Сколько процентов заготовленных тетрадей киоск продал за оба дня (ответ дать с точностью до $0{,}1\%$)?

Обращается внимание на новый момент в условии задачи: надо найти процент от процента.

Запись. 1) $28\% \cdot 0{,}96 = 26{,}88\%$

2) $28\% + 26{,}88\% = 54{,}88 \approx 54{,}9\%$.

IV. Домашнее задание. Задача № 984 (2). Найти 5% от 15%; $3\frac{1}{2}\%$ от 20%.

Составить условия заданных на уроке задач к п. п. 2 и 3.

Урок 5-й.

Задачи на проценты.

I. Проверка домашней работы.

1. Задача № 984 (2) подробно разбирается и решается на доске.

2. Несколько учеников зачитывают составленные дома задачи.

3. Примеры на нахождение процентов от процентов исправляются с мест.

II. Решение задач.

Задача. Из зарплаты в 1200 руб. рабочий издержал 40% на летнее пальто. Сколько стоит пальто?

Решить задачу устно.

Узнаем сначала 1% от 1200 руб., а затем 40%.

$$1200 : 100 = 12 \text{ (руб.)}$$

$$12 \cdot 40 = 480 \text{ (руб.)}$$

Запишем результат короче: $\frac{1200 \cdot 40}{100} = 480$ (руб.)

Разбирают порядок вычисления.

Задача. Скорость легковой машины равна 60 *км* в час, а скорость велосипедиста составляет 25% скорости легковой машины. Какова скорость велосипедиста?

Коротко записать решение и вычислить устно

$$\frac{60 \cdot 25}{100} = 15 \text{ (}км\text{)}$$

Сравнивают математическое содержание обеих задач: искали несколько процентов числа. Как коротко записывали решение той и другой задачи? — Для нахождения нескольких процентов числа надо это число разделить на 100 и полученное частное умножить на искомое число процентов.

Обозначим числа, входящие в условия задач, буквами и запишем буквенную формулу, как это делаете вы в алгебре, подразумевая под каждой буквой число.

Пусть a — данное число;
p — число процентов;
b — искомое число.

Составляем формулу:

$$b = \frac{ap}{100}.$$

Формула вновь разбирается.

Возьмем другого вида задачу на проценты.

Задача. В классе 5 отличников, что составляет 12,5% всех учеников класса. Сколько всего учеников в классе?

С подробным разбором делаются следующие записи:

1) $5 : 0,125 = 5000 : 125 = 40$ (уч.)

2) $\frac{5 \cdot 100}{12,5} = 40$ (уч.)

3) $a = \frac{b100}{p}$

Особенно тщательно разбирается буквенная формула.

a — искомое число;

b — число, соответствующее нескольким процентам искомого;

p — заданное число процентов.

После этого совместно с учениками по учебнику разбирается решение задачи № 3 из § 121.

III. Домашнее задание. Составить буквенные формулы к задачам № 1 из § 120 и № 1 из § 121 учебника. Пример № 887 (2).

Урок 6-й.

Повторение сведений об отношении.

Примечание. После прохождения двух типов задач на проценты надо перейти к третьему типу — нахождению процентного отношения. Перед этим уроком целесообразно повторить сведения об отношении, полученные в V классе.

I. Проверка домашней работы.

1. Из примера № 887 (2) на доску выносится одно звено: $23,517 : 3,9 : 0,3$.

Разбирается порядок действий и возможные способы решения.

1) $23,517 : 3,9 = 6,03$

$6,03 : 0,3 = 20,1$

2) $23,517 : 0,3 = 78,39$

$78,39 : 3,9 = 20,1$

3) $3,9 \cdot 0,3 = 1,17$

$235,17 : 1,17 = 20,1$

2. Буквенные формулы по учебнику к задачам исправляются с мест.

II. Повторение. В прошлом году проходили вопрос об отношении, повторим наши сведения.

1. Что называется отношением?

2. Название членов отношения.

3. Что может показывать отношение?

4. Основное свойство отношения.

5. Выражение каждого члена отношения через другие члены.

6. Отношение, обратное данному.

Решают у доски № 1036 (1,3).

III. Самостоятельно. № 1036 (2, 4, 6, 8).

IV. Задание на дом. Примеры № 1036 (5, 7); 1037 (весь). Задача № 1042 (1).

Урок 7-й.

Нахождение процентного отношения двух чисел.

I. Проверка домашней работы.

1. К доске вызваны два ученика, один решает пример № 1037 (1, 3), второй решает в том же примере (2, 4, 6).

2. № 1036 (5, 7) исправляется с мест.

3. Задача № 1042 исправляется с мест и полученная в результате вычисления крутизна лестницы сравнивается у нескольких учеников.

II. Устно.

1. Найти 25% от 64.

2. Чему равно число, если 140% его равны 28?

3. Чему равно число, если $\frac{1}{2}\%$ его равна 9 *м*?

III. Объяснение нового материала. Каким действием находится отношение между числами?

Найти отношение и выразить его в процентах:

$$4 : 20 = \frac{1}{5} = 20\%;$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 125\%.$$

Отношение между числами, выраженное в процентах, называется процентным отношением.

Различные формулировки при нахождении процентного отношения, например: сколько процентов первое число составляет от второго? какой процент первое число составляет от второго?

Задача № 992 (1).

Обращается внимание, что в условии задачи дано два числа, 4000 руб. и 500 руб., никакие проценты не даны, надо найти процентное отношение 500 руб. к 4000 руб.

Решают эту задачу у доски.

Указывается большое практическое значение задач на процентное отношение. С помощью процентного отношения выражают выполнение плана на производстве, успеваемость класса и т.д.

Задача № 999 (1).

Первый важнейший вопрос задачи: какую из данных в условии величин принимаем за 100%? В данной задаче скорость электротрактора сравнивается с трактором с двигателем внутреннего сгорания, скорость которого 7,5 *км* в час, ее и следует принять за 100%. Запись этого соглашения.

Задача решается на доске и в тетрадях учеников двумя способами.

Первый способ.

1) Сколько процентов скорости трактора с двигателем внутреннего сгорания составляет скорость электротрактора?

$$9 : 7{,}5 = 1{,}2 = 120\%$$

2) На сколько процентов скорость электротрактора больше скорости трактора с двигателем внутреннего сгорания?

$$120\% - 100\% = 20\%.$$

Второй способ.

1) $9 - 7{,}5 = 1{,}5$ (*км*).

2) $1{,}5 : 7{,}5 = 0{,}2 = 20\%$.

IV. Домашнее задание. По учебнику § 122 разобрать задачи 1 и 2. По задачнику № 999 (2). Пример:

$$\frac{4\frac{4}{9}\cdot\left[4\frac{23}{25}-\left(4\frac{31}{38}-8{,}1:7{,}5\right)\right]:2{,}5}{\frac{1}{9}\cdot\left[19{,}32-\left(6{,}8:1\frac{31}{54}-3\frac{18}{19}\right)\right]}.$$

Урок 8-й.

Нахождение процентного отношения двух чисел.

I. Проверка домашней работы. 1. Решение задачи № 999 (2) записано на доске. Проверить наличие соглашения: выработку колесного трактора принимаем за 100%.

2. Пример исправляется по отдельным действиям.

II. Устно. Сколько процентов составляет: 50 от 200? 21 от 14? 36 *м* от 360 *м*? 125 руб. от 1000 руб.?

III. Объяснение нового материала. Один ученик решает на доске, остальные решают в тетрадях.

Найти процентное отношение чисел с точностью до 0,1%.

2 к 3; 8 к 7; 8 к 15.

Запись. $2:3 = 0{,}666\ldots$ 66,7%.

Задача. В сберкассу положено 5000 руб. Через два года вклад вместе с процентными деньгами составил 5200 руб. Сколько процентов на вклады дает сберкасса?

План составляют устно аналитическим методом.

1. Чтобы узнать, сколько процентов на вклады дает сберкасса, надо знать, сколько денег положено в сберкассу и сколько процентных денег получено за год. Первая величина известна.

2. Чтобы узнать, сколько процентных денег получено в год, надо знать, сколько всего получено процентных денег и за сколько времени.

Последняя величина известна.

3. Чтобы узнать, сколько всего получено процентных денег, надо знать, сколько было положено денег в сберкассу и сколько денег было в сберкассе после двух лет.

Обе величины известны.

Проверка задачи.

1) $5000 \cdot 0{,}02 = 100$ (руб.)

2) $100 \cdot 2 = 200$ (руб.)

3) $5000 + 200 = 5200$ (руб.)

IV. Самостоятельно. № 998 (2).

V. Задание на дом. № 991 (1) и 1163 (2). Диктуется задача: 1 *куб. м* свежесрубленного леса весит 900 *кг*, а высушенного на воздухе 550 *кг*. Сколько процентов в весе теряет лес при этой сушке (с точностью до 1%)? По учебнику разобрать задачу 3 § 122.

Урок 9-й.

Задачи на проценты.

I. Проверка домашней работы.

1. Решение, записанной в тетрадях задачи, подробно объясняется у доски.

2. № 991 (1) исправляется с мест.

3. Разбирается задача № 3 по учебнику из § 122.

II. Решение задач.

На доске записана задача: Товар стоил 5200 руб. После двух последовательных снижений цен его продали за 4322 руб. Узнать, какой процент от первоначальной стоимости товара составляет второе снижение, если первое снижение составляло 12,5% его первоначальной стоимости (с точностью до 0,1%).

Задача решается двумя способами.

Задача № 1011 (1).

Устное рассуждение и решение.

Потребное количество удобрения принимаем за 100%. Имеется 80% этого количества. Не хватает 20% нужного удобрения, что составит 25% имеющегося удобрения.

III. Самостоятельно. № 993 (2). Полученные три ответа проверяются.

IV. Домашнее задание. Задачи № 981 (2) и 998 (1). Пример № 962.

Урок 10-й.

Контрольная работа.

Условия задач контрольной работы не переписываются.

Вариант I. Решить задачи:

1) За сельскохозяйственные машины совхоз уплатил заводу 40% их стоимости, и после этого осталось уплатить на 1600 руб. больше того, что было уплачено. Сколько стоили все машины?

2) На сколько процентов повысилась производительность труда рабочего, если он в день вместо нормы в 600 деталей стал изготовлять 850 деталей (с точностью до 1%)?

Вариант II. Решить задачи:

1. Школьный книжный киоск получил задание закупить у учащихся, перешедших в VII класс, 120 подержанных задачников по арифметике. В первый день киоск закупил 30% этого числа задачников, во второй день на 18 задачников больше, чем в первый день, а в третий день закупил 24 задачника. Сколько процентов задания выполнил киоск за 3 дня?

2. Завод выпустил 1030 комбайнов вместо 960, намеченных по плану. На сколько процентов завод перевыполнил план (с точностью до 1%)?

Урок 11-й.

Анализ контрольной работы.

I. Устно.

1. Сколько процентов получится, если к $\frac{1}{20}$ какого-нибудь числа прибавить 36% его?

2. Найти процентное отношение 36 к 18.

II. Анализ работы. К доске вызываются два ученика, правильно решившие первые задачи того и другого варианта. Ими записывается решение этих задач.

Для объяснения записанного решения привлекаются ученики, которые в работе сделали ошибки.

В первой задаче они должны четко разобрать, что 1600 руб. — это 20% стоимости машин, значит, здесь по проценту надо найти все число.

В первую задачу II варианта включено два типа задач на проценты: нахождение процента числа и нахождение процентного отношения.

Решение вторых задач каждого варианта проводится у доски с учениками, не справившимися с задачами. Разбирается труднейший момент — какую величину надо принять за 100%.

Затем задача I варианта решается таким способом:

$$850 : 600 \approx 1{,}42 = 142\%$$

$$142\% - 100\% = 42\%.$$

Производительность труда повысилась на 42%.

Задача II варианта решается другим способом.

$$1030 - 960 = 70 \text{ (дет.)}$$

$$70 : 960 \approx 0{,}07 = 7\%.$$

Завод перевыполнил план на 7%.

По учебнику разбирается использование таблицы для нахождения процентного отношения в § 123.

Задается ряд дополнительных упражнений по таблице.

Найти отношение 62 к 69; 66 к 70.

Домашние тетради, которые были взяты учителем на дом, раздаются с короткими замечаниями.

Домашнее задание № 890 (1), 1003 (2) — без диаграмм.

Урок 12-й.

Линейные и столбчатые диаграммы.

I. Проверка домашней работы.

1. Ученики закрывают тетради, и из примера № 890 (1) учителем выделяются те действия, которые могут быть выполнены устно.

$$1{,}17 : 1{,}3 = 11{,}7 : 13 = 0{,}9$$

$$8{,}4 \cdot \frac{6}{7} = 1{,}2 \cdot 6 = 7{,}2$$

$$8 \cdot 0{,}0125 = 0{,}1$$

Затем последовательно исправляется весь пример.

2. Задача № 1003 (2) исправляется с мест.

3. Проверяется усвоение учениками § 123.

II. Объяснение нового материала.

В прошлом году мы познакомились с чертежами, которые называются диаграммами. В текущем году будем продолжать эту работу.

Вывешивается готовая диаграмма: выплавка чугуна (в *млн. т*) черт. 1.

По диаграмме проводится работа по следующему плану.

1. С каким вопросом знакомит нас диаграмма?

2. С помощью диаграммы наблюдаем определенный процесс (рост выплавки чугуна).

Подробнее разбирается диаграмма:

1. В каких единицах указана выплавка?

2. Как понимать указание на 1960 г. (план шестой пятилетки)?

3. Разбирается масштаб.

Перевод диаграмм в таблицу.

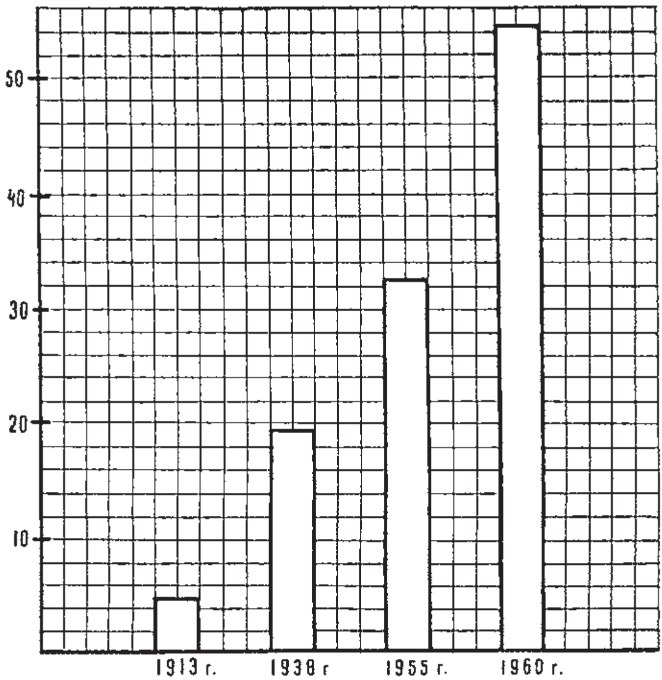
Выплавка чугуна (в *млн. т*)

1913 г.	1950 г.	1955 г.	1960 г.
4,2	19	33	53

Диаграмма имеет вид столбиков и называется столбчатой диаграммой.

Употребляются и другие виды диаграмм, например — линейные.

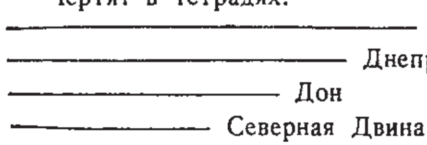
Самое название диаграмм говорит, какой они имеют вид. Начертим сейчас линейную диаграмму к задаче № 994. Длину каждой реки изобразим отрезком, начерченным в определенном масштабе.



Черт. 1.

Выбор масштаба — 200 *км* в одной клетке.

Чертят в тетрадях.



Начертить столбчатую диаграмму к № 1002 (1).

III. Задание на дом. Начертить диаграммы к задачам № 994 (2) — линейную, № 1002 (2) — столбчатую. Начертить на отдельных листках. По учебнику § 124 — разобрать диаграммы к задачам 1 и 2.

Урок 13-й.

Задачи на проценты.

I. Проверка домашней работы. Листки с начерченными диаграммами берутся учителем для просмотра на дом.

Предлагается объяснить диаграммы, начерченные в § 124 учебника.

II. Устно.

1. Найти 30% от 250.
2. 48% числа составляют 9,6. Найти все число.
3. Найти процентное отношение 15 к 25.

III. Решение задач. Решается задача № 1015 (1).

Основные моменты рассуждения: Стахановец должен был выполнить план за 5 лет, то есть за $12 \cdot 5 = 60$ мес.

Выполнил план за 3 года 4 мес., то есть за 40 мес.

Выполнив за 40 мес. всю работу, которую должен был выполнить в 60 мес., он ускорил работу в $60 : 40 = 1{,}5$ раза, то есть выполнил 150% нормы.

Перевыполнил план на $150\% - 100\% = 50\%$.

Повторяется решение задачи с полным рассуждением.

При значительной помощи учителя решается совместно с классом задача № 1016 (I).

Анализируются следующие моменты.

1. Употребив на одну плавку $8\frac{1}{2}$ часов вместо $10\frac{2}{3}$ часа, он ускорил плавку в $\frac{64}{51}$ раза, то есть в $\frac{64}{51}$ раз перевыполнил норму.

2. Сняв за одну плавку 10,2 *т* вместо 6,4 *т*, он перевыполнил норму в $\frac{51}{32}$ раза.

3. Общее перевыполнение нормы $\frac{64}{51} \cdot \frac{51}{32} = 2$, то есть он выполнил двойную норму, 200%.

Перевыполнил норму на $200\% - 100\% = 100\%$.

IV. Задание на дом. Задачу № 1206 решить с полными вопросами. Пример № 1161 решить в десятичных дробях.

Урок 14-й.

Задачи на проценты.

I Проверка домашней работы.

1. Решение задачи № 1206 записано на доске, полные вопросы к решению проверяются с мест.

2. Из примера № 1161 на доску выносится только деление десятичных дробей.

II. Повторение. Повторяется составление числовой формулы к задаче.

Решается задача № 958 с составлением числовой формулы; формула записывается в тетради.

