

С. В. ФИЛИЧЕВ и Я. Ф. ЧЕКМАРЕВ



**РУКОВОДСТВО  
К РЕШЕНИЮ  
АРИФМЕТИЧЕСКИХ  
ЗАДАЧ**

ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ



МОСКВА · ЛЕНИНГРАД · 1948

С. В. ФИЛИЧЕВ и Я. Ф. ЧЕКМАРЕВ

# РУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

*ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ*



МОСКВА 1948 ЛЕНИНГРАД

*Утверждено*  
*Министром просвещения РСФСР*  
*к изданию 13 февраля 1947 г., протокол № 105.*

## ПРЕДИСЛОВИЕ.

Данное руководство предназначается в помощь начинающим учителям и лицам, готовящимся к преподаванию арифметики.

В руководстве разобраны главным образом задачи, встречающиеся в школьной практике. Эти задачи разбиты на группы по арифметическому содержанию. Вначале рассмотрены простые и составные чисто арифметические задачи, для решения которых достаточно применить обычные приёмы синтеза или анализа и требуется отчётливое понимание разностного и кратного сравнения чисел. Затем разобраны так называемые типовые задачи, с указанием во многих случаях методов их решения. Задачи в большинстве своём даны с решениями. На этих решениях по возможности выяснены характерные особенности приёмов решения.

Иногда при разборе задач указаны различные приёмы их решения, что очень важно для выработки умения решать задачи. При решении задач приводились нередко различные формы объяснения и записи решения, причем подчёркивается, что обычно решение арифметической задачи складывается из четырёх моментов: 1) анализа (рассуждения), 2) плана и решения, 3) проверки и 4) ответа.

После каждой группы задач приведены задачи для самостоятельной работы, с кратким указанием к решению или совсем без указания.

*Авторы.*

Редактор *А. М. Назарова.*

Техн. редактор *В. П. Розсин.*

---

## ВВЕДЕНИЕ.

### 1. Цель и значение решения арифметических задач в школе.

При изучении элементарной арифметики как в начальной, так и в средней школе теоретическая часть арифметики и задачи должны составлять органически одно целое, при этом большая часть времени должна падать на задачи, в особенности в начальной школе.

Программы Министерства просвещения по арифметике для начальной и средней школы уделяют должное внимание решению задач (приблизительно 50 % времени отводится на решение задач) и подчёркивают важное значение этой операции. Школа должна стремиться к тому, чтобы в соответствии с силами и способностями учащихся давать им более широкий и разнообразный круг задач, направленных на лучшее достижение целей развития математического мышления у учащихся, развития у них смекалки, сообразительности и возбуждения живого и творческого интереса к математике.

Действительно, при решении арифметических задач учащиеся приобретают навык понимать скрытые в условии задачи зависимости, устанавливать взаимную связь между данными числами и искомым и выбирать соответствующее арифметическое действие. Все эти навыки повышают уместное развитие учащихся и способствуют развитию и укреплению логического мышления, играют большую роль в развитии способности ясно, просто и последовательно рассуждать.

Надо помнить, что арифметические задачи не есть только требование произвести над данными числами какие-то действия, — арифметическая задача есть в первую очередь требование решить логическую задачу: разложить сложный вопрос, предложенный в задаче, на более простые, найти связь между данным и искомым числами. При этом, естественно, создаётся умение, очень важное не только для решения арифметических задач, но и для всей деятельности человека, разбираться в сложных вопросах, сводить их к решению более простых вопросов. Без умения решать арифметические задачи невозможно говорить и о применении арифметики к практическим вопросам. Использование же в арифметических задачах жизненного материала осмысливает самые занятия арифметикой, устанавливает связь арифметики с современностью.

### 2. Что называется задачей?

Арифметической задачей называется всякий вопрос, для ответа на который приходится по двум или нескольким числам находить новое число. Число, которое отыскивается, называется искомым,

а известные числа в задаче называются данными. Пояснения данных чисел задачи и указания на зависимость между данными числами и искомыми называются условиями задачи.

Таким образом, арифметическая задача представляет собой рассказ о более или менее скрытой зависимости между данными и искомыми величинами, из которых одни выражены числами, а другие требуется выразить числами.

Если условие задачи состоит в прямом указании действий, какие надо сделать с данными числами для получения искомого числа, то такая задача называется числовым примером (примером на вычисление), например: 1)  $45 : 15 + 6 \cdot 3$ ; 2) к частному от деления 36 на 9 прибавить разность чисел 8 и 5.

Собственно же задачей называют такой вопрос, где условие не указывает, какие действия следует сделать над данными числами, чтобы получить искомое число, например: „За 5 кг сахара и 3 кг конфет уплачено 52 руб.; в другой раз за 3 кг сахара и 4 кг тех же конфет уплачено 51 руб. Сколько платили за 1 кг сахара и 1 кг конфет?“

### 3. Простые задачи.

Если арифметическая задача решается одним действием, то такая задача называется простой.