1) $8{,}8 \cdot \frac{7}{11}$; ширина комнаты

2) $8{,}8 \cdot \frac{7}{11} \cdot 8{,}8$; площадь пола

3) $8{,}8 \cdot \frac{7}{11} \cdot 8{,}8 \cdot \frac{1}{4}$; площадь всех окон

4) $\frac{8{,}8 \cdot \frac{7}{11} \cdot 8{,}8 \cdot \frac{1}{4}}{4}$; площадь одного окна

5) $\frac{8{,}8 \cdot \frac{7}{11} \cdot 8{,}8 \cdot \frac{1}{4}}{4 \cdot 1{,}4}$; высота окна

$$x = \frac{8{,}8 \cdot \frac{7}{11} \cdot 8{,}8 \cdot \frac{1}{4}}{4 \cdot 1{,}4}$$

Найти числовое значение формулы.

III. Решение задач. Задача № 1016 (2).

Данная задача может быть использована для ознакомления с женским трудом в капиталистических странах.

Решение задачи.

Заработок мужчины принимаем за 100%.

1. Сколько процентов заработка мужчины получает американская женщина за 25 рабочих дней?

$$100\% - 40\% = 60\%$$

2. Какую часть своего полного месячного заработка получает женщина за 18 дней?

$$18 : 25 = \frac{18}{25}$$

3. Сколько процентов полного месячного заработка мужчины получит женщина за 18 дней?

$$60\% \cdot \frac{18}{25} = 43{,}2\%$$

IV. Задание на дом. Задача № 1012 (2). Найти числовое значение формулы к задаче № 958.

Задача. Изготовление детского велосипеда на заводе первоначально стоило 125 руб. Завод первый раз снизил себестоимость велосипеда на 8%, а затем еще на 15 рублей. На сколько всего процентов снизил завод себестоимость велосипеда? Составить к задаче формулу и вычислить ее.

Урок 15-й.

Секторные диаграммы.

I. Проверка домашней работы.

1. На доске записывается вычисленная дома формула к задаче № 958.

Рекомендуется для облегчения вычисления преобразовать формулу следующим образом.

$$x=\frac{8{,}8\cdot\frac{7}{11}\cdot 8{,}8\cdot\frac{1}{4}}{4\cdot 1{,}4}=\frac{0{,}2\cdot 7\cdot 2{,}2}{1{,}4}=2{,}2.$$

2. Задача № 1012 (2) объясняется и исправляется с мест.

3. На доске записывается и классом исправляется формула, составленная ко второй домашней задаче:

$$x=\frac{125\cdot 0{,}08+15}{125}=\frac{1}{5}=20\%$$

II. Повторение. Повторяются на наглядных пособиях некоторые сведения по геометрии, необходимые для проведения урока о секторных диаграммах.

III. Объяснение нового материала. Демонстрируется готовая секторная диаграмма — оценки последней контрольной работы. Дается название — секторная диаграмма (черт. 2).

О чем узнали из данной диаграммы? Какие соображения о результатах контрольной работы можете высказать на основании рассмотрения данной диаграммы? — Работа выполнена хорошо, около $^3/_4$ учеников получили за работу 4 и 5.

Наша задача — результат работы, то есть различные оценки выразить в процентах.

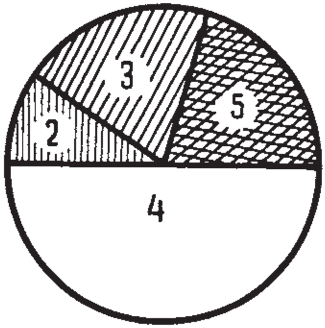
Для удобнейшего выполнения этого задания употребляется процентный транспортир.

Демонстрируется классный процентный транспортир.

Перед нами полукруг. Площадь всего круга принимаем за 100%. Сколько процентов приходится на площадь половины круга? — 50%.

Полуокружность разделена на 50 равных частей, дуг. Сколько процентов всей дуги приходится на каждое деление дуги?

Если в дуге 10%, сколько процентов площади круга придется на соответствующий ей сектор? — Тоже 10%.



Черт. 2.

Определим с помощью процентного транспортира на нашей готовой диаграмме, сколько процентов учеников получили данные оценки.

5—20%   3—22,5%

4—50%   2—7,5%

Устно вычисляют, сколько учеников получили каждый вид оценок.

Задача 971 (2) — разбирают условие задачи, устно вычисляют, сколько рублей экономии дало каждое мероприятие.

Как начертить секторную диаграмму к данной задаче?

Чертят на доске секторную диаграмму с использованием готового процентного транспортира.

Разбирают таблицу к задаче № 1003 (1).

Как подготовить материал для черчения секторной диаграммы с использованием процентного транспортира? — Надо найти процентное отношение площади, занятой каждой культурой, к общей площади колхоза.

Возьмем 1950 г.

Вычисляют с точностью до 1% площадь, занимаемую зерновыми культурами.

$$423{,}2 : 634 \approx 0{,}67 = 67\%.$$

Закончить вычисление и начертить секторную диаграмму задается на дом.

IV. Задание на дом. Закончить № 1003 (1) для 1950 года. № 971 (1). Диаграммы начертить на отдельном листке. Для черчения диаграммы приготовить из плотной бумаги процентный транспортир.

Урок 16-й.

Повторение основных вопросов темы „Обыкновенные дроби".

Примечание. На ряде предшествующих уроков повторялись отдельные вопросы из темы „Обыкновенные дроби". К концу четверти целесообразно привести в некоторую систему повторение этой важнейшей темы

I. Проверка домашней работы.

1. Ученики, сидящие на одной парте, просматривают друг у друга начерченную дома диаграмму к задаче № 1003 (1). Все сомнительные вопросы выясняются коллективно классом.

2. Диаграмма, начерченная к задаче № 971 (1), берется учителем для проверки на дом.

3. Проверяется наличие у всех процентного транспортира.

II. Повторение. При повторении темы „Обыкновенные дроби" последовательно разбираются следующие вопросы.

1. Происхождение дроби.

2. Основное свойство дроби и основанные на нем преобразования дробей. Различие между преобразованием дробей и действиями с дробями.

3. Сложение и вычитание дробей.

4. Умножение и деление дробей: смысл этих действий и правила их выполнения.

5. Применение законов и свойств действий к вычислениям с дробями.

Все ответы сопровождаются приведением примеров и задач, которые выполняются на доске под контролем класса.

III. Задание на дом. Пример № 497 (4); задача № 561.

Урок 17-й.

Задачи на дроби и проценты.

I. Проверка домашней работы.

1. Один ученик записывает на доске решение задачи № 561. Другой вызванный к доске ученик дает устно полное объяснение решения.

Пример устного объяснения.

Вес ржаной муки принимаем за 1, тогда вес пшеничной муки выразится $\frac{3}{5}$. $4\,m$ составят $\frac{2}{5}$ веса ржаной муки

$\left(1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}\right)$. Зная вес $\frac{2}{5}$ ржаной муки, можем узнать вес всей ржаной муки $\left(4:\frac{2}{5}=10\right)$. Ржаная мука весила 10 *т*, а пшеничная на 4 *т* меньше $(10-4=6)$, то есть 6 *т*. Припек с той и другой муки составил $\frac{2}{5}$ веса муки, значит, ржаная мука дала 4 *т* припека $\left(10\cdot\frac{2}{5}=4\right)$, а пшеничная — 2,4 *т* припека $\left(6\cdot\frac{2}{5}=2{,}4\right)$. Ржаного хлеба будет выпечено $10+4=14$ (*т*), а пшеничного — $6+2{,}4=8{,}4$ (*т*).

2. Из примера № 497 (4) на доске записывается вычисление результатов первой круглой скобки в числителе и скобки в знаменателе; порядок действий в этих скобках затрудняет учеников.

II. Решение задач. С классом разбирается план решения задачи № 988 (1).

Исходя из условия задачи, число девочек принимаем за 100%, число мальчиков выразится 120%.

На 66 человек приходится $100\% + 120\% = 220\%$.

Можем узнать число девочек.

$$66 : 2{,}2 = 30 \text{ (чел.)}$$

Дальше задача решается устно.

После устного разбора задачи предлагается записать решение задачи с короткими вопросами или утвердительными пояснениями.

III. Самостоятельно. На доске схематически записано условие задачи.

В первый день колхоз убрал 14% урожая пшеницы, а во второй день 116% того, что убрал в первый день. Сколько процентов урожая пшеницы убрал колхоз за два дня?

Ответ дать с точностью до 0,1%.

IV. Задание на дом. Задача № 960 (1) и пример № 1166 (2).

Урок 18-й.

Задачи на проценты.

I. Проверка домашней работы. Задача № 960 (1) и пример № 1166 (2) проверяются с мест.

II. Повторение.

1) Дроби $\frac{3}{7}$ и $\frac{2}{3}$ обратить в десятичные с точностью до 0,01.

2) Вычислить устно:

$$\frac{4\frac{1}{2}-3\cdot 1\frac{1}{2}}{\frac{5}{26}\cdot\frac{29}{51}}; \qquad \frac{\frac{3}{4}\cdot 4}{\left(\frac{8}{15}-\frac{2}{3}:\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}$$

III. Решение задач. З а д а ч а. За первую неделю завод выполнил 27,2% месячного плана; за вторую неделю выработал 96% того количества продукции, которое он выработал за первую неделю, а за третью неделю он выполнил 28,8% месячного плана. Сколько процентов месячного плана завод выполнил за три недели (с точностью до 0,1%)?

Условие задачи ученики записывают схематически:

I	27,2% месячного плана	Сколько процентов месячного плана завод выполнил за 3 недели (с точностью до 0,1%)?
II	96% первой недели	
III	28,8% месячного плана	

Устно с учителем аналитическим методом составляется план решения задачи.

Решается задача самостоятельно и проверяется при участии всего класса.

IV. Самостоятельно. Решить без объяснения задачу № 961 (1).

V. Задание на дом. Задача № 945 — решить с полными вопросами. Пример № 1166 (1).

Урок 19-й.

Контрольная работа.

(Условие задачи не переписывается.)

Вариант I.

З а д а ч а. По плану колхоз должен был засеять 840 *га*, но он перевыполнил план на $7\frac{1}{2}$%. Другой колхоз засеял больше первого на 57 *га*, причем засеянная им площадь составила 96% плана. Сколько гектаров составляет план второго колхоза?

Вычислить:

$$(9,5 : 2,375 + 7 : 2,8) : \left(8,75 \cdot 1\frac{1}{3} - 5 \cdot 1\frac{1}{30}\right)$$

Вариант II.

Задача. По плану бригада должна была заготовить 560 *куб. м* леса, но она перевыполнила план на 7,5%. Другая бригада заготовила меньше первой на 62 *куб. м*, однако план свой в 480 *куб. м* перевыполнила. На сколько процентов перевыполнила план вторая бригада?

Вычислить:

$$(72,4 : 1,81 - 8,16 : 4,08) : \left(8,75 \cdot 1\frac{1}{3} - 5 \cdot 1\frac{1}{30}\right)$$

Урок 20-й.

Анализ контрольной работы.

Зачитывается условие задачи первого варианта. Весь класс привлекается к анализу условия и к выделению тех типов задач на проценты, которые встречаются в условии данной задачи.

К доске вызывается ученик, не справившийся с разобранной задачей в контрольной работе; ему предлагается составить весь план решения задачи. По составленному плану эту задачу решат дома ученики, решившие контрольную работу неверно.

Таким же способом исправляется задача второго варианта.

Составляется план решения задачи и задается на дом исправление неправильных решений.

Примеры того и другого варианта исправляются с мест.

Подчеркиваются моменты устных вычислений, например:

$$5 \cdot 1\frac{1}{30};\ 8,16 : 4,08$$

Задание на дом. Пример № 965 (5, 7). Задачи № 1001, № 1226.

Тема вторая

ПРОПОРЦИИ; ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ВЕЛИЧИН.

УКАЗАНИЯ К ТЕМЕ

Тема „Прямая и обратная пропорциональность величин" является основной темой арифметики VI класса. Из 66 годовых часов арифметики этой теме отводится по программе 32 часа.

Эта большая тема распадается на следующие подтемы.

1. Отношение и пропорции.
2. Прямая и обратная пропорциональность величин.
3. Пропорциональное деление.

Отношение рассматривается как результат сравнения двух величин и отвечает на вопрос, во сколько раз одна величина больше или меньше другой, или какую часть одной величины составляет другая. Результат сравнения получается делением по содержанию, поэтому отношение может быть определено как отвлеченное частное.

Вопрос о пропорциях является подготовкой к изучению пропорциональной зависимости величин.

Пропорция определяется как равенство двух отношений.

Основное свойство пропорции выводится учениками из решения ряда конкретных примеров.

Пропорциональная зависимость величин является простейшим видом функциональной зависимости, пониманию которой в настоящее время придается громадное значение.

Уже в V классе ученики знакомятся путем наблюдений с фактом зависимости между величинами: изменение результатов действий в связи с изменением компонентов, анализ связи величин в условии задач.

В VI классе устанавливается не только факт зависимости между величинами, но и вскрывается характер этой зависимости. При прохождении темы о пропорциональной зависимости величин особое значение приобретает активная работа учеников.

На ряде таблиц, в большинстве случаев составленных самими учениками, наблюдается ими не только зависимость между величинами, но и анализируется характер этой зависимости.

Все выводы о пропорциональной зависимости величин, полученные из собственных наблюдений, ученикам вполне доступны.

Определение прямо пропорциональных величин дается в такой форме: если отношение двух любых значений одной величины равно отношению двух соответствующих значений другой величины, то такие величины называются прямо пропорциональными.

Теоретический материал разбираемой темы закрепляется решением большого количества задач. Решаются задачи на простое и сложное тройное правило и на пропорциональное деление.

Объяснение решения задач в VI классе должно быть достаточно разнообразно и подробно.

Задачи на пропорциональную зависимость величин все время соединяются с работой с дробями и процентами, так что курс V класса и начала VI класса непрерывно повторяется.

В течение всего курса VI класса необходимо отводить достаточно времени решению примеров на совместные действия с дробями обыкновенными и десятичными.

Урок 1-й.

Повторение отношения. Освобождение отношения от дробных членов.

I. Проверка домашнего задания.

1. Пример № 965 (5, 7) и задача № 1001 исправляются с мест.

2. Один ученик составляет числовую формулу к задаче № 1226, другой — ставит вопросы к каждому действию формулы.

II. Устно.

Скорость парохода в стоячей воде равна 25 *км* в час. Скорость течения реки 3 *км* в час. Какова скорость парохода по течению? против течения?

Чему равна разность между скоростью движения по течению и против течения?

Разность эта сравнивается со скоростью течения: разность равна удвоенной скорости течения.

III. Повторение.

1. Что называется отношением двух чисел?
2. Как найти отношение двух чисел?
3. Название членов отношения.
4. Что может показывать отношение?
5. Основное свойство отношения.
6. Нахождение неизвестного члена отношения.
7. Отношение, обратное данному.

Повторение проводится на примерах.

IV. Объяснение нового материала. Используя основное свойство отношения, можно упрощать отношения.

Сокращение отношения:

$$25 : 15 = 5 : 3$$

$$1200 : 800 = 3 : 2$$

Используя основное свойство отношения, можно упростить отношение другим способом.

$\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$. Увеличим оба члена отношения в 6 раз.

$\frac{2}{3} : \frac{1}{2} = 4 : 3.$

Наблюдение: вместо отношения дробей получили отношение целых чисел.

Полная запись преобразования:

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{4}{6} : \frac{3}{6} = 4 : 3.$$

Умножая члены отношения на число, равное знаменателю дробей, мы получили отношение целых чисел.

$$\frac{4}{5} : \frac{1}{3} = \frac{12}{15} : \frac{5}{15} = 12 : 5$$

У доски выполняется № 1039 (2, 4, 1).

V. Самостоятельно. № 1039 (5, 8).

VI. Задание на дом. По учебнику § 96 — о сокращении отношения и освобождении отношения от дробей. Об обратных отношениях разобрать по учебнику самостоятельно. Примеры № 1039 (3, 6). Задача № 971 (2). № 1035 — напомнить, что отношение можно находить между одноименными величинами.

Урок 2-й.

Решение задач с использованием масштаба.

I. Проверка домашней работы.

1. № 1039 (3, 6) выполняется на доске.

На каком свойстве отношения основано освобождение отношения от дробных членов?

2. № 1035 решается у доски без тетради.

3. № 971 (2) исправляется с мест.

4. Опрашиваются все сведения об обратных отношениях, разобранные самостоятельно по учебнику.

II. Устно. Задача № 523 (1).

III. Решение задач.

Прочитать условие задачи № 486 (1), вспомнить определение масштаба.

Задача № 486 решается устно.

Что дается и что ищется в задаче? — Известно действительное расстояние и расстояние на карте, ищется числовой масштаб.

В № 1048 выясняется, что известен масштаб и расстояние на карте, ищется действительное расстояние.

Запись на доске.

На рис. 43 разбираются линейные масштабы.

1) 5 *см* на карте соответствуют 50 *м* на местности;

2) 5 *см* на карте соответствуют 2500 *м* на местности;

3) 5 *см* на карте соответствуют 10 *км* на местности.

IV. Самостоятельно. Найти численные масштабы, соответствующие вышеуказанным линейным масштабам. Решить задачу № 487 (2).

V. Задание на дом. Задачи № 1046, 1047 и 1005.

Урок 3-й.

Понятие о пропорции. Чтение и запись пропорции. Составление пропорции.

I. Проверка домашней работы.

II. Устно.

$$\frac{10-1:\frac{1}{9}}{3\frac{3}{4}:1\frac{1}{4}};\qquad \frac{1:\frac{8}{9}-0{,}625}{\frac{1}{2}:8}.$$

Устные преобразования и решение второго примера:

$$\frac{1:\frac{8}{9}-0{,}625}{\frac{1}{2}:8}=\frac{\frac{9}{8}-\frac{5}{8}}{\frac{1}{2}:8}=\frac{\frac{1}{2}\cdot 8}{\frac{1}{2}}=1\cdot 8=8$$

Повторяются приемы деления на частное и деление произведения.

III. Объяснение нового материала. Вычислить площади трех прямоугольников, основание у которых равно 5 *см*, а высоты: I — 2 *см*; II — 4 *см*; III — 5 *см*.

Получаются ответы: I — 10 *кв. см*; II — 20 *кв. см*; III — 25 *кв. см*.

Найти и записать в тетради отношение площади первого прямоугольника к площади второго и отношение их высот.

$$10 \text{ кв. см} : 20 \text{ кв. см} = \frac{1}{2}$$

$$2 \text{ см} : 4 \text{ см} = \frac{1}{2}$$

Найти и записать отношение площади третьего прямоугольника к площади первого и отношение их высот.

$$25 \text{ кв. см} : 10 \text{ кв. см} = 2{,}5$$

$$5 \text{ см} : 2 \text{ см} = 2{,}5$$

Написать два отношения, из которых каждое равно 5! 12! $\frac{1}{2}$! например:

$$25:5=5 \qquad 6:12=\frac{1}{2}$$

$$35:7=5 \qquad 2:4=\frac{1}{2}$$

Правильны ли будут равенства:

$25:5=35:7?$ 10 *кв. см* : 20 *кв. см* = 2 *см* : 4 *см*?

Обосновать правильность этих равенств.

Соединить знаком равенства попарно равные отношения:

$$6:12=2:4.$$

Как можно назвать каждое из записанных равенств? — Равенством двух отношений.

Равенство двух отношений называется пропорцией.

Как же будем определять пропорцию? Сколько пропорций написано на доске? Сколько чисел входит в каждую пропорцию?

Каждое входящее в пропорцию число называется членом пропорции.

Название крайних и средних членов пропорции.

Переписать пропорции в виде равенства двух дробей и в каждой записи найти крайние и средние члены.

При допущении ошибки пропорция записывается в строчку.

Чтение написанной пропорции надо разнообразить, например:

$$25:5=35:7.$$

1) 25 так относится к 5, как 35 относится к 7.

2) 25 во столько раз больше 5, во сколько 35 больше 7.

3) Отношение 25 к 5 равно отношению 35 к 7 и т. д.

Члены пропорции могут быть и именованными числами, например:

36 *м* : 9 *м* = 20 *см* : 5 *см*

24 *км* : 8 *км* = 9 час. : 3 час.

В двух последних пропорциях мы имеем отношение не отвлеченных чисел, а отношение численных значений величин при одной и той же единице измерения.

Обратить внимание на последнюю пропорцию, где в разных отношениях разные наименования. В результате мы имеем равенство двух отвлеченных чисел.

Каждый из членов пропорции называется четвертым пропорциональным по отношению к трем остальным членам.

$$x:15=9:3$$

В пропорции неизвестен один крайний член, вычислим его числовое значение.

$$x : 15 = 3$$

$$x = 15 \cdot 3$$

$$x = 45$$

Проверим равенство отношений:

$$45 : 15 = 3$$

$$9 : 3 = 3$$

Так же:

$$24 : x = 16 : 80$$

$$24 : x = \frac{1}{5}$$

$$x = 24 : \frac{1}{5}$$

$$x = 120.$$

IV. Устно. № 1051 (1, 2).

V. Самостоятельно. № 1051 (3, 4).

Упражнения. 1) Подобрать 4 числа, из которых можно составить пропорцию.

2) Составить пропорцию из двух отношений, каждое из которых равно $\frac{1}{4}$.

3) Проверить пропорцию:

$$2{,}5 : 0{,}5 = 100 : 20$$

(путем проверки равенства отношений)

VI. Задание на дом. По учебнику § 125. Составить 4 пропорции. № 1044; задача № 957.

Урок 4-й.

Основное свойство пропорции. Проверка пропорции.

I. Проверка домашней работы.

1. На доске выписываются составленные дома пропорции, и на них повторяются все сведения о пропорции.

2. № 1044 исправляется с мест.

3. Задача № 957 коротко проверяется с мест. После этого предлагается составить новую задачу, в условие

которой включить полученный ответ — перевыполнение нормы на 50%, а исключить одно из данных в условии, например — 3 дня. Этим способом проверить решение задачи.

Условие новой задачи.

В колхозе нужно было вспахать 180 *га* земли при норме 20 *га* в день. План вспашки был перевыполнен на 50%. На сколько дней раньше срока была закончена вспашка?

Решают в тетрадях без объяснения.

1) $100\% + 50\% = 150\%$.

2) $20 \cdot 1{,}5 = 30$ (*га*)

3) $180 : 30 = 6$ (дн.)

4) $180 : 20 = 9$ (дн.)

5) $9 - 6 = 3$ (дня).

Вспахали на 3 дня раньше срока. Задача решена верно.

II. Объяснение нового материала. Изучим основное свойство пропорции.

Каждому ученику предлагается составить в тетради пропорцию, вычислить произведение крайних членов и произведение средних членов и сравнить эти произведения.

Какой вывод можно сделать из наших наблюдений? — В пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов.

Это и есть основное свойство пропорции.

Запись пропорции и ее основного свойства в общем виде:

$$a : b = c : d; \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad ad = bc.$$

Итак, из пропорции мы можем получить равенство двух произведений. Посмотрим обратное положение: можно ли из двух равных произведений составить пропорцию.

$$5 \cdot 6 = 2 \cdot 15$$

Что дано? — Равенство двух произведений.

Первое произведение можно рассматривать как произведение крайних членов пропорции, второе — как произведение средних членов или наоборот.

$$5 : 2 = 15 : 6$$

Используя основное свойство, можно проверить пропорцию.

Проверить в тетрадях:

$$12 : 4 = 27 : 9$$

$$14 : 7 = 25 : 12{,}5$$

Проверить двумя способами:

$$1 : 3 = 6 : 18$$

$$8 : 6 = \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$$

III. Самостоятельно. В тетрадях составить пропорции из равных произведений.

IV. Домашнее задание. По учебнику § 126, № 1052, 1056. Задача № 553.

Урок 5-й.

Решение пропорции.

I. Проверка домашней работы.

1. На доске записывается решение задачи № 553 и дается объяснение решения в виде связного рассказа.

Характер объяснения.

Зная расстояние, пройденное по водохранилищу за $3\frac{1}{4}$ часа, можем узнать собственную скорость катера; она равна 16 *км*. Так как скорость течения реки $1\frac{3}{4}$ *км* в час, то против течения катер шел со скоростью $14\frac{1}{4}$ *км* в час; $28\frac{1}{2}$ *км* он должен был пройти за 2 часа, но он прошел это расстояние за $2\frac{1}{4}$ часа, значит, на 3 остановки он употребил 15 мин., а каждая остановка равнялась 5 минутам.

2. Пропорции к № 1056 записываются на доске.

3. № 1052 проверяется с мест.

II. Устно. Проверить пропорцию двумя способами:

$$2\frac{1}{2} : 4 = 10 : 16$$

Составить пропорцию из двух равных произведений:

$$16 \cdot \frac{3}{4} = 2 \cdot 6$$

III. Объяснение нового материала. Сегодня научимся использовать основное свойство пропорции для определения неизвестного члена пропорции или, как говорят, для решения пропорции.

$$24 : 8 = 9 : 3$$

Все члены пропорции известны.

Выразим каждый член пропорции с помощью остальных трех.

Выражение первых двух членов записывают на доске, остальные — в тетрадях.

$$24 = \frac{8 \cdot 9}{3}; \quad 8 = \frac{24 \cdot 3}{9} \text{ и т. д.}$$

Словами формулируют:

1. Крайний член пропорции равен произведению средних, деленному на другой крайний.

2. Средний член пропорции равен произведению крайних, деленному на другой средний.

Записать это свойство членов пропорции в общем виде (на доске):

$$a : b = m : n$$

$$a = \frac{bm}{n}; \quad b = \frac{an}{m}$$

$$m = \frac{an}{b}; \quad n = \frac{bm}{a}$$

Зная рассмотренную зависимость между членами пропорции, мы можем найти неизвестный член пропорции, если известны три остальных члена.

Ученики без труда находят путь такого решения.

Пример № 1053 (1).

$$x : 16 = 3 : 6$$

$$x = \frac{16 \cdot 3}{6} = 8$$

Проверка найденного значения x подстановкой.

$$8 : 16 = 3 : 6$$

В тетрадях № 1053 (3, 7). № 1053 (9) — у доски.

$$x : 12 = 4\frac{3}{4} : 7\frac{1}{8}$$

$$x = \frac{12 \cdot 4\frac{3}{4}}{7\frac{1}{8}} = \frac{\cancel{12}^{4} \cdot \cancel{19}^{1} \cdot \cancel{8}^{2}}{{}_{1}\cancel{4} \cdot \cancel{57}_{\cancel{3}_{1}}} = 8$$

Необходимо сначала на дробной черте писать первоначальную формулу, а потом преобразовывать ее.

Ученики убеждаются, что у разобранных пропорций при x коэффициент был единица.

$$7x : 42 = 45 : 27$$

При неизвестном члене коэффициент 7.

Первоначальная запись:

$$7x = \frac{{}^{14}\cancel{42} \cdot \cancel{45}^{5}}{\cancel{27}_{1}} = 70$$

$$x = 70 : 7 = 10$$

У доски $84 : 6x = 28 : 14$.

На прошлых уроках вы сами составляли ряд пропорций путем подбора соответствующих чисел. Теперь сможем составить пропорцию очень просто, обозначив предварительно один из членов ее через x.

$$x : 15 = 3 : 5$$

$$x = 9$$

$$9 : 15 = 3 : 5$$

$$2\frac{1}{2} : x = 4 : \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{4} = \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{5}{16}$$

$$2\frac{1}{2} : \frac{5}{16} = 4 : \frac{1}{2}$$

Проверка.

$$2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{16} \cdot 4 = \frac{20}{16} = 1\frac{1}{4}$$

IV. Задание на дом: По учебнику § 127. По задачнику № 1053 (6, 8, 11). № 1054 (2, 4). № 1042 (2).

Урок 6-й.

Перестановка членов пропорции.

I. Проверка домашней работы.

II. Объяснение нового материала. Задание классу в тетрадях: составить пропорцию из чисел: 44; 4; 11 и 16.

(Естественно, что ученики составят разные пропорции.)

Все отличающиеся друг от друга пропорции выписать на доску.

Просматривают выписанные пропорции. Все ли они справедливы?

Чем же они отличаются друг от друга? — В пропорциях сделана перестановка членов.

Записывают пропорции по указанию учителя в определенном порядке и дополняют недостающие.

Получается таблица, которая записывается в тетради учеников, и затем каждая перестановка разбирается.

$$1)\ \underline{44 : 11 = 16 : 4}$$

$$2)\ 4 : 11 = 16 : 44$$

$$3)\ 44 : 16 = 11 : 4$$

$$4)\ 4 : 16 = 11 : 44$$

Четыре основные перестановки.

1) данная пропорция;
2) переставлены крайние члены;
3) переставлены средние члены;
4) переставлены крайние и средние члены.

Наблюдения: при всех перестановках не нарушалось равенство произведений крайних и средних членов:

$$44 \cdot 4 = 11 \cdot 16$$

Возможны еще перестановки отношений в целом:

5) $16 : 4 = 44 : 11$
6) $16 : 44 = 4 : 11$
7) $11 : 4 = 44 : 16$
8) $11 : 44 = 4 : 16$

Значит, всего возможнее сделать 8 перестановок.

Упражнение у доски: сделать все 8 перестановок. № 1051 (1).

III. Самостоятельно составить пропорции из данных чисел и переставить члены:

9; 3; 21; 7

18; 3; 6; 1

Даны три числа: 3; 9; 24.

Подобрать к этим числам четвертое, чтобы из этих четырех чисел можно было составить пропорцию.

Говорят: к трем данным числам найти четвертое, им пропорциональное.

Ответы могут быть разные:

$$3:9=24:x; \qquad x=72$$

$$9:x=24:3; \qquad x=1\frac{1}{8}$$

$$9:24=3:x; \qquad x=8$$

IV. Задание на дом. По учебнику выучить § 128 и повторить все сведения о пропорции. По задачнику № 1055. Задача № 1030 (2).

Урок 7-й.

Закрепление сведений о пропорции.

I. Проверка домашней работы.

1. Из § 128 учебника берутся отдельные примеры, и решение их объясняется учеником у доски.

Перестановка членов пропорции повторяется на буквенных примерах на стр. 185 учебника.

2. Записывают все возможные перестановки членов пропорции из № 1055.

3. Задача № 1030 (2) решается у доски с подробным устным объяснением.

На сколько часов уменьшилось затраченное время?

$$9-7\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}\text{ (часа)}$$

На сколько процентов уменьшилось затраченное время?

$$1\frac{1}{2}:9=\frac{1}{6}=16\frac{2}{3}\%$$

На сколько процентов была увеличена скорость поезда? Прежнюю скорость поезда принимаем за 100%.

$$9 : 7\frac{1}{2} = \frac{6}{5} = 120\%$$

$$120\% - 100\% = 20\%$$

II. Повторение и упражнение. Ученики по очереди вызываются к доске, им задаются следующие вопросы.

1. Что называется пропорцией? Назвать члены пропорции. Составить пропорцию с дробными членами.

Способ составления:

$$2\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = x : \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{\cancel{5}^1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot \cancel{5}_1 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$

$$2\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} : \frac{1}{5}$$

2. В чем состоит основное свойство пропорции? Составить пропорцию из двух равных произведений.

3. Составить пропорцию и проверить ее двумя способами.

4. Составить пропорцию и сделать все возможные перестановки членов.

III. Самостоятельно, с последующей проверкой в классе.

1. Решить пропорции.

$$\frac{1}{8} : \frac{1}{3} = \frac{3}{7} : x$$

$$1\frac{1}{2}x : \frac{3}{4} = 2\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$$

2. Проверить пропорцию двумя способами: $0{,}1 : 0{,}5 = 2 : 10$.

Задание на дом. № 1053 (13—16); № 1054 (6, 7); № 1162 (1).

Урок 8-й.

Контрольная работа.

Вариант I.

1. Составить пропорцию из двух равных произведений

$$15 \cdot 17 = 3 \cdot 85$$

Составленную пропорцию проверить двумя способами.

2. Решить пропорции

$$x : \frac{28}{75} = \frac{5}{7} : \frac{3}{8}$$

$$1\frac{1}{9} : 3\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3} : \frac{4}{7}x$$

Проверить.

3. Сделать все возможные перестановки членов пропорции:

$$12 : 4 = 18 : 6$$

4. Задача. Лета отца относятся к летам сына, как 8 : 3. Сколько лет сыну, если отцу 44 года?

Решить с помощью пропорции.

Вариант II.

1. Из данных чисел составить пропорцию и проверить ее двумя способами:

12; 2; 6; 36.

2. Решить пропорции:

$$x : 4\frac{1}{6} = 7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$$

$$0{,}12 : \frac{1}{2} = \frac{4}{5}x : 7{,}2$$

Проверить.

3. Сделать все возможные перестановки членов пропорции:

$$12 : 4 = 15 : 5$$

4. Задача. Сплав состоит из золота и меди: вес меди относится к весу золота как 5 : 6. Определить вес золота в сплаве, зная, что вес меди в нем равен 75 *г*.

Решить с помощью пропорции.

Урок 9-й.

Зависимость между величинами.

I. Анализ контрольной работы проводится в специально отведенное время.

II. Объяснение нового материала. Учащимся сообщается, что они приступают к изучению очень важного вопроса — вопроса зависимости между величинами. С зависимостью между величинами человеку приходится иметь дело постоянно.

Мы знаем различные величины: вес, площадь, время и т. д.

9 *м*; 6 *дм*; 5 *км*.

О какой величине говорят записанные нами числа? — О длине.

Величина одна — длина, но числовое значение ее разное. В наших примерах какие имеем различные числовые значения?

Будем различать понятия: величина и числовое значение величины.

Назовите различные числовые значения величин, выражающих время, вес, площадь.

Ясно, что одна и та же величина может иметь бесчисленное количество числовых значений.

Выбор единицы измерения будет зависеть от того, что именно измеряется. Длину чего вы будете измерять сантиметрами? метрами? километрами?

После этого необходимо перейти к выяснению очень важного вопроса: между некоторыми величинами существует определенная зависимость.

Для выяснения этого понятия с учениками проводится ряд наблюдений.

Даем задачу. Поезд идет со скоростью 50 *км* в час. Какое расстояние пройдет он за 2 часа? Какие данные в задаче? Какая величина является искомой?

Чертим на доске таблицу и включаем в нее эту задачу, разнося величины по графам. (Верхняя строка временно остается пустой.)

Постоянная величина	Переменные величины	
	независимая	зависимая
Скорость (в *км*)	Время (в час.)	Пройденное расстояние (в *км*)
50	2	100
»	4	200
»	10	500
»	24	1200
»	8	400

Предлагается сохранить скорость неизменной, а время движения изменить по своему усмотрению, после чего заполнить и последнюю графу.

Таким образом составляется вторая задача, заполняется вторая строка таблицы.

Несколько составленных учениками и решенных задач заполняют таблицу.

По таблице делаются наблюдения.

1. В таблице имеем три величины: скорость движения; время движения; пройденный путь (расстояние).

2. Вторая величина, время движения, имеет 5 различных значений; точно так же и третья величина имеет 5 различных значений: с изменением времени движения меняется и пройденный путь.

3. Значение первой величины не изменяется, остается постоянным.

Итак, три величины имеют разные свойства: числовое значение первой величины не меняется, а значение второй и третьей изменяется.

Дается название: величина постоянная, величины переменные.

Названия вписываются в верхнюю строку таблицы.

Итак, имеем две переменные величины. Есть ли между ними различие?

Значение первой переменной величины мы выбирали по своему желанию: меняли время движения.

Могли ли мы против двух часов поставить какое угодно значение пройденного расстояния? Почему нет? — Нас связывало уже выбранное значение для времени движения.

Даются термины: независимая переменная и зависимая переменная.

Объяснение терминов: значение независимой переменной может быть выбрано произвольно, но значение последней величины (пройденного пути) уже нельзя выбирать произвольно, оно будет зависеть от выбранного значения предшествующей величины.

Названия вписываются в таблицу.