Если же задача требует для своего решения более одного действия, то такая задача называется составной (сложной).

При решении простых задач учащийся уясняет смысл того или другого действия, знакомится с различными случаями применения действий. Простые задачи представляют „первую ступень в логическом развитии ребенка“, поэтому им необходимо уделить побольше внимания.

### 4. Составные (сложные) задачи.

При решении составной (сложной) задачи требуется разложить её на простые и решить эти простые задачи. Разложение составной задачи на простые и указание последовательности решения простых задач называется составлением плана решения задачи. Решение же полученных простых задач называется решением задачи. Расчленение составной задачи на ряд простых в определённой последовательности основывается на уяснении зависимости между величинами, входящими в условие задачи, даёт неисчерпаемый источник для доступной, сознательной, логической работы детского ума.

В каждой арифметической задаче (простой и составной) даётся один или несколько процессов: продажа-купля, движение, работа и т. п. При этом определённые моменты того или другого процесса в задаче оцениваются числами. От решающего задачу требуется оценить числами другие моменты этого процесса. Для успешного ответа на вопрос задачи необходимо, чтобы решающий возможно отчётливей представил себе процесс, который описан в задаче, и постарался найти арифметические действия, соответствующие этому процессу.



## 5. Синтетический приём разбора составной задачи (синтез).

Решая составную задачу, мы её разлагаем на ряд простых задач. Для разложения составной задачи на простые применяются два способа: синтетический и аналитический.

Разберём применение синтеза к решению составной задачи. „Семья рабочего-стахановца купила фотоаппарат, бинокль и пианино. Фотоаппарат стоит 180 руб., бинокль в 6 раз дешевле фотоаппарата, а пианино стоит в 10 раз дороже, чем фотоаппарат и бинокль вместе. Сколько всего рублей истрачено на покупку?“

Чтобы не запутаться при решении этой составной задачи, надо составить план решения задачи.

Для составления плана решения задачи можно вести рассуждение так: фотоаппарат стоит 180 руб., а бинокль в 6 раз дешевле; поэтому можно узнать, сколько стоит бинокль, разделив 180 руб. на 6. Узнав, стоимость бинокля и зная из условия задачи стоимость фотоаппарата, узнаем, сколько стоят фотоаппарат и бинокль вместе, для чего сложим стоимость фотоаппарата с найденной стоимостью бинокля. Найдя стоимость фотоаппарата и бинокля вместе, можем теперь найти и стоимость пианино, которое, по условию задачи, в 10 раз дороже, чем стоимость фотоаппарата и бинокля вместе, для чего стоимость фотоаппарата и бинокля достаточно умножить на 10. Зная стоимость каждой купленной вещи, можно узнать сложением и стоимость всей покупки.

В данной задаче имеется ряд числовых данных. В нашем рассуждении мы начали с чисел, данных в задаче, потом установили, какие действия следует произвести как над данными в задаче числами, так и над полученными в промежуточных вычислениях, чтобы дойти до искомого числа. Приведённый ход рассуждения и будет представлять собой пример синтетического приёма разбора составной задачи (прямой способ рассуждения).

При синтезе надо уметь хорошо сопоставлять и выбирать данные из задачи и по данным ставить вопросы; решение первой простой задачи даёт новое число, которое комбинируется с неиспользованными данными задачи, и т. д., пока не дойдём до ответа на вопрос решаемой задачи.

Вышеприведённое рассуждение схематически можно изобразить так:

Зная	Можно узнать	Каким действием
Что стоимость фотоаппарата 180 руб., а стоимость бинокля в 6 раз дешевле	Сколько рублей стоил бинокль	$180 \text{ руб.} : 6 = 30 \text{ руб.}$
Что стоимость фотоаппарата 180 руб. и стоимость бинокля 30 руб.	Сколько рублей стоит фотоаппарат и бинокль вместе	$180 \text{ руб.} + 30 \text{ руб.} = 210 \text{ руб.}$

Зная	Можно узнать	Каким действием
Что стоимость фотоаппарата и бинокля вместе составляет 210 руб., а пианино в 10 раз дороже этой суммы	Сколько рублей стоило пианино	$210 \text{ руб.} \times 10 = 2100 \text{ руб.}$
Что фотоаппарат и бинокль стоят вместе 210 руб., а пианино стоило 2100 руб.	Сколько всего рублей истрачено на покупки	$210 \text{ руб.} + 2100 \text{ руб.} = 2310 \text{ руб.}$

Как видно из схемы, при синтезе выделение и решение отдельных простых задач происходит параллельно, так как все необходимые данные для решения всегда налицо.

При синтезе возможны ошибки: 1) в сопоставлении и наборе данных, 2) в постановке вопросов.