Закрепление терминов при рассмотрении второй задачи.

Расстояние между двумя городами 400 *км*. Поезд идет со скоростью 40 *км* в час. Во сколько времени пройдет он расстояние между городами?

А во сколько времени он пройдет это расстояние, если скорость его будет 50 *км* в час? 25 *км* в час?

Предлагается ученикам самостоятельно в тетрадях составить таблицу для этой новой задачи.

Постоянная величина	Независимая переменная	Зависимая переменная
Расстояние (в *км*)	Скорость (в *км*)	Время (в час)
400	40	10
»	50	8
»	25	16
»	100	4
»	20	20
»	10	40

Таблица проверяется, повторяется название и свойство каждой величины.

Ученики вновь убеждаются, что одна из этих величин, расстояние, постоянная, а две другие — переменные.

Отмечается, что одна и та же величина (расстояние) в одном случае может быть постоянной, в другом — переменной величиной.

Спрашивается, сколько значений имеет каждая из переменных величин.

Дается понятие „соответствующего значения".

Проверяется, какое значение зависимой переменной соответствует значению 50 *км*? 20 *км*?

Какое значение независимой переменной соответствует значению 4 час.? 8 час.?

Дается готовая таблица:

Возраст человека	Средний рост
1 год	70 *см*
5 лет	92 „
10 „	120 „
15 „	140 „
20 „	152 „

Таблица разбирается.

Постоянной величины нет. Имеются две переменные. С изменением одной — меняется значение и другой, с изменением возраста меняется и рост.

Эти наблюдения над таблицами к концу урока должны быть закреплены следующими положениями.

1. Величина может иметь различное числовое значение.

2. Величина, значение которой при данном условии, то есть при решении ряда аналогичных задач, не изменяет своего значения, называется постоянной величиной.

3. Величина, значение которой при решении ряда аналогичных задач изменяется, называется переменной величиной.

4. Некоторые величины зависят друг от друга, то есть с изменением значения одной величины изменяется и соответствующее значение другой.

В дальнейшем подробно изучим эту зависимость.

III. Задание на дом. По учебнику § 129. Просмотреть по тетради пройденный материал. Задача № 1063.

Урок 10-й.

Прямая пропорциональность величин.

I. Проверка домашней работы.

1. Проверка по вопросам усвоения материала предшествующего урока.

2. Задача 1063 проверяется с мест.

II. Объяснение нового материала. Даются две таблицы:

Дневной заработок (в руб.)	Число рабочих дней	Весь заработок (в руб.)
12	10	120
„	12	144
„	50	600
„	3	36

Разбирается каждая величина первой таблицы.

Наблюдается характер изменения независимой переменной и в связи с этим изменение соответствующего значения зависимой переменной.

Основание прямоуг. (в *см*)	Высота прямоуг. (в *см*)	Площадь (в *кв. см*)
15	9	135
"	10	150
"	20	300
"	4	60
"	3	45

10 дн. — 120 руб.

50 " — 600 "

Значение независимой переменной увеличилось в 5 раз и соответствующее значение зависимой переменной увеличилось во столько же раз.

12 дн. — 144 руб.
3 " — 36 "

Делаются аналогичные наблюдения: с уменьшением значения независимой переменной в несколько раз, во столько же раз уменьшается значение зависимой переменной.

Такие же наблюдения делаются над второй таблицей — изменение площади прямоугольника.

Вывод. Если значение независимой переменной увеличить или уменьшить в несколько раз, то соответствующее значение зависимой переменной увеличится или уменьшится во столько же раз.

Проверка этой зависимости на таблице в задаче № 1058.

Предлагается найти отношение двух любых значений независимой переменной и отношение двух соответствующих значений зависимой переменной.

$$10 : 50 = \frac{1}{5} \qquad 120 : 600 = \frac{1}{5}$$

$$12 : 3 = 4 \qquad 144 : 36 = 4$$

$$3 : 10 = 0{,}3 \qquad 36 : 120 = 0{,}3$$

Наблюдение: отношение двух значений независимой переменной равно отношению двух соответствующих значений зависимой переменной.

Проверка на второй таблице.

$$9:3=3 \qquad 135:45=3$$

$$10:20=\frac{1}{2} \qquad 150:300=\frac{1}{2}$$

Что можно составить из равных отношений?

Составление ряда пропорций из значений ряда величии той и другой таблицы.

$$10:50=120:600$$
$$3:10=36:120$$
$$9:3=135:45 \text{ и т. д.}$$

Вскрыли не только зависимость между величинами, но и характер этой зависимости.

Разбираемые нами величины называются прямо пропорциональными.

Определение. Если отношение двух любых значений одной величины равно отношению двух соответствующих значений другой величины, то такие величины называются прямо пропорциональными.

Определение записать.

Сделанные раньше наблюдения: при увеличении одной величины в несколько раз, соответствующее значение другой величины увеличивается во столько же раз; при уменьшении одной величины в несколько раз, соответствующее значение другой величины уменьшается во столько же раз. Это — свойство прямо пропорциональных величин.

Придумывается ряд примеров на прямо пропорциональные величины:

время и пройденный путь при постоянной скорости;

скорость и пройденный путь при постоянном времени;

количество рабочих и количество продукции при постоянной продуктивности труда;

количество товара и стоимость его при постоянной цене;

цена товара и общая его стоимость при постоянном количестве товара;

основание прямоугольника и его площадь при постоянной высоте, и т. д.

Возвращаемся к таблице о возрасте и роста человека.

Будут ли эти величины прямо пропорциональны? Почему нет? — Отношение двух значений одной величины не равно отношению двух соответствующих значений другой.

III. Задание на дом. № 1058 и 1067 (2). Составить самим таблицу с прямо пропорциональными величинами. Задача № 956; составить аналитический план.

Урок 11-й.

Задачи на прямо пропорциональные величины.

I. Проверка домашней работы.

1. Один ученик выписывает на доске составленную им таблицу прямо пропорциональных величин.

По этой таблице с классом повторяются все сведения об этих величинах.

2. № 1058 и 1059 исправляются с мест.

Рассказывают об использовании пропорции для заполнения пустых мест таблицы.

3. Решение задачи № 956 проверяется просмотром тетрадей при обходе класса.

II. Объяснение нового материала. Решите самостоятельно задачу. За комнату, имеющую площадь 14 *кв. м*, платят 21 руб. Сколько надо платить за комнату, имеющую площадь 11 *кв. м*?

Какие величины даны в условии задачи? Какая существует зависимость между этими величинами?

Почему эта зависимость будет прямо пропорциональной?

Решение задачи:

1) Сколько платят за 1 *кв. м* площади?

$$21 : 14 = 1{,}5 \text{ (руб.)}$$

2) Сколько надо заплатить за 11 *кв. м* площади?

$$1{,}5 \cdot 11 = 16{,}5 \text{ (руб.)}$$

Решили задачу с прямо пропорциональными величинами способом приведения к единице. Почему этот способ получил такое название?

Решим задачу с пропорциональными величинами другим способом.

З а д а ч а. Из 49,8 *м* материи сшили 12 костюмов. Сколько таких же костюмов можно сшить из 74,7 *м* материи?

Запишем условие задачи схематически.

Указывается стандартная запись.

$$\begin{array}{l} 49{,}8\ м — 12\ \text{кост.} \\ \underline{74{,}7\ м — x\quad\ ''\quad} \end{array}$$

Эту запись можно рассматривать как две строки из знакомых вам таблиц.

Где независимая переменная величина? зависимая переменная?

Отмечается отсутствие постоянной величины. Но это отсутствие кажущееся. Сказано: одинаковых костюмов. Какая же величина постоянна? — Количество материи, идущее на каждый костюм.

Существует ли зависимость между числом метров материи и числом костюмов? Какая зависимость? — Прямо пропорциональная.

Обоснование этой зависимости: во сколько раз увеличим число метров, во столько раз больше можно изготовить костюмов.

Составляют пропорцию.

$$49{,}8 : 74{,}7 = 12 : x.$$

Предлагается решить пропорцию.

$$x = \frac{74{,}7 \cdot 12}{49{,}8} = \frac{{}^{9}\cancel{747} \cdot \cancel{12}^{2}}{\cancel{498}_{1}} = 18 \text{ (кост.)}$$

Проверять пропорцию каждый раз нет необходимости, но в отдельных случаях проверка нужна.

$$49{,}8 : 74{,}7 = 12 : 18$$
$$49{,}8 \cdot 18 = 896{,}4$$
$$74{,}7 \cdot 12 = 896{,}4.$$

Пропорция составлена правильно, ответ в задаче правилен.

Задача № 1071 (2). Разбирается характер зависимости величин. Записывают условие на доске, составляют пропорцию и решают ее.

$$\frac{\begin{array}{llll} 72 \text{ куб. м} & — & 14{,}4 & \text{руб.} \\ 106 \quad „ \quad „ & & x & „ \end{array}}{72 : 106 = 14{,}4 : x}$$

$$x = \frac{106 \cdot \cancel{14{,}4}^{0{,}2}}{\cancel{72}_{1}} = 21{,}2 \text{ (руб.)}$$

Можно сократить без переписки.

III. Самостоятельно. № 1072 (1).

Решение исправляется.

Обобщение 1. Во всех задачах имели прямо пропорциональные величины.

2. Задачи решали способом пропорции и способом приведения к единице.

Везде давались три числовых значения величин: два значения одной из переменных величин и одно значение другой переменной величины.

Дается название этого вида задач: задачи на простое тройное правило.

IV. Задание на дом. № 1071 (1).

Задача. Бригада рабочих взялась распилить партию бревен за 25 дней. Через 10 дней после начала работы бригада начала применять новые методы работы и закончила всю работу за 3 дня до срока. На сколько процентов бригада увеличила ежедневную производительность труда, применяя новые методы работы?

Решить задачу, а подробное объяснение подготовить устно.

Урок 12-й.

Обратно пропорциональные величины.

I. Проверка домашней работы.

1. Решение задачи № 1071 (1) записано на доске.

2. На доске записывается решение дополнительной задачи, данной на дом. Запись решения сопровождается подробным объяснением.

II. Повторение. Какие величины называются прямо пропорциональными? (определение.)

Свойство прямо пропорциональных величин.

Примеры таких величин.

III. Объяснение нового материала. Дается задача.

Расстояние между городами равно 360 *км*. Поезд идет со скоростью 40 *км* в час. Во сколько времени пройдет он все расстояние?

Записывается строчка.

360 *км* 40 *км* 9 час.

Предлагается ученикам составить новые задачи при условии, что расстояние в 360 *км* не изменяется, а меняется произвольно скорость движения, а в зависимости от этого — время движения.

Данные и ответы придуманных задач записываются столбиком.

Получаются записи, над которыми временно оставлено несколько пустых строк.

Постоянная величина	Независимая переменная	Зависимая переменная
Расстояние (в *км*)	Скорость (в *км*)	Время (в *час*)
360	40	9
"	60	6
"	30	12
"	50	7,2
"	100	3,6

Проводится анализ полученной таблицы.

Имеем три величины: расстояние, скорость движения, время движения.

Надписываются названия над величинами.

Какой величиной является расстояние во всех этих задачах? — Постоянной величиной.

А две другие величины? — Переменными.

Чем отличаются друг от друга эти переменные величины? — Одна независимая переменная, другая — зависимая.

Объяснение этих терминов. Запись их в таблице.

Дается вторая задача, и ученики составляют у себя в тетрадях таблицу с пятью значениями.

Площадь прямоугольника 450 *кв. дм*, его основание 15 *дм*. Чему равна высота?

Площадь остается постоянной, меняется величина основания.

Таблица проверяется с мест.

Проводится работа по углубленному анализу таблиц.

Предлагается найти отношение двух любых значений независимой переменной и отношение двух соответствующих значений зависимой переменной.

Получаем такие результаты:

$$4 : 2 = 2 \qquad 15 : 30 = \frac{1}{2}$$

$$30 : 6 = 5 \qquad 2 : 10 = \frac{1}{5}$$

$$4 : 12 = \frac{1}{3} \qquad 15 : 5 = 3 \text{ и т. д.}$$

Наблюдение: отношения не равны.

Анализируя полученные отношения, убеждаются, что отношения получаются обратные.

Предлагается обдумать, как составить пропорцию из величин, входящих в таблицу?

Чтобы составить пропорцию, необходимо отношение двух значений независимой переменной приравнять обратному отношению двух соответствующих значений зависимой переменной.

Составляется ряд пропорций.

Вновь изучаемые величины называются обратно пропорциональными.

Определение (записывается). Если отношение двух значений одной величины равно обратному отношению двух соответствующих значений другой величины, то такие две величины называются обратно пропорциональными.

Наблюдения: при увеличении значения одной из переменных в несколько раз соответствующее значение другой переменной уменьшается во столько же раз и обратно.

Проверка на ряде примеров.

Это свойство обратно пропорциональных величин.

Какое же свойство обратно пропорциональных величин мы наблюдали? Формулировка.

Примеры обратно пропорциональных величин:

Скорость движения и время движения при постоянном расстоянии.

Цена товара и его количество при постоянной стоимости.

Число рабочих и время выполнения работы при постоянной производительности труда.

Примеры непропорциональных величин, в которых с увеличением одной величины, другая уменьшается — вычитаемое и разность.

Уменьшаемое	Вычитаемое	Разность
40	1	39
40	2	38
40	3	37
40	4	36

Повторяется определение и свойство обратно пропорциональных величин.

IV. Задание на дом: Выучить записанное в тетрадях определение прямо и обратно пропорциональных величин. Составить две таблицы: одну с прямо пропорциональными, другую с обратно пропорциональными величинами. Подготовить ответы на вопросы № 1067 и № 1064.

Урок 13-й.

Обратно пропорциональные величины.

I. Проверка домашней работы.

1. Разные ученики с мест отвечают на отдельные вопросы № 1067 и 1064.

2. Две из составленных дома таблиц, одна с прямо пропорциональными и другая с обратно пропорциональными величинами, выписываются на доску, проверяются и оставляются для дальнейшей работы.

II. Объяснение нового материала. Предлагается ученикам, имея перед глазами две домашние таблицы и учитывая все усвоенное о пропорциональных величинах, ответить на вопросы: какое сходство и какое различие между прямо и обратно пропорциональными величинами?

Самостоятельно, а частично с помощью учителя, получить следующие ответы.

Сходство. 1) Те и другие величины переменные.

2) С изменением значения одной величины закономерно изменяется значение другой.

3) Из тех и других величин можно составить пропорцию.

Различие. 1) В прямо пропорциональных величинах с увеличением (уменьшением) значения одной величины в несколько раз во столько же раз увеличивается (уменьшается) соответствующее значение другой величины.

В обратно пропорциональных величинах с увеличением (уменьшением) значения одной величины соответствующее значение другой величины уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

2) Различный способ составления пропорции из тех и других величин.

З а д а ч а. 16 каменщиков могут выполнить некоторую работу в 21 день. Сколько потребуется каменщиков, чтобы выполнить эту работу в 14 дней?

16 каменщ. — 21 день

x „ — 14 дней

Полное объяснение, вскрывающее характер зависимости между величинами: число рабочих и время для выполнения определенной работы — величины обратно пропорциональные при одной и той же производительности труда.

Вспоминают способ составления пропорции из значений обратно пропорциональных величин.

$$16 : x = 14 : 21$$

$$x = \frac{{}^{8}\cancel{16} \cdot \cancel{21}^{3}}{\cancel{14}_{1}} = 24 \text{ (каменщ.)}$$

Проверка. Уменьшить время выполнения работы надо в $21 : 14 = 1\frac{1}{2}$ раза; число рабочих надо увеличить в $24 : 16 = 1\frac{1}{2}$ раза.

Эту же задачу решают способом приведения к единице.

1) $16 \cdot 21 = 336$ (каменщ.) Вопросы ставят устно.

2) $336 : 14 = 24$ (каменщ.)

С полным рассуждением решают № 1076 (1).

III. Самостоятельно. № 1076 (2).

IV. Задание на дом. Задачи № 1079 (1, 2). Пример № 1165 (2).

Урок 14-й

Задачи на обратно пропорциональные величины.

I. Проверка домашней работы.

II. Повторение. Вопросы к классу.

При обращении обыкновенных дробей в десятичные какие могут встретиться случаи? Какие обыкновенные дроби обращаются в точные десятичные? какие обращаются в бесконечные десятичные?

Предлагается рассказать все, что проходили о периодических дробях.

III. Решение задач. Какими способами решали задачи на простое тройное правило?

Решить способом пропорции № 1072 (2).

Решают самостоятельно в тетрадях. Ответ — 50 кусков.

Проверим решение задачи, составив новую задачу: найденную величину (50 кусков) включим в условие задачи, а одну из данных величин исключим, например 1 *кг*.

Составляется задача: 50 кусков пиленого сахара весят 400 *г*. Сколько весят 125 кусков?

$$\begin{array}{l} 50 \text{ куск.} - 400 \text{ г} \\ 125 \quad '' \quad - x \\ \hline x : 400 = 125 : 50 \end{array}$$

$$x = \frac{{}^{8}\cancel{400} \cdot 125}{\cancel{50}_{1}} = 1000 \ (\text{г, т. е. } 1 \text{ кг})$$

Задача решена верно.

Демонстрируется модель или чертеж ременной передачи, и с помощью этого наглядного пособия решается задача № 1099 (1).

$$\begin{array}{l} 28 \text{ см} - 600 \text{ обор.} \\ 42 \quad '' \quad - x \quad '' \\ \hline 28 : 42 = x : 600 \end{array}$$

$$x = \frac{{}^{2}\cancel{28} \cdot \cancel{600}^{200}}{\cancel{42}_{1}} = 400 \ (\text{обор.})$$

Задача № 1098 (2).

IV. Задание на дом. Задачи № 1099 (2), 1097 (2).

Урок 15-й

Контрольная работа

Вариант I.

Задачи. 1. Шкив, диаметром в 720 *мм*, делающий 143 оборота в 1 мин., соединен ременной передачей с другим шкивом, делающим 396 оборотов в 1 мин. Найти диаметр второго шкива.

Решить способом составления пропорции.

2. 15,5 *куб. м* гашеной извести весят 18,6 *т*. Какой объем гашеной извести весом в 14,4 *т*?