Чтобы избежать этих ошибок и чтобы верно решить, какие данные в задаче надо взять сначала для составления первой простой задачи и с какими из оставшихся данных комбинировать полученное число, необходимо в первую очередь осознать процесс, описанный в задаче, продумать условие задачи.

## 6. Аналитический приём разбора составной задачи (анализ).

Пусть дана для решения та же задача. Для составления плана решения её произведём обратный ход рассуждения, исходя от искомого числа, устанавливая, что надо знать, чтобы определить искомое число.

Чтобы найти, сколько всего рублей истрачено на покупки, мы должны знать стоимость каждой купленной вещи в отдельности. Стоимость фотоаппарата нам известна. Стоимость же пианино нам неизвестна; в задаче про стоимость пианино сказано, что оно в 10 раз больше стоимости фотоаппарата и бинокля вместе. Но стоимость бинокля в задаче неизвестна. Следовательно, мы должны сначала узнать стоимость бинокля, который в 6 раз дешевле фотоаппарата. Таким образом, чтобы ответить на вопрос данной составной задачи, у нас вырисовывается следующий план решения: узнаем стоимость бинокля, потом стоимость фотоаппарата и бинокля вместе, затем стоимость пианино и, наконец, стоимость всей покупки.

Схематически это изобразится так (см. таблицу на 7 стр.).

Как видно из схемы, при анализе в первую очередь выделяются в известной последовательности все простые задачи, и лишь после этого начинается решение выделенных простых задач, при этом наличие вопроса задачи как точки отправления устраняет всякого рода гадания.

Чтобы узнать	Надо определить	Решение
Сколько всего рублей истрачено на покупки	Сколько рублей стоит фотоаппарат (180 руб.) <sup>1</sup> Сколько рублей стоит бинокль Сколько рублей стоит пианино	180 руб. + 30 руб. + + 2100 руб. = 2310 руб.
Сколько рублей стоит пианино	Сколько рублей стоят фотоаппарат и бинокль вместе Во сколько раз пиани- но дороже, чем фото- аппарат и бинокль вместе (в 10 раз)	210 руб. $\times$ 10 = 2100 руб.
Сколько стоят фото- аппарат и бинокль вместе	Сколько стоит фото- аппарат (180 руб.) Сколько стоит бинокль	180 руб. + 30 руб. = = 210 руб.
Сколько стоит бинокль	Сколько стоит фото- аппарат (180 руб.) Во сколько раз бинокль дешевле фотоаппарата (в 6 раз)	180 руб. : 6 = 30 руб.

При анализе надо уметь к вопросу подбирать необходимые для его решения данные; при подборе этих данных и могут возникнуть ошибки.

### 7. Формы записи решения задач.

Когда план решения составной задачи составлен, то надо записать решение этой задачи. Возьмем задачу:

„Куплено 5 м ситца по 3 руб. 20 коп. за 1 м и 8 м полотна по 5 руб. 40 коп. Сколько всего денег израсходовано на покупку?“

Приведём основные формы записи решения этой задачи.

I. Числовое решение без всякого текста.

- 1) 3 руб. 20 коп.  $\times$  5 = 16 руб.
- 2) 5 руб. 40 коп.  $\times$  8 = 43 руб. 20 коп.
- 3) 16 руб. + 43 руб. 20 коп. = 59 руб. 20 коп.

Ответ: 59 руб. 20 коп.

II. Запись решения числовой формулой.

3 руб. 20 коп.  $\times$  5 + 5 руб. 40 коп.  $\times$  8 = 59 руб. 20 коп.

<sup>1</sup> В скобках поставлены данные из условия задачи.



### III. Запись решения с вопросами.

- 1) Сколько стоит ситец?  $3 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} \times 5 = 16 \text{ руб.}$
- 2) Сколько стоит полотно?  $5 \text{ руб. } 40 \text{ коп.} \times 8 = 43 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$
- 3) Сколько денег израсходовано на покупку?  
 $16 \text{ руб.} + 43 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} = 59 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$

Ответ: на покупку израсходовано 59 руб. 20 коп.

### IV-а. Запись решения с предшествующим пояснением.

- 1) Стоимость ситца:  $3 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} \times 5 = 16 \text{ руб.}$
- 2) Стоимость полотна:  $5 \text{ руб. } 40 \text{ коп.} \times 8 = 43 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$
- 3) Стоимость всей покупки:  $16 \text{ руб.} + 43 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} = 59 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$

Ответ: 59 руб. 20 коп. стоит вся покупка.

### IV-б. Пояснительный текст в конце действия.

- 1)  $3 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} \times 5 = 16 \text{ руб.}$  стоит ситец.
- 2)  $5 \text{ руб. } 40 \text{ коп.} \times 8 = 43 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$  стоит полотно.
- 3)  $16 \text{ руб.} + 43 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} = 59 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$  стоит вся покупка.

### V. Запись решения с подробным объяснением всего процесса решения.

Чтобы узнать, сколько всего денег израсходовано на всю покупку, надо знать, сколько денег израсходовано на покупку ситца и на покупку полотна. Ситца куплено 5 м по 3 руб. 20 коп. за метр; следовательно, чтобы узнать стоимость всего ситца, достаточно 3 руб. 20 коп. умножить на 5, так как, если 1 м стоит 3 руб. 20 коп., то 5 м стоят в 5 раз дороже, а увеличение в несколько раз делается умножением:  $3 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} \times 5 = 16 \text{ руб.}$  Чтобы узнать стоимость полотна, которого куплено 8 м по 5 руб. 40 коп. за метр, достаточно на том же основании применить умножение:  $5 \text{ руб. } 40 \text{ коп.} \times 8 = 43 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$  Зная стоимость ситца и стоимость полотна, сложением находим стоимость всей покупки:

$$16 \text{ руб.} + 43 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} = 59 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$$

### 8. Запись условия задачи.

Запись условия задачи должна быть краткая, целесообразная и схематическая, подводящая к составлению плана решения, например задачу:

„5 м ситца стоят 20 руб. 50 коп. Сколько стоят 8 м этого ситца?“ — можно записать так:

$$\begin{array}{l} 5 \text{ м} \dots\dots\dots 20 \text{ руб. } 50 \text{ коп.} \\ 8 \text{ м} \dots\dots\dots x \text{ руб.} \end{array}$$

Задачу же: „Для выполнения некоторой работы нужно было нанять 6 человек на 15 дней. Но для ускорения работы наняты были сначала 9 человек, а через 5 дней ещё 6 человек. Во сколько дней была закончена работа?“ — можно записать так:

	рабочие	дни
вся работа . . . . .	6	15
выполнена . . . . .	9	5
	9+6	?

### 9. Проверка решения задачи.

Если производство действий над числами следует проверять, то тем более надо проверять полученный результат при решении составной задачи, так как только проверка решения вскрывает допущенную ошибку. Проверка помогает уяснить, правильно ли понята задача, и выясняет согласие найденного ответа со всеми условиями задачи. Конечно, следует проверять решение не всякой задачи.

Обыкновенно проверяют решение задачи следующими двумя способами: 1) узнают, соответствует ли полученный ответ условию задачи, или 2) составляют другую задачу с введением в её условие полученного ответа.

Проверка первым способом.

*Задача.* Ботинки, шляпа и галстук стоят 128 руб. Цена галстука равна  $\frac{3}{4}$  цены шляпы, а ботинки в 3 раза дороже галстука и шляпы вместе. Сколько рублей стоит каждая вещь в отдельности?

После решения имеем: цена галстука 12 руб., цена шляпы 20 руб. и цена ботинок 96 руб.

По условию задачи цена галстука составляет  $\frac{3}{4}$  цены шляпы, и действительно

$$\frac{12 \text{ руб}}{20 \text{ руб.}} = \frac{3}{4};$$

цена же ботинок в 3 раза дороже галстука и шляпы:

$$(12 + 20) \cdot 3 = 96.$$

Проверка вторым способом.

*Задача.* Три косца могут скосить небольшой луг в  $1\frac{3}{5}$  часа.

Во сколько времени мог бы его скосить один третий косец, если известно, что один первый скосил бы в 8 час., а один второй — в 6 час.?

*Решение.* 1)  $1 : 8 = \frac{1}{8};$

2)  $1 : 6 = \frac{1}{6};$

3)  $1 : 1\frac{3}{5} = \frac{5}{8};$

4)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{7}{24};$

5)  $\frac{5}{8} - \frac{7}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3};$

6)  $1 : \frac{1}{3} = 3 \text{ (часа)}$

Для проверки составляем такую задачу:

„Три косца могут скосить небольшой луг в  $1\frac{3}{5}$  часа. Во сколько времени мог бы его скосить один первый косец, если известно, что один второй скосил бы его в 6 час., а один третий — в 3 часа?“

*Решение.* 1)  $1 : 6 = \frac{1}{6}$ ;      2)  $1 : 3 = \frac{1}{3}$ ;  
 3)  $1 : 1\frac{3}{5} = \frac{5}{8}$ ;      4)  $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ;  
 5)  $\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ;      6)  $1 : \frac{1}{8} = 8$  (час.),

т. е. получили число, которое выбросили из условия данной задачи.

### 10. Сравнение синтеза с анализом.

Синтез начинается чаще всего с выбора двух данных составной задачи и подбора к ним вопроса. Найденное число используется как данное для одной из последующих простых задач и т. п., пока не придём к главному вопросу составной задачи.