Решить способом приведения к единице.

3. Вычислить:

$$3{,}6 : \left(68{,}1 : 7{,}5 - 8\frac{17}{20} + 2\frac{1}{50}\right) + 4\frac{5}{6} \cdot \frac{33}{58}$$

Вариант II.

Задачи. 1. Два шкива связаны ременной передачей. Окружность одного шкива равна 528 *см*, другого 225 *см*. Первый шкив делает 60 оборотов в 1 мин. Сколько оборотов в 1 мин. делает второй шкив?

Решить способом составления пропорции.

2. $22\frac{1}{2}$ *м* телефонной проволоки весят 2 *кг*. Сколько килограммов такой проволоки нужно взять для проведения телеграфной линии длиной в 1,5 *км*?

Решить способом приведения к единице.

3. Вычислить:

$$\frac{33}{58} \cdot 4\frac{5}{6} + 3{,}6 : \left(68{,}1 : \frac{15}{2} - 8\frac{17}{20} + 2{,}02\right)$$

Тема третья

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ

Урок 1-й.

Прямо пропорциональное деление.

I. Анализ контрольной работы. На доске решается одна из задач с обратно пропорциональными величинами, в которой встретились ошибки.

При поправке примера обращается внимание на порядок действий в скобках.

Закрепить:

1) $$64\frac{3}{4}-6\frac{1}{5}+3\frac{1}{2}$$

2) $$64\frac{3}{4}-\left(6\frac{1}{5}+3\frac{1}{2}\right)$$

Объяснить разницу в ответах.

II. Повторение.

1. Какие величины называются прямо пропорциональными?

2. Составить задачу, содержащую прямо пропорциональные величины.

3. Рабочий выполнил обработку 56 деталей вместо 16 по норме. На сколько процентов он перевыполнил норму?

III. Объяснение нового материала. Дается задача.

Двое рабочих вместе заработали 250 руб.; один работал 4 дня, а другой 6 дней. Как они должны разделить заработанные деньги?

Устанавливается, какие величины даны — заработок и время работы каждого рабочего.

Какая зависимость между этими величинами? — Прямо пропорциональная зависимость.

Обоснование ответа.

Устное решение задачи.

Пояснение к решению: I рабочий должен взять 4 такие части общего заработка, каких II рабочий возьмет 6.

Или: заработок I так относится к заработку II как 4 : 6.

Запись: $x_1 : x_2 = 4 : 6 = 2 : 3$

250 руб. — весь заработок рабочих.

x_1 — заработок I рабочего

x_2 — заработок II рабочего

$$2 + 3 = 5$$

$$250 : 5 = 50 \text{ (руб.)}$$

Сколько заработал I рабочий?

$$50 \cdot 2 = 100 \text{ (руб.)}$$

Сколько заработал II рабочий?

$$50 \cdot 3 = 150 \text{ (руб.)}$$

Допустима и более короткая запись решения формулой.

$$x_1 = \frac{250 \cdot 2}{2 + 3} = 100 \text{ (руб.)}$$

$$x_2 = \frac{250 \cdot 3}{2 + 3} = 150 \text{ (руб.)}$$

Проверка.

$$100 + 150 = 250 \text{ (руб.)}$$

$$100 : 150 = 2 : 3$$

Проверка делается двойная.

№ 1134 (2). Запись в тетрадях, устная проверка записи и результата.

Задачи, которые сейчас решали, называются задачами на прямо пропорциональное деление или деление в данном отношении: некоторое число, у нас 250 руб. в первой задаче и 900 руб. во второй, делили прямо пропорционально двум числам: 4 и 6 в первой и 288 и 312 во второй.

№ 1135 (2). Разбирается условие задачи: какое число и пропорционально каким числам надо делить.

Какая разница с ранее решенными задачами? — В первых задачах число делилось прямо пропорционально двум числам, в последней задаче — прямо пропорционально трем числам.

Порядок записи такой же.

26 чел. x_1 — число человек в I бригаде

x_2 — " " во II бригаде

x_3 — " " в III бригаде

$$x_1 : x_2 : x_3 = 84 : 56 : 42 = 6 : 4 : 3$$

$$6 + 4 + 3 - 13$$

Сколько человек было в I бригаде?

$$x_1 = \frac{26 \cdot 6}{13} = 12 \text{ (чел.)}$$

Сколько человек было во II бригаде?

$$x_2 = \frac{26 \cdot 4}{13} = 8 \text{ (чел.)}$$

Сколько человек было в III бригаде?

$$x_3 = \frac{26 \cdot 3}{13} = 6 \text{ (чел.)}$$

Проверка: $12 + 8 + 6 = 26$ (чел.)

Затем проверить любое отношение

$$x_1 : x_2 = 6 : 3 = 2 : 1$$

$$12 : 6 = 2 : 1$$

IV. Самостоятельно без объяснения № 1134 (1).

V. Задание на дом. По учебнику § 138 — первый способ решения. По задачнику № 1112 (1). Задача № 749.

Перед заданием на дом задачи № 1112 (1) дать некоторые пояснения.

1 погрузчик закончит некоторую работу в 24 раза быстрее одного рабочего;

2 погрузчика — в 48 раз быстрее.

Дальше ученики должны разобраться сами.

Урок 2-й.

Прямо пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы.

II. Повторение.

1. Определение десятичной дроби.

2. Умножение и деление десятичной дроби на степень числа 10.

III. Устно.

1. Число 3600 разделить в отношении 7 : 5.

2. $\dfrac{4\frac{1}{2}\cdot 5\frac{2}{3}}{17\cdot 9}$

IV. Объяснение нового материала. Сегодня будем продолжать прямо пропорциональное деление, разница будет лишь в том, что ряд чисел, пропорционально которым будем делить, будет состоять не из целых, а из дробных чисел.

Эта замена в условии задачи целых чисел дробными не меняет всего хода наших рассуждений.

№ 1120 (2).

Отношение дробей заменим отношением целых чисел.

$$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{2}{3} : 3 : 5\frac{1}{3} = 2 : 9 : 16$$

Сумму частей можно найти отдельно.

$$2 + 9 + 16 = 27$$

$$x_1 = \frac{135\cdot 2}{27} = 10$$

$$x_2 = \frac{135\cdot 9}{27} = 45$$

$$x_3 = \frac{135\cdot 16}{27} = 80$$

Результат проверить.

Вскрыть, что ряд 2 : 9 : 16 заключает в себе три отношения.

$$x_1 : x_2 = 2 : 9$$

$$x_1 : x_3 = 2 : 16$$

$$x_2 : x_3 = 9 : 16$$

У доски решают № 1123 (1).

Предлагается познакомиться с условием задачи № 1136 (2) и обдумать способ ее решения.

Запись:

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 56 : 49 : 42 : 35 = 8 : 7 : 6 : 5$$

$$8 - 5 = 3$$

На 3 части приходится 6 человек.

На 1 часть приходится $6 : 3 = 2$ (чел.)

$$x_1 = 2 \cdot 8 = 16$$

$$x_2 = 2 \cdot 7 = 14$$

$$x_3 = 2 \cdot 6 = 12$$

$$x_4 = 2 \cdot 5 = 10$$

V. Задание на дом. По учебнику разобрать второй способ решения задач на пропорциональное деление стр. 201 и 202.

№ 1122 (2) — решить двумя способами: освобождая отношения от дробей и без освобождения.

№ 1136 (1).

Урок 3-й.

Прямо пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы.

1. № 1136 (1) проверяется с мест.
2. № 1122 (2) — на доске выписывается решение без освобождения членов ряда от дробей.

$$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{3} : 1\frac{1}{3} : 3$$

$$\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} + 3 = 4\frac{2}{3}$$

$$196 : 4\frac{2}{3} = \frac{^{14}\cancel{196} \cdot 3}{\cancel{14}_1} = 42$$

$$x_1 = 42 \cdot \frac{1}{3} = 14$$

$$x_2 = 42 \cdot 1\frac{1}{3} = 56$$

$$x_3 = 42 \cdot 3 = 126$$

Сравнивают, чему равна величина одной части при освобождении от дробных членов. — Равна 14.

А без освобождения от дробных членов каким числом выразится величина одной части? — Числом 42.

3. Ученик вызывается к доске и ему предлагается задача.

Между учениками трех пятых классов распределили одинаковые учебники пропорционально числу учеников в каждом классе. За все учебники надо было заплатить 381 руб. Сколько должен был заплатить каждый класс, если в одном было 45 учеников, в другом 42 ученика и в третьем 40 учеников?

Решить задачу тем способом, который ученики сами разобрали по учебнику.

Цена одной книги — x руб.

Один класс заплатил $45\ x$

Второй „ „ $42\ x$

Третий „ „ $40\ x$

$$45x + 42x + 40x = 381$$

$$127x = 381$$

$$x = 3 \text{ (руб.)}$$

Один класс заплатил $3 \cdot 45 = 135$ (руб.)

Второй „ „ $3 \cdot 42 = 126$ (руб.)

Третий „ „ $3 \cdot 40 = 120$ (руб.)

II. Объяснение нового материала. Сегодня познакомимся с более короткой записью решения задач на прямо пропорциональное деление.

З а д а ч а. В книге 350 стр. Книга делится на две части, число страниц которых пропорционально 3 и 4. Сколько страниц в каждой части?

Решают задачу устно.

Перечисляют порядок производимых действий.

1. Находили сумму чисел, пропорционально которым надо делить.

2. Делили общее число страниц на полученную сумму частей.

3. Полученное частное умножали последовательно на 3 и 4.

Запишем решение задачи формулой, обозначив число страниц в первой части книги через x, а во второй через y.

$$x = \frac{350}{3+4} \cdot 3; \quad y = \frac{350}{3+4} \cdot 4$$

Зачитывают по учебнику правило на стр. 199.

Самостоятельно разбирают следующую данную в учебнике задачу, в которой требуется число разделить пропорционально трем числам.

Без учебника объясняют ее решение у доски.

III. Самостоятельно в тетрадях. Число 196 разделить на части пропорционально числам 3, 7, 11 (с использованием формулы).

IV. Домашнее задание. Разделить 540 на три части так, чтобы первая была в 3, а вторая в 5 раз больше третьей. Задача № 1134 (1) — с использованием формул. Задача № 1089 (1).

Урок 4-й

Пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы.

1. Решение задачи № 1089 (1) разбирается с мест.
2. Решение остальных двух задач записано на доске.

II. Устно.

1) Найти x из пропорции:

$$24 : 5x = 12 : 5$$

2) Составить, если можно, пропорцию из четырех данных чисел: 7; 21; 9; 3.

III. Объяснение нового материала. Делают на доске запись:

$$x_1 : x_2 : x_3 = 3 : 5 : 1$$

Предлагается разбить этот ряд на два отношения:

$$x_1 : x_2 = 3 : 5$$

$$x_2 : x_3 = 5 : 1$$

Почему эти два отношения можно было записать в виде одного ряда? — Потому что в обоих отношениях вторая часть выражалась одним и тем же числом 5.

Записать в виде одного ряда отношения чисел:

$$x_1 : x_2 = 2 : \frac{3}{4}$$

$$x_2 : x_3 = \frac{3}{4} : 3$$

$$x_1 : x_2 : x_3 = 2 : \frac{3}{4} : 3$$

Записать в виде одного ряда отношения:

$$x_1 : x_2 = 4 : 5$$

$$x_2 : x_3 = 10 : 13$$

Выясняется невозможность такой записи без предварительного преобразования.

В каком случае это было бы возможно? — Если бы в первой и второй строках вторая часть была выражена одинаковым числом.

Нельзя ли и в первой строке, не меняя величины отношения x_1 к x_2, выразить x_2 через 10 частей? Как? — Надо оба члена первого отношения увеличить в 2 раза.

Приписываем в первой строке $4 : 5 = 8 : 10$.

Теперь отношения записываем в один ряд.

$$x_1 : x_2 : x_3 = 8 : 10 : 13$$

Задача. 70 разделить на три части так, чтобы I : II, как 2 : 3, а II : III, как 4 : 5.

$$x_1 : x_2 = 2 : 3 = 8 : 12$$

$$x_2 : x_3 = 4 : 5 = 12 : 15$$

Целевая установка: преобразовав отношение, выразить в обеих строчках II часть одинаковым числом, желательно — наименьшим.

Ученики доводятся до понимания, что таким числом должно быть НОК чисел 3 и 4, то есть 12.

Делается продолжение записи.

$$x_1 : x_2 : x_3 = 8 : 12 : 15$$

Дальше вычисление делается устно.

№ 1132 (2).

38 разделить на 3 части так, чтобы I : II как $\frac{4}{5} : \frac{3}{8}$, а II : III как $\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}$.

Запись на доске:

38

$$x_1 : x_2 = \frac{4}{5} : \frac{3}{8} = 32 : 15$$

$$x_2 : x_3 = \frac{1}{4} : 1\frac{3}{4} = 1 : 7 = 15 : 105$$

Указывается, что при дробных отношениях освобождение от дробей является очень целесообразным.

Дальнейшая работа по окончанию примера проводится учениками в тетрадях.

Пример: $x_1 : x_2 = \frac{2}{5} : 0{,}75$

$x_3 : x_2 = 0{,}5 : 2$

Начало нового примера на доске.

$$x_1 : x_2 = \frac{2}{5} : 0{,}75 = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} = 8 : 15 = 32 : 60$$

$$x_3 : x_2 = 0{,}5 : 2 = 1 : 4 = 15 : 60$$

Обращается внимание, что во второй строке вторая часть стоит на втором месте.

Для уравнивания второй части нет необходимости делать перестановку.

600.

$$x_1 : x_2 : x_3 = 32 : 60 : 15$$

$$600 : 60 = 10$$

Заканчивают самостоятельно.

IV. Самостоятельно. Разделить $3\frac{2}{3}$ на три части так, чтобы:

$$x_2 : x_1 = 0{,}04 : 0{,}2$$

$$x_2 : x_3 = 1\frac{1}{2} : 2$$

V. Задание на дом. Примеры № 1136 (2), 846 (4); задача 1144 (1). Повторить по учебнику § 117 (вычисление площади круга).

Урок 5-й.

Обратно пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы.

II. Повторение. Повторяется понятие взаимно обратных чисел.

Какое число называется обратным данному? — Числом, обратным данному, называется частное от деления единицы на данное число.

$\frac{2}{3}$ — назвать число ему обратное

4 — » » »

Какое основное свойство взаимно обратных чисел? — Произведение взаимно обратных чисел равно единице.

Проверка на примере.

Дано отношение: 6 : 7.

Написать отношение, ему обратное: 7 : 6.

Найти значение этих отношений и сравнить их.

$$6 : 7 = \frac{6}{7}; \quad 7 : 6 = \frac{7}{6}.$$

Обратные отношения — это есть обратные числа.

Какое же отношение называется обратным данному?

III. Объяснение нового материала.

Задание. Разделить 80 прямо пропорционально числам 3 и 5.

$$x_1 : x_2 = 3 : 5.$$

Объяснение. В первом из искомых чисел должно быть три таких части, каких во втором числе пять.

Задание. Разделить 80 обратно пропорционально 3 и 5.

Иная формулировка требования: разделить 80 в отношении, обратном 3 и 5.

Объяснение. В первом из искомых чисел должно быть пять таких частей, каких во втором три.

Запись. Разделить 80 обратно пропорционально 3 и 5.

$$x_1 : x_2 = 5 : 3 \qquad x_1 = 10 \cdot 5 = 50$$

$$5 + 3 = 8 \qquad x_2 = 10 \cdot 3 = 30$$

$$80 : 8 = 10$$

Разделить 115 обратно пропорционально $1\frac{1}{3}$ и $2\frac{1}{2}$.

Объяснение и запись. Разделить 115 обратно пропорционально $1\frac{1}{3}$ и $2\frac{1}{2}$.

$$x_1 : x_2 = 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3} = 15 : 8$$

Дальше ход известен.

Задание. Число 130 разделить обратно пропорционально числам 2; 3 и 4.

Затруднение: надо делить обратно пропорционально не двум, а трем числам.

Как бы записали, если бы требовалось разделить прямо пропорционально этим трем числам?

$$x_1 : x_2 : x_3 = 2 : 3 : 4$$

Разбейте эту запись на два отношения:

$$x_1 : x_2 = 2 : 3$$
$$x_2 : x_3 = 3 : 4$$

Но в задании имеем не прямо пропорциональное деление, а обратно пропорциональное. Как должны преобразовать отношения при обратно пропорциональном делении?— Надо взять отношения, обратные данным.

$$x_1 : x_2 = 3 : 2 = 6 : 4$$
$$x_2 : x_3 = 4 : 3$$

Свели обратно пропорциональное деление к делению прямо пропорциональному двум разным отношениям.

Надо заменить одним рядом отношений, что мы уже умеем делать.

$$x_1 : x_2 : x_3 = 6 : 4 : 3$$
$$6 + 4 + 3 = 13$$
$$130 : 13 = 10$$
$$x_1 = 10 \cdot 6 = 60$$
$$x_2 = 10 \cdot 4 = 40$$
$$x_3 = 10 \cdot 3 = 30$$

Анализируют полученные результаты.

При делении прямо пропорционально данным числам 2, и 4 наибольшей получилась бы третья часть, причем она была бы больше первой в два раза; при обратно пропорциональном делении наибольшая часть первая, она в два раза больше третьей.

Так же анализируют отношение второй и третьей частей.

Решение с полной записью у доски.

680. Разделить обратно пропорционально $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$.

$$x_1 : x_2 = \frac{3}{4} : \frac{1}{2} = 3 : 2 = 15 : 10$$

$$x_2 : x_3 = \frac{5}{6} : \frac{3}{4} = 10 : 9$$

$$x_1 : x_2 : x_3 = 15 : 10 : 9$$

$$15 + 10 + 9 = 34$$

Дальше ясно.

Производится сравнение результатов.

IV. Задание на дом. По задачнику № 1126 и 1129; задача № 1147 (2).

Урок 6-й.

Обратно пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы.

1. Задачи № 1147 (2) и № 1126 исправляются с мест.
2. № 1129 (1, 2) — записи приготовлены на доске.