При анализе, наоборот, начинают с главного вопроса составной задачи, подбирают к нему необходимые данные из задачи, т. е. главный вопрос составной задачи разлагается так, что мы приходим к данным задачи. При анализе мы составную задачу разбиваем на ряд простых задач, из которых не все сразу могут быть решены из-за недостатка числовых данных, и мы тут прибегаем к синтезу, располагаем полученные простые задачи так, чтобы дойти до главного вопроса задачи. Другими словами, практически анализ и синтез в рассуждениях при решении составных задач переплетаются. Решая задачу синтетически, мы часто анализ производим про себя. Каким бы приёмом ученик ни вёл решение составной задачи, предварительный анализ её (хотя бы полусознательный) неизбежен.

Но иногда встречаются задачи, которые трудно разобрать, применяя анализ и синтез; например, рассмотрим две задачи:

I. „На 38 вязаных шапочек и 45 шарфов пошло 15 кг 640 г шерсти. На шапочку и шарф вместе идёт 360 г шерсти. Сколько шерсти идёт отдельно на шапочку и шарф?“

II. „При обычной скорости от Москвы до Новосибирска товарный поезд идёт 141 час. То же расстояние можно пройти в 69 час., если увеличить скорость на 24 км в час. Сколько километров от Москвы до Новосибирска?“

Применяя к этим задачам обычные приёмы синтеза или анализа, к намеченной цели не скоро придём, плана решения задач не составим, ни анализ, ни синтез здесь делу не помогут без применения особых приёмов.

Чтобы решить приведённые задачи, надо применить особые приёмы (методы), пригодные лишь в отдельных, частных случаях.

Приведённые задачи, между прочим, легко решаются алгебраически.

### 11. Решение составных задач арифметическим и алгебраическим способами.

Выше мы сказали, что многие арифметические задачи при решении требуют применения особых приёмов (методов), часто искусственных. Алгебраически же такие задачи решаются нетрудно. И вообще

составные арифметические задачи могут быть решены или средствами арифметики, или средствами алгебры.

Решая задачу алгебраически, сначала составляют уравнение и потом решают полученное уравнение. Но арифметические задачи обыкновенно решаются тогда, когда алгебру ещё не изучают. Кроме того, практика показала, что составление уравнений требует умения хорошо решать задачи арифметически.

Отсюда, естественно, сначала надо научиться решать составные задачи арифметически, так как первое знакомство с математикой начинается с арифметики. Зная лишь четыре действия над натуральными числами, можно решать много разнообразных задач, при решении которых развиваются настойчивость, сообразительность и т. д.

Наконец, бывают случаи, когда арифметическое решение задачи проще алгебраического.

---

## 1. ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ.

При изучении арифметики учащийся знакомится с простыми задачами, решаемыми одним из четырёх арифметических действий.

Как известно, простые задачи могут быть с прямым ходом решения (задачи, выраженные в прямой форме) и с обратным ходом решения (задачи, выраженные в косвенной форме). Приведём несколько простых задач с обратным ходом решения, которые решаются на основании применения свойств арифметических действий.

1. Ученик купил тетради в клетку и в линейку, причём тетрадей в клетку он купил на 25 больше, чем тетрадей в линейку. Сколько надо израсходовать тетрадей в клетку, чтобы их осталось на 10 меньше, чем тетрадей в линейку?

*Решение.* Разность чисел 25 должна уменьшиться на  $25 + 10 = 35$ ; вычитаемое не изменится, уменьшаемое уменьшается на 35.

Ответ: 35 тетрадей.

2. Отец старше матери на 3 года и старше дочери на 20 лет. На сколько лет дочь моложе матери?

*Решение.* Разность лет отца и матери 3 года, разность лет отца и дочери 20 лет. Вторая разность больше первой на  $20 - 3 = 17$ ; значит, второе вычитаемое меньше первого на 17. (Уменьшаемые равны.)

Ответ: на 17 лет.

3. В семье взрослых меньше, чем девочек, на одного человека и больше, чем мальчиков, на 3 человека. На сколько в семье девочек больше, чем мальчиков?

*Решение.* Разность между числом взрослых и числом мальчиков равна 3; если в этой разности заменим число взрослых числом девочек, которых на 1 больше, то с увеличением уменьшаемого на 1 и разность увеличится на 1 и будет равна  $3 + 1 = 4$ .

Ответ: на 4 девочки.

4. На столе тарелок на 5 штук больше, чем стаканов, а чашек на 4 штуки меньше, чем тарелок. Чего на столе больше: чашек или стаканов?

*Решение.* Разность между числом тарелок и числом стаканов равна 5, а разность между числом тарелок и числом чашек 4. Но уменьшаемые равны — значит, второе вычитаемое (число чашек) больше на 1, чем первое (число стаканов).

Ответ: чашек больше на одну.

5. В огороде гряд с морковью на 10 штук больше, чем с редиской, и на 11 штук меньше, чем с огурцами. Каких гряд в огороде больше: с огурцами или с редиской и на сколько гряд?

*Решение.* Число гряд с морковью равно числу гряд с редиской, увеличенному на 10; число же гряд с огурцами на 11 больше этого числа; значит, число гряд с огурцами на  $10 + 11 = 21$  гряду больше, чем гряд с редиской.

Ответ: огурцов больше на 21 гряду.

6. В каждой из двух касс магазина было по 3452 руб. Из одной кассы выдали на расходы некоторую сумму, из второй кассы выдали на 750 руб. меньше, чем осталось в первой кассе. Сколько денег осталось в обеих кассах?

*Решение.* В двух кассах было 3452 руб. + 3452 руб. От первого слагаемого этой суммы отняли некоторое число; если бы от второго отняли столько, сколько осталось в первом, то сумма денег в двух кассах уменьшилась бы на 3452 и в них осталось бы 3452. Но от второго слагаемого отняли меньше на 750, значит, 750 остаются в сумме, и она обратится в  $3452 + 750 = 4202$  (руб.).

Ответ: 4202 руб.

Решение данной задачи облегчится, если предварительно решить задачу, где от второго из равных слагаемых отнять ровно столько, сколько осталось в первом.

7. Если на работу поставить в 3 раза больше рабочих и для такого числа рабочих ввести две смены, то во сколько раз быстрее будет окончена работа?

*Решение.* С увеличением в 3 раза числа рабочих время работы составит третью часть прежнего; если же это число рабочих будет работать в 2 смены, вместо одной, то время работы сократится ещё вдвое и составит шестую часть прежнего.

Ответ: в 6 раз.

8. Сравнить скорость поезда и пешехода, если автомобиль шёл в 6 раз быстрее пешехода, но вдвое медленнее поезда.

*Решение.* Предположим, что скорость пешехода 1 км в час, тогда скорость автомобиля 6 км, а скорость поезда 12 км в час.

Ответ: скорость поезда в 12 раз больше.

9. На двух грузовиках возили арбузы. На одном грузовике было на 81 арбуз больше, чем на другом. На сколько арбузов будет больше на первом грузовике, если переложить на него со второго грузовика 13 арбузов?

*Решение.* Разность двух чисел 81. Если уменьшаемое (число арбузов первого грузовика) увеличится на 13, а вычитаемое (число арбузов второго грузовика) уменьшится на 13, то разность увеличится на  $13 + 13$  и будет равна  $81 + 13 + 13 = 107$ .

Ответ: на 107 арбузов.

10. В правом кармане на 120 руб. меньше, чем в левом. На сколько рублей будет меньше в правом кармане, если переложить из него в левый карман 75 руб.?

*Решение.* Разность двух чисел 120. Уменьшаемое (число рублей в левом кармане) увеличивается на 75, вычитаемое (число рублей в правом кармане) уменьшается на 75. Разность увеличится на  $75 + 75$  и будет равна:  $120 + 75 + 75 = 270$ .

Ответ: на 270 руб.

## II. СОСТАВНЫЕ (СЛОЖНЫЕ) ЗАДАЧИ.

Составными называются задачи, решаемые двумя и более действиями. При решении они разбиваются на ряд простых задач, последовательное решение которых и даёт ответ на вопрос задачи; при этом они бывают двоякого рода, а именно: задачи, которые не требуют особых приёмов решения, и задачи типовые, требующие иногда применения искусственных приёмов.

Задачи, не требующие особых приёмов, делятся на задачи с прямым ходом решения (приведённые) и на задачи с обратным ходом (неприведённые).

Разберём несколько задач, так называемых чисто арифметических, не требующих особых приёмов решения.

11. Турист, ехавший на велосипеде, наметил проехать в день по 100 км. В первый день он не выполнил маршрута на 24,5 км, зато во второй день проехал больше, чем в первый день, на 6,5 км. Сколько километров проехал турист во второй день?

*Синтез.* Зная длину намеченного на день маршрута и на сколько километров он не был выполнен, узнаем, какое расстояние проехал велосипедист в первый день. Потом, зная величину сделанного в первый день передвижения (известно из первого действия) и на сколько оно перевыполнено во второй день, определим, какое расстояние проехал велосипедист во второй день путешествия.

*Решение и объяснение.*

1)  $100 - 24,5 = 75,5$  (км) проехал турист в первый день. По сумме (100 км) и слагаемому (24,5 км) надо узнать второе слагаемое (или 100 км надо уменьшить на 24,5 км); это делается посредством вычитания.

2)  $75,5 + 6,5 = 82$  (км) проехал турист во второй день. Число 75,5 км надо увеличить на 6,5 км; это делается посредством сложения.

Ответ: турист проехал во 2-й день 82 км.

12. Рабочий, поступив на работу, сберегал ежегодно 696 руб. Через 14 месяцев после его поступления стал работать и его старший брат, который через 28 месяцев после своего поступления сберёт столько же, сколько младший от начала своей работы. Сколько зарабатывал в год старший брат, если его сбережения составляли треть получаемой им зарплаты?