При проверке решения классу задается ряд вопросов о делении числа обратно пропорционально ряду чисел.

II. Устно.

$$\frac{12\frac{1}{3} \cdot 7\frac{1}{8}}{19 \cdot 37}; \quad \frac{2\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{21}}{\left(\frac{4}{9} - \frac{4}{3} : 3\right) \cdot \frac{1}{80} + 2}.$$

III. Объяснение нового материала. Предварительные упражнения:

4 : 5

Написать обратное отношение.

5 : 4

Убедиться: $5 : 4 = \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$

Так же:

$$2 : 3$$

$$3 : 2 = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$$

Вывод. Обратное отношение двух чисел равно прямому отношению чисел, обратных данным.

Разделить 420 обратно пропорционально 3, 5 и 6.

$$x_1 : x_2 = 5 : 3 = 10 : 6$$

$$x_2 : x_3 = 6 : 5$$

$$x_1 : x_2 : x_3 = 10 : 6 : 5$$

$$10 + 6 + 5 = 21$$

$$420 : 21 = 20$$

$$x_1 = 20 \cdot 10 = 200$$

$$x_2 = 20 \cdot 6 = 120$$

$$x_3 = 20 \cdot 5 = 100$$

Проверить.

Запись остается на доске.

Разделить 420 прямо пропорционально $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$.

$$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6} = 10 : 6 : 5$$

Уже на этом этапе ученики убеждаются, что результат вычисления получится такой же, как в предшествующем примере.

Выписывается на доску параллельно:

420 разделить обратно пропорционально 3; 5 и 6	420 разделить прямо пропорционально $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$

Вместо того чтобы делить обратно пропорционально данным числам, мы делили прямо пропорционально обратным числам. Результат получится такой же.

Так же, с полным рассуждением разделить 790 обратно пропорционально $1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{3}$ и $1\frac{1}{4}$.

$$x_1 : x_2 = 1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$$

$$x_2 : x_3 = 1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{3} \text{ и т. д.}$$

Затем 790 делят прямо пропорционально обратным числам:

$$\frac{2}{3}; \quad \frac{3}{4} \quad \text{и} \quad \frac{4}{5}$$

Убеждаются, что результат получается такой же.

Вырабатывается правило: Чтобы разделить число обратно пропорционально данным числам, достаточно разделить его прямо пропорционально обратным числам.

Упражнение. 480 разделить обратно пропорционально $\frac{2}{3}$; $2\frac{1}{2}$ и 2.

Задача № 1137. Анализируется условие задачи.

Известно время, за которое пройдет все расстояние пассажирский поезд и товарный поезд. Можем узнать, в каком отношении находятся скорости движения поездов.

Скорости движения обратно пропорциональны затраченному времени при прохождении одного и того же расстояния.

x_1 — скорость движения пассажирского поезда.

x_2 — скорость движения товарного поезда.

$x_1 : x_2 = 12 : 10{,}5 = 8 : 7$

Расстояние 465 *км* надо разделить прямо пропорционально 8 и 7.

Узнаем, что встреча произошла на расстоянии 288 *км* от места отправления пассажирского поезда.

IV. Задание на дом. № 1124; 889 (2). Задача № 1137 (2) 1257.

Урок 7-й.

Обратно пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы.

1. Из № 1124 на доске записан п. 3. От ученика требуется исчерпывающее объяснение способа обратно пропорционального деления.

2. Два ученика вызываются к доске для подготовки решения задач № 1137 (2) и 1138 (2).

Выясняется характер зависимости между величинами, например: чем больше времени тратит рабочий на выработку нормы, тем меньше деталей он выработает в единицу времени; 795 надо делить обратно пропорционально 6; 5 и 4, 5.

3. Исправляется с места пример № 889 (2).

II. Повторение. Определение пропорции. Основное свойство пропорции.

Составить пропорцию: $5 \cdot 4 = 2 \cdot 10$.

III. Объяснение нового материала. Задача.

За две книги заплатили 5,1 руб. Сколько стоит каждая книга, если известно, что $\frac{3}{4}$ цены первой книги равны $\frac{2}{3}$ цены второй книги?

x_1 — цена первой книги

x_2 — цена второй книги

Какое можем написать равенство?

$$\frac{3}{4}x_1 = \frac{2}{3}x_2$$

Какой знак подразумевается между $\frac{3}{4}$ и x_1? $\frac{2}{3}$ и x_2? — Знак умножения.

Имеем равенство двух произведений: $\frac{3}{4} \cdot x_1 = \frac{2}{3} \cdot x_2$.

Что можно составить из двух равных произведений?

$\frac{3}{4} \cdot x_1$ можно рассматривать как произведение крайних членов пропорции, $\frac{2}{3} \cdot x_2$—как произведение средних членов.

Составляют пропорцию: $x_1 : x_2 = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = 8 : 9$.

Наблюдают, что 5,1 рубля надо делить прямо пропорционально $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$, то есть обратно пропорционально данным при икс коэффициентам.

Решение.

$$5{,}1$$

$$x_1 : x_2 = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = 8 : 9$$

$$8 + 9 = 17$$

$$x_1 = \frac{5{,}1 \cdot 8}{17} = 2{,}4 \text{ (руб.)}$$

$$x_2 = \frac{5{,}1 \cdot 9}{17} = 2{,}7 \text{ (руб.)}$$

Проверить.

$$\frac{3}{4} x_1 = \frac{3}{4} \cdot 2{,}4 = 1{,}8$$

$$\frac{2}{3} x_2 = \frac{2}{3} \cdot 2{,}7 = 1{,}8$$

Задача решена верно.

Решение у доски: число 105 разделить на три части так, чтобы $\frac{1}{2}$ первой части, равнялась $\frac{2}{5}$ второй и $\frac{1}{3}$ третьей.

На предшествующей задаче пронаблюдали, что данное число надо делить обратно пропорционально данным дробям.

$$105$$

$$x_1 : x_2 : x_3 = 2 : 2\frac{1}{2} : 3 = 4 : 5 : 6$$

Дальнейшее решение и проверка задачи проводятся в тетрадях и затем исправляется.

Задача. Общий месячный заработок трех рабочих равен 3250 руб. Известно, что 20% заработка первого рабочего равны 30% второго и 40% третьего. Сколько зарабатывает каждый?

Математическое сходство с содержанием предшествующей задачи.

Заработок которого рабочего наибольший?

Заработки надо распределить обратно пропорционально 20; 30 и 40.

IV. Задание на дом. Задача. 640 разделить на 3 части так, чтобы 0,2 первой части равнялось $\frac{3}{5}$ второй и $\frac{1}{4}$ третьей.

№ 1229. Повторить законы сложения и умножения.

Урок 8-й.

Контрольная работа.

Домашние тетради берутся учителем для исправления.

Вариант I.

Задача. Заработок рабочего за три месяца обратно пропорционален числам 2; $1\frac{1}{3}$ и $1\frac{1}{5}$. Сколько заработал он в последний месяц, если во второй месяц он заработал на 360 руб. больше, чем в первый.

Вычислить. Число 249 разделить на три части так, чтобы первая относилась ко второй как $\frac{2}{5} : 0{,}75$, а вторая относилась к третьей как $0{,}5 : 2$.

Вариант II.

Задача. Расстояния, пройденные туристом за первый, второй и третий дни обратно пропорциональны числам $\frac{2}{3}$; 0,7 и $1\frac{1}{2}$.

Какой путь прошел турист в третий день, если в первый он прошел на $1\frac{1}{2}$ *км* больше, чем во второй?

Вычислить. Разделить $3\frac{2}{3}$ на три части так, чтобы первая относилась ко второй как $\frac{1}{5} : 0{,}04$, а вторая к третьей как $1\frac{1}{2} : 2$.

Задание на дом. Повторить по учебнику § 117 — длина окружности.

Урок 9-й.

Анализ контрольной работы.

I. Проверка домашней работы.

Вопросы к классу. 1. Как вычислить длину окружности, зная длину радиуса?

Записать формулу длины окружности.

Вычислить длину окружности, если радиус равен 2,5 *см* (все решают в тетрадях).

2. Что необходимо знать для вычисления площади круга? Записать формулу площади круга.

II. Анализ контрольной работы.

К доске последовательно вызываются по 2 ученика, которые записывают решение всех четырех задач контрольной работы без объяснений.

Пример записи.

1) Заработок за 3 месяца надо разделить обратно пропорционально 2; $1\frac{1}{3}$ и $1\frac{1}{5}$.

$$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} : \frac{5}{6} = 6 : 9 : 10$$

$$9 - 6 = 3$$

$$360 : 3 = 120$$

$$x_3 = 120 \cdot 10 = 1200$$

Проследить, чтобы не было лишних действий в задаче.

2) 249 разделить на три части так:

$$x_1 : x_2 = \frac{2}{5} : 0{,}75 = 40 : 75 = 8 : 15$$

$$x_2 : x_3 = 0{,}5 : 2 = 1 : 4$$

$$x_1 : x_2 : x_3 = 8 : 15 : 60$$

$$x_1 = \frac{249 \cdot 8}{8 + 15 + 60} = 24$$

$$x_2 = \frac{249 \cdot 15}{8 + 15 + 60} = 45$$

$$x_3 = \frac{249 \cdot 60}{8 + 15 + 60} = 180$$

Проверить.

Такая же запись подготавливается и для второго варианта.

Для объяснения решения задачи по сделанным записям вызываются ученики, неправильно решившие задачи.

III. Задание на дом. Задачи № 1105 (1,2). Пояснение: скорость парохода принимаем за 36 единиц, скорость течения — за 5 единиц. Пример № 1162 (2).

Урок 10-й.

Решение задач.

1. Проверка домашней работы.

1. Исправляется у доски задача № 1105 (1). Объяснение решения: скорость движения парохода по течению вы-

разится $36+5=41$ частью. Скорость движения против течения выразится $36-5-31$ частью.

$$5\frac{1}{6} \text{ час} - 41$$

$$\underline{x \text{ час} - 31}$$

$$x : 5\frac{1}{6} = 41 : 31$$

$$x = \frac{\cancel{31}_1 \cdot 41}{6 \cdot \cancel{31}_1} = 6\frac{5}{6} \text{ (час); 6 час. 50 мин.}$$

2. Задача № 1105 (2) и пример № 1162 (2) исправляются с мест.

II. Устно.

$$\frac{\left(\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{10}\right) \cdot 8}{1 : \frac{1}{3}}; \quad \frac{10 - 1\frac{1}{9}}{3\frac{3}{4} : 1\frac{1}{4}}$$

III. Решение задач.

Задача № 1285 решается с записью объяснения решения.

Примерное объяснение.

Площади первого и второго полей вместе содержат $3+1\frac{1}{3}=4\frac{1}{3}$ части, что составляет 65% площади третьего поля. На площадь третьего поля приходится $4\frac{1}{3} : 0{,}65 = 6\frac{2}{3}$ части.

Итак, отношение площадей всех трех полей таково:

$$x_1 : x_2 : x_3 = 3 : 1\frac{1}{3} : 6\frac{2}{3} = 9 : 4 : 20$$

Узнаем, на сколько частей приходится 500 *га*:

$$9-4=5$$

Значит, на одну часть приходится $500:5=100$ (*га*). Теперь можем узнать площадь каждого поля.

$100 \cdot 9 = 900$ (*га*) — площадь I поля

$100 \cdot 4 = 400$ (*га*) — „ II „

$100 \cdot 20 = 2000$ (*га*) — площадь III поля

Проверка. $900-400=500$ (*га*)

При наличии времени следует рассмотреть второй способ решения задачи, при котором площади первого и второго полей выражаются в процентах от площади третьего поля.

IV. Самостоятельно. Задачу № 1284 решить в классных тетрадях без объяснения.

Решение исправляется.

V. Задание на дом. Задача № 1283 — с подробным письменным объяснением. Задача № 1153 (1) — только решение, объяснение приготовить устно.

Урок 11-й.

Сложное тройное правило.

I. Проверка домашней работы.

1. Около учительского стола ученик по тетради зачитывает полное объяснение решения задачи № 1283. Класс вносит поправки.

2. Решение задачи № 1153 (1) записано на доске. Объяснение ученик дает устно.

II. Объяснение нового материала. Дается задача.

Бревно длиною в 10 *м* имеет объем 2 *куб. м.* Найти объем бревна того же диаметра длиной в 9 *м*.

Схема:

10 *м* — 2 *куб. м*
9 *м* — x *куб. м*

Имеем задачу, в которой даны две величины: длина и объем.

Известны два числовых значения одной величины и одно числовое значение другой. Надо найти второе числовое значение второй величины. Значит, всего имели три числовых значения.

Как называются задачи такого вида? — Такие задачи называются задачами на простое тройное правило.

Какими способами решали их? — Способом пропорций и способом приведения к единице.

Итак, в нашей задаче искомая величина, объем древесины, изменялась пропорционально только одной величине — длине бревна.

Рассмотрим новый вид задач.

Задача № 1111.

18 дн.	15 чел.	972 *куб. м*
25 дн.	12 чел.	x *куб. м*

Анализ условия. Имеем три величины: 1) время работы; 2) количество рабочих; 3) общий объем работы.

Устанавливается характер зависимости между искомой величиной и каждой из данных величин.

Объем работы прямо пропорционален времени работы и количеству рабочих. Это значит: искомая величина изменяется прямо пропорционально числу дней при постоянном числе рабочих и прямо пропорционально числу рабочих при постоянном времени.

Мы имеем более сложную пропорциональную зависимость, и разбираемая задача называется задачей на сложное тройное правило.

Будем решать данную задачу способом приведения к единице.

Ставятся последовательные вопросы, и ответом на каждый из них является постепенно нарастающая формула.

Решение задачи.

1. Сколько дров заготовят 15 человек в 1 день?

$$\frac{972}{18}\ (\textit{куб. м})$$

2. Сколько дров заготовит 1 человек в 1 день?

$$\frac{972}{18 \cdot 15}\ (\textit{куб. м})$$

3. Сколько дров заготовит 1 человек в 25 дней?

$$\frac{972 \cdot 25}{18 \cdot 15}\ (\textit{куб. м})$$

4. Сколько дров заготовят 12 человек за 25 дней?

$$\frac{972 \cdot 25 \cdot 12}{18 \cdot 15}\ (\textit{куб. м})$$

Это — ответ задачи, поэтому переписываем его отдельно и делаем необходимые упрощения.

$$x = \frac{{}^{54}\cancel{972} \cdot \cancel{25}^{5} \cdot \cancel{12}^{4}}{{}_{1}\cancel{18} \cdot \cancel{15}_{1}} = 1080\ (\textit{куб. м})$$

Таким же способом решают № 1108 (1).

Показывается более короткая запись № 1109 (1).

80 *см* длины	18 *см* шир.	240 *г*.
75 *см* „	16 *см* „	x *г*

80 *см* длины 18 *см* ширины 240 *г*

$$\begin{array}{llllll}
1\ \text{см} & „ & 18\ \text{см} & „ & \dfrac{240}{80}\ (\text{г}) \\[2ex]
1\ \text{см} & „ & 1\ \text{см} & „ & \dfrac{240}{80 \cdot 18}\ (\text{г}) \\[2ex]
75\ \text{см} & „ & 1\ \text{см} & „ & \dfrac{240 \cdot 75}{80 \cdot 18}\ (\text{г}) \\[2ex]
75\ \text{см} & „ & 16\ \text{см} & „ & \dfrac{240 \cdot 75 \cdot 16}{80 \cdot 18}\ (\text{г})
\end{array}$$

$$x = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}\,\cancel{240} \cdot \cancel{75}^{25} \cdot \cancel{16}^{8}}{\cancel{80}_{1} \cdot \cancel{18}_{\cancel{6}_{1}}} = 200\ (\text{г})$$

Следует рассмотреть и более простой способ решения этой задачи путем введения новой единицы, единицы площади.

III. Задание на дом. Задача № 1108 (2) — с полной записью. Задача № 1109 (2) — с короткой записью.

Урок 12-й.

Сложное тройное правило.

I. Проверка домашней работы.

1. На доске записываются все последовательные формулы к задаче № 1108 (2).

Вопросы ставятся устно с мест.

2. № 1109 (2) исправляется с мест.

3. № 1290 (2). Кроме первого действия все остальные действия производятся устно при закрытых тетрадях.

II. Устно.

1. Вычислить длину окружности, если радиус ее равен 2,5 *м*.

2. Вычислить площадь круга, если радиус его равен 2 *см*.

III. Решение задач. Составляют схематическую запись условия задачи № 1110 (1):

6	пальто	120 *м*	1,2 *м*	ширины
4	„	*x* *м*	0,9 *м*	„

Решение задачи записывают в виде формулы.

Сначала анализируют характер зависимости между искомой величиной — длиной, и каждой из данных величин.

Длина материи прямо пропорциональна числу пальто и обратно пропорциональна ширине материи.

$$x=\frac{\overset{20}{\cancel{120}}\cdot 4\cdot \overset{4}{\cancel{1,2}}}{\underset{1}{\cancel{6}}\cdot \underset{3}{\cancel{0,9}}}=\frac{320}{3}=106\frac{2}{3}\ (м)$$

Задача № 1111 (2).

$$\begin{array}{lll} 60\ м & 1,2\ м & 216 \\ 54\ м & 1,5\ м & x \end{array}$$

$$x=\frac{\overset{4}{\cancel{216}}\cdot \overset{50}{\cancel{60}}\cdot 1,5}{\underset{1}{\cancel{54}}\cdot \underset{1}{\cancel{1,2}}}=300$$

Характер рассуждения при составлении формулы решения задачи.

Если длина конвейера будет не 60 *м*, а 1 *м*, то путь каждой детали укоротится в 60 раз, значит, количество продукции увеличится в 60 раз, а если длина конвейера будет не 1 *м*, а 54 *м*, то количество продукции уменьшится в 54 раза.

Если скорость движения конвейера будет уменьшена с 1,2 *м* в 1 мин. до 1 *м* в мин., то и количество продукции уменьшится в 1,2 раза, а если скорость конвейера будет увеличена в 1,5 раза, то количество продукции увеличится в 1,5 раза.