*Анализ.* Чтобы определить годовой заработок старшего брата, надо знать, сколько рублей он сберегал за год, и какую часть годового заработка составляло его годовое сбережение. Второе данное есть в условии. Для определения годового сбережения старшего брата надо знать, сколько он сберегал за месяц.

Для определения сбережений старшего брата за указанное в условии время надо вычислить сбережения младшего брата за время его работы, потому что их сбережения к указанному в условии моменту равны.

Сбережения младшего брата определим, если узнаем, сколько месяцев он работал и сколько рублей сберегал за месяц.

Для решения первого из этих вопросов надо знать, сколько месяцев он работал до поступления на работу старшего и сколько месяцев он работал одновременно. То и другое данное имеется в условии.

Для решения вопроса о сбережении за месяц надо знать сбережения за год. Это известно в условии.

Итак, решение задачи можно вести по такому плану.

*Решение с объяснением.*

1) Узнаем, сколько рублей сберегал младший брат за месяц, если за год он сберегал 696 руб. Сбережение за 1 мес. меньше 696 руб. в 12 раз.

Для уменьшения числа в несколько раз надо разделить это число. Поэтому  $696 : 12 = 58$  (руб.).

2) Теперь узнаем, сколько месяцев работал младший брат, если до поступления старшего прошло 14 мес. и вместе со старшим братом они работали 28 мес.

Здесь по двум частям целого надо узнать целое, поэтому надо данные числа сложить:  $14 + 28 = 42$  (мес.).

3) Далее узнаем сбережения младшего брата за 42 мес., если за месяц он сберегал 58 руб. Сбережения за 42 мес. больше 58 руб. в 42 раза.

Чтобы увеличить число 58 в 42 раза, употребляем умножение:

$$58 \times 42 = 2436 \text{ (руб.)}$$

4) Сбережения старшего брата за 28 мес. составили 2436 руб. Узнаем отсюда, сколько он сберегал за 1 мес. Для этого 2436 руб. делим на 28, потому что за 1 мес. он сберёг в 28 раз меньше, чем за 28 мес.

Для уменьшения числа в несколько раз его надо разделить:

$$2436 : 28 = 87 \text{ (руб.)}$$

5) Узнаем дальше сбережения старшего брата за год, если за месяц он сберегал 87 руб., то за год — в 12 раз больше, чем за месяц.

Для увеличения числа в несколько раз его надо умножить:

$$87 \times 12 = 1044 \text{ (руб.)}$$

6) Переходим к главному вопросу задачи. Заработок старшего брата за год можно узнать, зная, что он сберегал в год 1044 руб. и это составляло третью часть его заработка за год.

Целое больше третьей части в 3 раза и для увеличения числа в 3 раза надо его умножить на 3.

$$1044 \times 3 = 3132 \text{ (руб. в год).}$$

Ответ: старший брат заработал 3132 руб.

**13.** Четыре совхоза закупили минеральное удобрение: первый 35144 кг, второй на 2594 кг больше, чем первый, а третий на 17263 кг меньше, чем второй. Сколько удобрений закупил 4-й совхоз, если все 4 совхоза закупили 125200 кг?

Задача с прямым ходом решения, так как порядок действий совпадает с расположением числовых данных задачи.

*Анализ.* 1) Чтобы определить, сколько удобрений закупил четвёртый совхоз, надо знать, сколько удобрений закупили четыре совхоза и сколько их закупили три первые совхоза. Первое данное имеется в условии.

2) Чтобы определить, сколько удобрений закупили три первые совхоза, надо знать, сколько закупил каждый. Из условия известно, сколько закупил первый.

3) Чтобы узнать, сколько удобрений закупил второй совхоз, надо знать, сколько закупил первый и на сколько второй совхоз купил больше первого. Эти числа известны из условия задачи.

4) Чтобы узнать, сколько удобрений купил третий совхоз, надо знать, сколько купил второй и на сколько третий купил меньше второго. Последнее число дано в условии задачи.

*Решение с объяснением.*

Итак, решение задачи сводится к следующим вопросам:

1) Сколько удобрений купил второй совхоз, если известно, что первый купил 35144 кг, а второй на 2594 кг больше первого. Увеличение числа на несколько единиц делается посредством сложения.

$$35144 + 2594 = 37738 \text{ (кг).}$$

2) Сколько удобрений купил третий совхоз, если известно, что второй купил 37738 кг, а третий — меньше этого числа на 17263 кг. Уменьшение числа на несколько единиц делается посредством вычитания.

$$37738 - 17263 = 20475 \text{ (кг).}$$

3) Сколько удобрений купили три совхоза, если известно, что первый купил 35144 кг, второй 37738 кг, третий 20475 кг. Ответ находим сложением.

$$35144 + 37738 + 20475 = 93357 \text{ (кг).}$$

4) Сколько удобрений купил четвертый совхоз, если известно, что все четыре совхоза купили 125200 кг удобрений, а три первые ку-

нили 93357 кг. Здесь по сумме и слагаемому узнаётся другое слагаемое вычитанием.

$$125200 - 93357 = 31843 \text{ (кг)}.$$

Ответ: четвёртый совхоз закупил удобрений 31843 кг.