IV. Самостоятельно. Решить задачу.

В книге 156 страниц, на каждой странице 42 строки и в каждой строке 27 букв. В новом издании на странице помещали по 54 строки и в строке 36 букв. Сколько страниц имело новое издание книги?

Формулу составляют сразу.

Ответ с рассуждением проверяется с мест.

V. Задание на дом. № 1110 (2) — формулу составить сразу. № 1108 (2) — с постепенно нарастающей формулой.

Урок 13-й.

Сложное тройное правило.

(Способ пропорций.)

I. Проверка домашней работы. Окончательные формулы записываются на доске с объяснением.

II. Объяснение нового материала.

Задача: 2 трактора за 8 часов вспахали 12 *га* земли. За сколько часов 6 тракторов вспашут 270 *га*?

$$\begin{array}{lll} 2 \text{ тр.} & 8 \text{ час.} & 12 \text{ га.} \\ 6 \text{ тр.} & x \ \text{„} & 270 \text{ га} \\ \hline \end{array}$$

Сразу составляют формулу:

$$x = \frac{\cancel{8}\cdot 2\cdot \cancel{270}^{\cancel{90}^{15}}}{{}_1\cancel{6}\cdot \cancel{12}_{\cancel{3}_1}} = 60 \text{ (час.)}$$

Какими двумя способами решали мы задачи на простое тройное правило?

Теперь решим способом составления пропорций задачу на сложное тройное правило.

В пропорцию входят только две величины, в нашей задаче их три. Временно исключим одну величину и составим новую задачу с двумя величинами.

Два трактора вспахали некоторую площадь за 8 часов. За сколько времени могут вспахать ту же площадь 6 тракторов?

$$\begin{array}{ll} 2 \text{ тр.} & 8 \text{ час.} \\ 6 \ \text{„} & x_1 \ \text{„} \\ \hline \end{array}$$

$$2 : 6 = x_1 : 8$$

$$x_1 = \frac{2\cdot 8}{6} = 2\frac{2}{3} \text{ (час.)}$$

Первоначально заданная задача еще не решена.

Теперь мы будем иметь такую задачу.

За $2\frac{2}{3}$ часа вспахано было 12 *га* земли. За сколько времени при тех же условиях можно вспахать 270 *га*?

$$\begin{array}{ll} 12 \text{ га} & 2\frac{2}{3} \text{ час.} \\ 270 \ \text{„} & x \\ \hline \end{array}$$

$$12 : 270 = 2\frac{2}{3} : x$$

$$x = \frac{{}^{30}\cancel{270}\cdot \cancel{8}^{2}}{{}_1\cancel{3}\cdot \cancel{12}_{\cancel{3}_1}} = 60 \text{ (час.)}$$

Убеждаются в получении одинакового ответа при обоих способах решения.

Можно было из заданной нам задачи выделить задачу на простое тройное правило, исключив временно число тракторов. Задача получится такая.

За 8 часов вспахали 12 *га*. За сколько времени можно вспахать 270 *га* при той же продуктивности работы?

Решение всей задачи будет таково:

$$\begin{array}{ll} 12 \text{ га} & 8 \text{ час.} \\ 270 \text{ „} & x_1 \text{ „} \end{array}$$

$$12 : 270 = 8 : x_1$$

$$x_1 = \frac{\overset{90}{\cancel{270}} \cdot \cancel{8}^{2}}{\underset{1}{\cancel{12}_{\cancel{3}}}} = 180 \text{ (час.)}$$

$$\begin{array}{ll} 2 \text{ тр.} & 180 \text{ час.} \\ 6 \text{ „} & x \text{ „} \end{array}$$

$$2 : 6 = x : 180$$

$$x = \frac{2 \cdot \cancel{180}^{30}}{\cancel{6}_1} = 60 \text{ (час.)}$$

Решают способом составления пропорций № 1108 (1).

III. Задание на дом. Решить способом пропорций № 1108 (2). Решить способом приведения к единице № 1113 (2).

Урок 14-й.

Контрольная работа.

Вариант I.

Задача. 30 грузчиков разгрузили баржу в 10 дней, работая по 8 час. в день. По скольку часов в день должны работать 24 грузчика, чтобы эту баржу разгрузить в 12 дней?

Вычислить:

$$\frac{0{,}125 : 0{,}0125 + 5 \cdot 1{,}2}{1\frac{23}{36} : \left(2\frac{1}{36} - 1\frac{5}{24}\right)} + \frac{1}{6} : \frac{1}{3}$$

Вариант II.

Задача. 30 грузчиков разгрузили баржу в 10 дней, работая по 8 час. в день. Сколько понадобится грузчиков, чтобы разгрузить эту баржу в 12 дней, при работе $8\frac{1}{3}$ часа в день?

Вычислить:

$$\frac{0{,}3125 : 0{,}125 + 1{,}5 \cdot 2\frac{1}{2}}{2\frac{17}{18} : \left(2\frac{1}{54} - 1\frac{19}{36}\right)} + \frac{1}{12} : \frac{1}{9}$$

Примечание. Задачу решить способом приведения к единице с постепенным нарастанием формулы.

Урок 15-й.

Анализ контрольной работы.

I. Проверка контрольной работы.

Задача I варианта решена на доске. Формула составлена сразу более сильным учеником.

Объяснение дается учеником не справившимся с работой.

Условие задачи II варианта сравнивается с задачей I варианта. Убеждаются, что задача II варианта является проверкой задачи I варианта.

Каким простым способом проверить задачу на тройное правило?

На доске детально разбирается решение примеров. Повторяются правила производства действий, отмечаются моменты рациональных вычислений.

II. Самостоятельно.

$$(3{,}2 + 17{,}532 : 9{,}74) : (19{,}125 : 11{,}25 + 4{,}508 : 1{,}96)$$

Выделить и вынести на доску ошибки в делении десятичных дробей.

III. Задание на дом. № 687 (1—8) — как повторение десятичных дробей.

Задача. На 75 *м* материи шириной 1,2 *м* идет 40 *кг* шерсти. Сколько материи шириной 0,96 *м* выйдет из 96 *кг* шерсти?

Задачу проверить дважды путем последовательного изменения искомой величины.

Урок 16-й.

Сложно пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы.

II. Объяснение нового материала. Решим задачу.

Три артели заработали 970 руб. Первая артель, состоявшая из 10 человек, проработала 8 час., вторая артель из 12 человек проработала 5 час. и третья артель, состоящая из 9 человек, проработала 6 час. Сколько рублей заработала каждая артель?

Схема условия:

	Число человек	Число часов	
I	10	8	весь заработок 970 руб.
II	12	5	
III	9	6	

Сколько заработала каждая артель?

Анализ условия. Имеем две величины: количество людей в каждой артели и число часов работы каждой артели.

Каждая величина имеет по три числовых значения.

Известен общий заработок всех артелей.

Требуется определить заработок каждой артели.

Определение характера зависимости между каждой из данных величин и величиной искомой.

Число рабочих и общий заработок артели — величины прямо пропорциональные при постоянном времени работы и производительности труда.

Время работы и заработок артели — величины прямо пропорциональные при постоянном числе рабочих и производительности труда.

970 руб. надо делить прямо пропорционально двум величинам.

Отношение количества рабочих:

$$x_1 : x_2 : x_3 = 10 : 12 : 9$$

Отношение времени работы.

$$y_1 : y_2 : y_3 = 8 : 5 : 6$$

Надо число 970 разделить прямо пропорционально двум рядам чисел.

Имеем сложно пропорциональное деление.

Заменим всю первую артель одним человеком, но этот один человек должен заработать столько же, сколько заработала вся артель, без повышения расценок.

Сколько часов для этого должен проработать один человек?

$$8 \cdot 10 = 80 \text{ (час.)}$$

Такую же замену сделаем во II и III артелях.

$$5 \cdot 12 = 60 \text{ (час.)}$$
$$6 \cdot \ \ 9 = 54 \text{ (часа)}$$

Два ряда чисел мы привели к одному ряду чисел, прямо пропорционально которому надо разделить общий заработок

$$Z_1 : Z_2 : Z_3 = 80 : 60 : 54 = 40 : 30 : 27$$

Дальше имеем прямо пропорциональное деление.

$$40 + 30 + 27 = 97 \text{ (час.)}$$
$$Z_1 = \frac{970 \cdot 40}{97} = 400 \text{ (руб.)}$$
$$Z_2 = \frac{970 \cdot 30}{97} = 300 \text{ (руб.)}$$
$$Z_3 = \frac{970 \cdot 27}{97} = 270 \text{ (руб.)}$$

Возможно приведение к единице не числа человек, а числа часов.

Сколько потребуется человек, чтобы работу I артели выполнить не в 8 час., а в один час?

$$10 \cdot 8 = 80 \text{ (чел.)}$$

Так же во II и III артелях.

$$12 \cdot 5 = 60 \text{ (чел.)}$$
$$9 \cdot 6 = 54 \text{ (чел.)}$$

Убеждаются, что получили тот же ряд чисел, но с другим наименованием. Делим прямо пропорционально этому ряду чисел.

Составили некоторую сложную единицу: человеко-часы.

Эта сложная единица при прямо пропорциональном делении получилась путем перемножения соответствующих числовых значений двух данных величин: количества людей и числа часов работы.

Короче сложно пропорциональное деление при прямо пропорциональной зависимости записывается так:

x_1 — заработок I артели;

x_2 — » II »

x_3 — » III »

$$x_1 : x_2 : x_3 = (10 \cdot 8) : (12 \cdot 5) : (9 \cdot 6) =$$
$$= 80 : 60 : 54 = 40 : 30 : 27$$

Задача. Три деревни построили сообща мост, стоимостью в 5700 руб. Первая деревня находилась на расстоянии $1\frac{1}{2}$ *км* от моста и имела 40 дворов; вторая — на расстоянии 3 *км* и имела 20 дворов; третья на расстоянии 1 *км* и имела 30 дворов. Сколько придется платить каждой деревне, если уплачиваемые суммы должны быть прямо пропорциональны числу дворов и обратно пропорциональны расстоянию от моста?

Имеем два ряда чисел.

	Число дворов	Расстояние (в *км*)	
I	40	$1\frac{1}{2}$	Стоимость
II	20	3	постройки
III	30	1	5700 руб.

Сколько заплатила каждая деревня?

Какая зависимость между числом дворов и стоимостью постройки? — Прямо пропорциональная.

Объяснение: чем больше дворов — тем чаще пользуются мостом.

Объяснение, почему между оплатой за постройку и расстоянием от моста зависимость обратно пропорциональная?

Вывод. Число 5700 надо разделить прямо пропорционально одному ряду чисел и обратно пропорционально другому.

К чему мы сводим деление обратно пропорционально ряду чисел? — К прямо пропорциональному делению ряду обратных чисел.

Составим два ряда чисел, прямо пропорционально которым будем делить:

$$x_1 : x_2 : x_3 = 40 : 20 : 30 = 4 : 2 : 3$$

$$y_1 : y_2 : y_3 = \frac{2}{3} : \frac{1}{3} : 1 = 2 : 1 : 3$$

Дальше используются уже полученные раньше сведения о делении прямо пропорционально двум рядам чисел.

$$z_1 : z_2 : z_3 = (4 \cdot 2) : (1 \cdot 2) : (3 \cdot 3) = 8 : 2 : 9$$

$$8 + 2 + 9 = 19$$

Дальше известно.

Под руководством учителя у доски решается задача.

Задача. Три артели рабочих вымостили улицу. Первая артель работала 6 дней и получила 720 руб., вторая работала 4 дня и получила 640 руб., третья работала 3 дня и получила 600 руб. Сколько рабочих было в каждой артели, если всего их было 120 рабочих и все они имели одинаковый дневной заработок?

Условие задачи читается учителем по заранее заготовленной схеме.

	Число дней работы	Заработок (в руб.)	Всего
I	6	720	120 рабочих
II	4	640	
III	3	600	

Сколько рабочих в каждой артели?

Выясняется, что число рабочих обратно пропорционально числу дней работы и прямо пропорционально заработку.

Следовательно:

$$x_1 : x_2 : x_3 = \left(\frac{1}{6} \cdot 720\right) : \left(\frac{1}{4} \cdot 640\right) : \left(\frac{1}{4} \cdot 600\right) = 2 : 3 : 4$$

Дальше прием решения известен.

III. Задание на дом. Задача № 1282 — с полным письменным объяснением. № 1292 (2).

Диктуется еще задача.

Задача. Две артели рабочих вместе заработали 9300 руб. Одна артель состояла из 15 человек и работала 12 дней, вторая состояла из 12 человек и работала 16 дней. Сколько заработала каждая артель?

Условие записывается схематически.

Урок 17-й.

Сложно пропорциональное деление.

I. Проверка домашнего задания.

1. Полное объяснение задачи № 1282 зачитывается двумя учениками с мест, форма объяснения сравнивается и оценивается.

2. Решение примера № 1292 (2) записывается на доске, и ученики по записи исправляют работу в своих тетрадях.

3. Третья задача исправляется с мест.

II. Устно.

1. $\dfrac{4\frac{1}{6} \cdot 2\frac{2}{9}}{25 \cdot 10}$ 2. 6 деталей — 3 часа; 18 „ — x „

3. 40 *км* — 5 час.; 20 *км* — x „ 4. Какой процент 40 составляет от 200?

III. Решение задач.

Задача. Стоимость первой книги относится к стоимости второй как $\frac{3}{8} : \frac{1}{2}$, а стоимость второй книги к стоимости третьей книги как $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$. Сколько стоит каждая книга, если 85% стоимости третьей книги составляет 12,24 рубля?

Ученики на доске под руководством учителя делают схематическую запись условия.

	Цена:		
I книга	x_1	$x_1 : x_2 = \frac{3}{8} : \frac{1}{2}$	85% цены III книги
II „	x_2		составляют 12,24 руб.
III	x_3	$x_2 : x_3 = \frac{2}{3} : \frac{4}{5}$	

Сколько стоит каждая книга?

Запись решения в тетрадях.

IV. Самостоятельно. Составить схему решения задачи (при помощи учителя).

Задача. Для ремонта трех комнат куплена краска по 12,4 руб. за 1 *кг*. На ремонт первой комнаты употребили

45% всей купленной краски, а оставшуюся краску израсходовали на ремонт второй и третьей комнат в отношении $2\frac{1}{6} : 1{,}5$. Сколько рублей было уплачено за всю краску, если расход на первую комнату превышал расход краски на третью комнату на 3,6 *кг*?

			Расход краски	
I комната	x_1	45% всего количества	На 3,6 *кг* больше, чем на III комнату	
II „	x_2	$x_2 : x_3 =$		1 *кг* краски стоит 12,4 руб.
III „	x_3	$= 2\frac{1}{6} : 1{,}5$		

Сколько рублей уплатили за всю краску?

V. Домашнее задание. Окончить решение классной задачи. № 1289 (1 и 3).

Урок 18-й.

Решение задач и примеров.

I. Проверка домашней работы.

II. Устно.

1) $0{,}2 \cdot 0{,}1$ 4) $1{,}2 : 0{,}1$

2) $0{,}2 : 0{,}01$ 5) $1{,}3 \cdot 0{,}1$

3) $0{,}5 : 0{,}1$ 6) $0{,}01 : 0{,}01$

III. Решение задач и примеров. № 1289.

Объяснение решения задачи сначала вырабатывается устно совместно с учителем и последовательно записывается учениками в тетради.

Объяснение может иметь такой характер.

Все количество посаженных деревьев принимаем за 100%. Первый отряд посадил 32,5% всех деревьев, следовательно, II и III отряды вместе посадили 100% — 32,5% = 67,5% всех деревьев.

Число деревьев, посаженных II и III отрядами находится в отношении $1{,}2 : 1{,}5 = 4 : 5$.

Можем узнать, сколько процентов всех деревьев посадили II и III отряды отдельно.

$$67{,}5\%$$

$$x_2 : x_3 = 4 : 5$$

$$4 + 5 = 9$$

$$x_2 = \frac{67{,}5 \cdot 4}{9}\% = 30\%$$

$$x_3 = \frac{67{,}5 \cdot 5}{9}\% = 37{,}5\%$$

Первый отряд посадил $32{,}5\%$ всех деревьев, а третий отряд посадил $37{,}5\%$ всех деревьев, причем известно, что третий отряд посадил на 120 деревьев больше первого. Следовательно, 120 деревьев приходится на $37{,}5\% - 32{,}5\% = 5\%$. А всего посажено $120 : 0{,}05 = 2400$ (деревьев).

Ответ. Всего посажено 2400 деревьев.

У доски решается пример с последовательным вызовом учеников.

Обращается внимание на рационализацию вычислений и устные вычисления.

$$11{,}4 + 3{,}5 \cdot \left(2{,}856 : 1{,}4 - 1\frac{23}{30} + \frac{13}{50}\right) \cdot$$

$$\cdot \left[20{,}41 - \left(5{,}46 - \frac{11}{24} : 1\frac{13}{42}\right)\right]$$

1) $2{,}856 : 1{,}4 = 28{,}56 : 14 = 2{,}04$ — устно

2) $2{,}04 + \frac{13}{50} = 2{,}04 + 0{,}26 = 2{,}3$ — устно

3) $2{,}3 - 1\frac{23}{30} = 1\frac{9-23}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

4) $\frac{11}{24} : 1\frac{13}{42} = \frac{11}{24} : \frac{55}{42} = \frac{{}^{1}\cancel{11} \cdot \cancel{42}^{7}}{{}_{4}\cancel{24} \cdot \cancel{55}_{5}} = \frac{7}{20} = 0{,}35$

5) $5{,}46 - 0{,}35 = 5{,}11$ — устно

6) $20{,}41 - 5{,}11 = 15{,}3$ — устно

7) $3{,}5.\ \frac{8}{15} \cdot 15{,}3 = \frac{{}^{7}\cancel{35} \cdot 8 \cdot \cancel{153}^{51}}{10 \cdot \cancel{15}_{1} \cdot 10} = 28{,}56$

8) $11{,}4 + 28{,}56 = 39{,}96$ — устно

IV. Задание на дом. Повторить законы и свойства сложения и умножения. Уметь записать их в общем виде. № 1290 (3).

Урок 19-й.

Задачи на проценты и пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы.

1. Один ученик записывает в общем виде законы и свойства сложения и умножения.

Класс фронтально опрашивается: формулируют законы и свойства сложения и умножения; указывают, когда применяется данный закон или свойство в алгебре.

Решаются устно примеры с указанием использованных законов и свойств действий;

1) $\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\right)\cdot 24$ — умножение произведения с использованием разложения множителя на $4\cdot 6$.

2) $12{,}6-\left(9{,}2+\frac{3}{5}\right)$

3) $\dfrac{\frac{2}{3}\cdot 0{,}3+0{,}3\cdot\frac{1}{4}}{0{,}3}$ — деление суммы и произведения на число.

2. № 1290 (3) исправляются с мест.

II. Решение задач. Составляют план решения задачи № 1281 (устно).

1) На сколько частей приходится 1,5 руб.?

2) Сколько стоит билет в ложу?

3) Сколько стоит билет в партер?

4) Сколько процентов числа билетов в ложи составляют все купленные билеты?

5) Сколько куплено билетов в ложи?

6) Сколько куплено билетов в партер?

7) Сколько заплатили за билеты в ложи?

8) Сколько заплатили за билеты в партер?

9) Сколько уплатили за все билеты?

Решают на доске и в тетрадях задачу без вопросов.

Дается повторное объяснение решенной задачи.

III. Самостоятельно. На сколько процентов надо увеличить число 2,56, чтобы полученная сумма составляла 3,5% от числа 105,5 (с точностью до 0,1%)?

Решение исправляется.

IV. Домашнее задание. Задача № 1290 (1); примеры № 1291 (2 и 3).

Урок 20-й.

Решение задач.

I. Проверка домашней работы.

1. Решение задачи № 1290 зачитывается с мест.

2. Вспоминают, что называется масштабом. Исправляют № 1291 (3).

3) Решение примера № 1291 (2) записано на доске.

Учесть все моменты рационализации вычислений.

II. Решение задач. Под руководством учителя решается довольно сложная задача, запись делается в тетрадях.

Задача. Три бригады колхоза начали одновременно пахоту земли. Установленная по плану ежедневная норма вспашки первой бригады относилась к норме вспашки второй бригады как $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$, а норма вспашки второй бригады к норме вспашки третьей бригады — как 2 : 1,8. Выполняя свои обязательства по социалистическому соревнованию, первая и третья бригады увеличили ежедневную норму вспашки на 10%, а вторая — на 20%. Таким образом, к одному и тому же сроку первая бригада вспахала на 15,4 *га* больше третьей бригады. Сколько гектаров земли вспахала к этому сроку каждая бригада?

Условие этой длинной задачи записывается учителем схематически, после чего условие читается учителем полностью и повторяется учениками:

$$\left.\begin{aligned} x_1 : x_2 &= \frac{1}{2} : \frac{2}{5} \\ x_2 : x_3 &= 2 : 1{,}8 \end{aligned}\right\} \text{ Отношение норм ежедневной вспашки.}$$

Увеличение ежедневных норм:

$$x_1 \text{ и } x_3 \text{ — на } 10\%$$

$$x_2 \text{ — на } 20\%$$

Окончательно первая бригада вспахала больше третьей на 15,4 *га*.

Сколько гектаров вспахала каждая бригада?

До увеличения норм вспашки отношение между нормами трех бригад таково:

$$x_1 : x_2 = \frac{1}{2} : \frac{2}{5} = 5 : 4 = 25 : 20$$

$$x_2 : x_3 = 2 : 1{,}8 = 20 : 18$$

$$x_1 : x_2 : x_3 = 25 : 20 : 18$$

Найдем отношение норм вспашки после их увеличения, для чего норму первой и третьей бригады увеличим на 10%, а норму второй бригады на 20%.

$$25 \cdot 1{,}1 = 27{,}5$$

$$18 \cdot 1{,}1 = 19{,}8$$

$$20 \cdot 1{,}2 = 24$$

Отношение между новыми нормами будет таково:

$$y_1 : y_2 : y_3 = 27{,}5 : 24 : 19{,}8 = 275 : 240 : 198$$

Первая бригада вспахала на 15,4 *га* больше, чем третья. Значит 15,4 *га* приходится на $275 - 198 = 77$ частей.

На одну часть приходится

$$15{,}4 : 77 = 0{,}2 \ (га)$$

Узнаем вспашку каждой бригады по увеличенным нормам.

$$y_1 = 0{,}2 \cdot 275 = 55 \ (га)$$

$$y_2 = 0{,}2 \cdot 240 = 48 \ (га)$$

$$y_3 = 0{,}2 \cdot 198 = 39{,}6 \ (га)$$

Ответ: I бригада вспахала 55 *га*

II „ „ 48 *га*

III „ „ 39,6 *га*.

III. Самостоятельно. № 497 (4).

Путем обхода класса учитель просматривает правильность решения первой скобки.

IV. Задание на дом. По учебнику повторить § 96, 125—128 — отношение и пропорции. Задача № 1261 — с полным объяснением.

ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ.

Урок 1-й.

Повторение отношения и пропорций.

I. К ответам на задаваемые вопросы и выполнению упражнений привлекается весь класс.

1. Определение отношения.

2. Что может показывать отношение. Привести примеры различных видов отношения.

3. Найти отношение с определенной степенью точности.

$$2:7 \text{ — до } 0{,}1$$

$$11:6 \text{ — до } 0{,}01.$$

4. Найти неизвестный член отношения.

5. Отношение, обратное данному.

II. Пропорции.

1. Определение пропорции.
2. Члены пропорции.
3. Основное свойство пропорции.
4. Составление пропорции.
5. Проверка пропорции.
6. Решение пропорции.

а) $5{,}22 : 7{,}25 = x : 3\frac{11}{18}$

$$x = \frac{5{,}22 \cdot 65}{7{,}25 \cdot 18} = \frac{13}{5} = 2{,}6$$

б) $4{,}5 : 3\,x = 4 : 15$

$$x = \frac{4{,}5 \cdot 15}{4 \cdot 3} = \frac{22{,}5}{4} = 5{,}625$$

7. Перестановка членов пропорции.

III. Самостоятельно. Решить: 1054 (7—10). № 1056 (1,3).

IV. Задание на дом. № 1163 (1); 1164 (1).

Урок 2-й

Масштаб.

I. Повторение.

1. Определение масштаба.
2. Три вида задач на масштаб.

II. Решение задач.

1. На карте, сделанной в масштабе 1 : 1 000 000, расстояние между Москвой и Мичуринском имеет длину 40,7 *см*. Определить действительное расстояние между этими городами.

Решение: $40{,}7\ см : \frac{1}{1000000} = 40\,700\,000\ см = 407\,000\ м = 407\ км.$

2. Длина железной дороги между Куйбышевым и Чкаловым равна 420 *км*. Какую длину будет иметь эта железная дорога на карте, сделанной в масштабе 1:2 500 000?

Решение: $420\ км = 420\,000\ м = 42\,000\,000\ см;$

$$42\,000\,000\ см \cdot \frac{1}{2\,500\,000} = 420 : 25 = \frac{420}{25}\ см = 16{,}8\ см$$

3. Железнодорожная линия между Воронежом и Курском длиной в 250 *км* изображается на карте линией, имеющей длину 12,5 *см*. В каком масштабе сделана карта?

Решение: $250\ км = 250\,000\ м = 25\,000\,000\ см;$

$12{,}5\ см : 25\,000\,000\ см = 125 : 25\,000\,000 = 1 : 2\,000\,000.$

Задача. На плане, вычерченном в масштабе $\frac{1}{100}$, склад имеет длину 20 *см*, а ширину 14 *см*. Какие размеры (длину, ширину и площадь) будет иметь изображение этого склада на плане, вычерченном в масштабе $\frac{1}{200}$?

III. Задание на дом. Повторить по учебнику § 128—130; 132—134; 136.

Урок 3-й.

Пропорциональная зависимость величин.

Сведения о прямой и обратной пропорциональной зависимости величин повторяются параллельно. Такой способ повторения лучше закрепляет черты сходства и различия между этими величинами.

Каждому ученику предлагается составить по две таблицы, одна таблица будет заключать прямо пропорциональные величины, другая — обратно пропорциональные величины. В каждую таблицу включить по пять числовых значений.

По этим таблицам и ведется повторительная работа.

1. Определение прямо и обратно пропорциональных величин.

2. Свойство тех и других величин.

3. Составить по две пропорции из тех и других величин (из своих таблиц). Объяснить способ составления пропорций.

4. Используя данные таблицы составить и решить по две задачи на простое тройное правило.

Задание на дом. № 1163 (2).

Задача. В совхозе было 32 лошади, и для них заготовили овес на $7\frac{1}{2}$ месяцев; но несколько лошадей передали в колхоз, и потому при той же норме выдачи овса на каждую лошадь запаса его хватило на 8 месяцев. Сколько лошадей осталось в колхозе?

Урок 4-й

Задачи на проценты.

I. Проверка домашней работы.

1. При исправлении примера № 1163 (2) заставляют учеников выделить все действия, которые можно решить устно, таких моментов очень много.

2. Домашняя задача решается на доске.

II. Решение задач. По задачнику Березанской № 2088.

Книготоргующая сеть получила от издательства книги со скидкой в 15% с номинальной цены, обозначенной на обложке, а продала их, учитывая расходы, по номиналу. Какой процент от уплаченной за книги суммы составляют расходы книготоргующей сети (с точностью до $0,1\%$)?

III. Самостоятельно.

Турист должен пройти 90 *км*. В первый день он прошел 35% пути, во второй день на 4,5 *км* больше, чем в первый день. Сколько процентов пути осталось туристу пройти после этого?

IV. Задание на дом. По учебнику повторить § 137 и 138. Задача № 1258 — с полным объяснением.

Урок 5-й.

Задачи на проценты и пропорциональное деление.

I. Проверка домашней работы. Проверяется запись решения задачи № 1258. Запись решения примерно может быть такая: зная отношение количества килограммов пшена к количеству килограммов ядрицы, можем узнать, на сколько частей приходится 585 *кг*.

$$x_1 : x_2 = 2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4} = 28 : 15$$

$$28 - 15 = 13$$

Узнаем, сколько килограммов приходится на одну часть.

$$585 : 13 = 45 \text{ (кг)}$$

Теперь можем вычислить сколько было пшена и сколько ядрицы.

$$45 \cdot 28 = 1260 \text{ (кг)} — \text{пшена}$$

$$45 \cdot 15 = 675 \text{ (кг)} — \text{ядрицы}$$

Зная, что 675 *кг* составляло 54% риса, можем найти количество риса.

$$675 : 0{,}54 = 1250 \text{ (кг)}$$

Теперь можем узнать общее количество крупы на складе.

$$1260 + 675 + 1250 = 3185 \text{ (кг)}$$

Ответ. Всего на складе было 3185 *кг* крупы.

II. Решение задач. С учителем решаются задачи с устным объяснением: Задача № 1148 (1).

Выясняется, что норма выполнения прямо пропорциональна производительности заводов:

$$x_1 : x_2 : x_3 = 5 : 3 : 6.$$

№ 1151. План составляется устно, решение — в тетрадях учеников. Решение проверяется.

III. Самостоятельно. Задачи № 1148 (2).

IV. Задание на дом. Задачи № 1147 (1) и 1142 (2).

Урок 6-й

Задачи на сложное тройное правило.

I. Проверка домашней работы. Обе домашние задачи исправляются с мест.

II. Решение задач. Задача № 1114 (1). Предварительно вычисляют общее количество продуктов, намеченное первоначально.

$$240 + 36 = 276 \text{ (кг)}$$

Схема условия:

$$\begin{array}{llll} 15 \text{ чел.} & 40 \text{ дн.} & 276 \text{ кг} \\ 18 \quad " & 45 \quad " & x \quad " \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{\overset{69}{\cancel{276}} \cdot 18 \cdot \overset{3}{\cancel{45}}}{\underset{1}{\cancel{15}} \cdot \underset{10}{\cancel{40}}} = \underline{372{,}6 \text{ (кг)}}$$

При составлении формулы дается полное объяснение зависимости между величинами.

Увеличенная норма:

$$372{,}6 \cdot 1{,}1 = 409{,}86 \text{ (кг)}$$

Это количество продуктов надо распределить пропорционально 240 и 36 или 20 и 3.

Сухарей надо взять 356,4 *кг*, сахару — 53,46 *кг*.

№ 1114 (2).

Схему условия ученики составляют самостоятельно.

$$\begin{array}{llll} 126 \text{ км} & 9 & 378 \text{ руб.} \\ 225 \quad " & 4 & x \text{ руб.} \\ \hline \end{array}$$

Решают у доски с полным объяснением.

Проверяют задачу путем переставления условия, например по такой схеме.

$$\begin{array}{llll} 126 \text{ км} & 9 & 378 \text{ руб.} \\ x \quad " & 4 & 300 \quad " \\ \hline \end{array}$$

III. Самостоятельно. № 1117 (2). Ответ дать с точностью до 1%.

IV. Задание на дом. Задачи № 1117 (1) и 1113 (1). Пример № 1167 (1).

Уроки 7-й и 8-й.

Решение задач из различных разделов курса.

Можно рекомендовать решение следующих задач из различных задачников.

Задача. Площади двух участков земли, засеянных хлопком, относились как $1\frac{1}{6} : 0,5$ и вместе составляли 600 *га*. Всего с обоих участков было собрано 1575 *т* хлопка. Сколько центнеров хлопка было собрано с одного гектара большего участка, если урожай с каждого гектара меньшего участка составил 0,2% всего урожая с обоих участков?

Образец записи объяснения задачи.

Зная общую площадь двух участков и отношение площадей этих участков, можем узнать площадь каждого участка отдельно.

600 *га*

$$x_1 : x_2 = 1\frac{1}{6} : 0,5 = 7 : 3$$

$$7 + 3 = 10; \quad 600 : 10 = 60\ (га)$$

$$x_1 = 60 \cdot 7 = 420\ (га)$$

$$x_2 = 60 \cdot 3 = 180\ (га)$$

С обоих участков собрали 1575 *т* хлопка. Урожай с 1 *га* меньшего участка равен 0,2% всего сбора. Узнаем урожай с 1 *га* меньшего участка.

$$1575 \cdot 0,002 = 3,15\ (т)$$

Зная сбор с 1 *га* меньшего участка и всю площадь меньшего участка, узнаем, сколько хлопка собрали с меньшего участка.

$$3,15 \cdot 180 = 567\ (т);$$

$$\begin{array}{r} \times\, 315 \\ 18 \\ \hline 2520 \\ 315 \\ \hline 5670 \end{array}$$

Теперь можем узнать весь сбор с большего участка.

$$1575 - 567 = 1008\ (т)$$

Площадь большего участка равна 420 *га* и со всего участка собрано 1008 *т*. Узнаем, сколько хлопка собирали с 1 *га* большего участка.

$$1008 : 420 = 2{,}4 \ (т)$$

Ответ. С 1 *га* большего участка собирали по 2,4 *т*.

Нижеприведенные задачи взяты из задачника К. С. Богущевского.

Задача. Водоем наполнен тремя насосами, работавшими одновременно, причем первый насос влил 100 *куб. м* воды. Зная, что первый насос может один наполнить водоем в 24 мин., второй — в 18 мин., а третий — в 36 мин., найти вместимость водоема. (300 *куб. м*)

Задача. Найти сумму трех чисел, зная, что первое равно 100 и относится ко второму как $1\frac{1}{3} : 2{,}4$, а второе относится к третьему как $12 : 7$. (385)

Задача. На нефтебазе машинно-тракторной станции находилось горючее — бензин, керосин и дизельное топливо, причем количество этих видов горючего было пропорционально числам 1,25; 1 и $\frac{1}{4}$. После того как израсходовали 6,6 *т* бензина, на базе оказалось одинаковое количество бензина и керосина; кроме горючего, на базе были смазочные материалы, вес которых составлял $6\frac{2}{3}\%$ общего веса горючих материалов. Сколько тонн смазочных материалов было на базе?

Ответ 4,4 *т*.

Уроки 9-й и 10-й.

Контрольная работа.

Вариант I.

1. Задача. Месячная выработка изделий первого цеха относилась к выработке второго как $2{,}25 : 2\frac{2}{3}$. Третий цех за месяц выработал $66\frac{2}{3}\%$ числа изделий первого цеха. Сколько изделий за месяц изготовил каждый цех, если $17{,}5\%$ выработки второго цеха равны 672 изделиям?

2. План начерчен в масштабе 200 *м* в 1 *см*. Чему равна длина участка земли, если на плане она равна 2,7 *см*?

3. Пример.

$$1{,}05\ \frac{\frac{1}{20}+3{,}2\cdot\left(3\frac{1}{8}-0{,}85:3\frac{2}{5}\right)}{196{,}875\cdot 18\frac{3}{4}-\left(4\frac{7}{12}+\frac{5}{8}\right):4\frac{1}{6}}.$$

Вариант II.

1. Задача. В трех мешках было 135 *кг* пшена одного сорта. Стоимость первого мешка относилась к стоимости второго мешка как $1{,}6:1\frac{1}{2}$, а третий стоил на $12{,}5\%$ меньше, чем первый. Найти цену 1 *кг* пшена, если стоимость первого мешка превышала стоимость второго на 10,8 руб.

2. Карта сделана в масштабе 2 *км* в 1 *см*. Какую длину на карте имеет дорога, длиною в 18,6 *км*?

3. Пример.

$$1{,}25-\frac{3{,}7\cdot\left(2\frac{3}{4}-0{,}65:2\frac{3}{5}\right)-0{,}2}{175{,}615:17\frac{1}{20}-\left(1\frac{17}{24}+\frac{11}{36}\right):1\frac{11}{18}}$$

Урок 11-й.

Анализ контрольной работы.

При анализе работы в первую очередь обратить внимание на решение примера. Ошибки, повторяющиеся у нескольких учеников, вынести и подробно разобрать на классной доске.

Обратить особое внимание на действия с десятичными дробями.

При исправлении задач подробно разобрать получение ряда отношений в той и другой задаче.

В первой задаче: $x_1:x_2:x_3=27:32:18$.

Во второй задаче: $x_1:x_2:x_3=16:15:14$.

Задачи с использованием масштаба учеников не затрудняют.