14. Сильный улей имел к началу взятка 3000 трутней, ко времени главного взятка их число стало на 4500 больше, а рабочих пчёл было к этому времени в 15 раз больше, чем трутней. Сколько было всех пчёл в улье?

*Анализ и решение с объяснением.*

Чтобы определить число всех пчёл к моменту главного взятка, надо знать число трутней и число рабочих пчёл. Чтобы узнать число трутней, узнаем, сколько их было к началу взятка и на сколько число их потом увеличилось. Эти данные имеются в условии. Чтобы узнать число рабочих пчёл, надо число трутней, которое будет определено, увеличить в 15 раз.

1) Узнаем число трутней к моменту главного взятка, для этого число 3000 надо увеличить на 4500, сделав сложение:

$$3000 + 4500 = 7500 \text{ (трутней)}.$$

2) Узнаем число рабочих пчёл, для этого число 7500 надо увеличить в 15 раз, произведя умножение этих чисел:

$$7500 \cdot 15 = 112500 \text{ (рабочих пчёл)}.$$

3) Узнаем общее число всех пчёл, сложив два числа, означающие две части этого числа:

$$7500 + 112500 = 120000 \text{ (пчёл)}.$$

Ответ: 120000 пчёл.

15. Лесная площадь Германии 12 млн. га, Швеции 24 млн. га, Японии 30 млн. га, США на 114 млн. га больше, чем Германии, Швеции и Японии вместе; лесная площадь Канады больше, чем США, на 63 млн. га. Лесная площадь СССР на 430 млн. га больше, чем Канады и США вместе. На сколько площадь лесов СССР больше площади лесов всех указанных стран, вместе взятых?

*Решение задачи с объяснением.*

1) Зная, что площадь лесов Германии 12 млн. га, Швеции 24 млн. га, Японии 30 млн. га, можно узнать, какова лесная площадь этих трёх стран, вместе взятых.

$$12 + 24 + 30 = 66 \text{ (млн. га)}.$$

2) Зная, что площадь лесов США больше площади трёх первых стран, т. е. 66 млн. га, на 114 млн. га, узнаем площадь лесов США.

$$114 + 66 = 180 \text{ (млн. га)}.$$

3) Зная, что площадь лесов Канады больше на 63 млн. га, чем площадь лесов США, т. е. чем 180 млн. га, узнаем лесную площадь Канады.

$$180 + 63 = 243 \text{ (млн. га).}$$

4) Зная лесную площадь Канады (243 млн. га) и США (180 млн. га), узнаем, какова площадь лесов обеих стран вместе (по частям узнаем целое).

$$243 + 180 = 423 \text{ (млн. га).}$$

5) Площадь лесов СССР больше на 430 млн. га, чем площадь лесов Канады и США вместе, т. е. чем 423 млн. га. Следовательно, площадь лесов СССР равна:

$$423 + 430 = 853 \text{ (млн. га).}$$

6) Зная площадь лесов всех стран, кроме СССР, определим общую площадь лесов этих стран.

$$66 + 423 = 489 \text{ (млн. га).}$$

7) Зная площадь лесов СССР (853 млн. га) и площадь лесов остальных стран, вместе взятых (489 млн. га), можем посредством вычитания узнать, на сколько первое число больше второго.

$$853 - 489 = 364 \text{ (млн. га).}$$

Эта задача может быть решена короче:

1) Узнаем площадь лесов США:

$$12 + 30 + 24 + 114 = 180 \text{ (млн. га).}$$

2) Узнаем общую площадь лесов США и Канады:

$$180 + (180 + 63) = 423 \text{ (млн. га).}$$

3) Узнаем площадь лесов СССР:

$$423 + 430 = 853 \text{ (млн. га).}$$

4) Узнаем общую площадь лесов всех названных стран, кроме СССР:

$$12 + 30 + 24 + 423 = 489 \text{ (млн. га).}$$

5) Узнаем, на сколько площадь лесов СССР больше площади лесов остальных стран:

$$853 - 489 = 364 \text{ (млн. га).}$$

Ответ: на 364 млн. га.

**16.** Набор 2 томов сочинения, содержавших каждый по 340 страниц, по 36 строк на странице и по 45 букв в строке, был поручен двум наборщикам — каждому по одному тому. Первый набирал по 900 букв в час и кончил работу на 153 часа раньше своего товарища. Сколько букв набирал в час второй наборщик?

*Анализ.* Чтобы узнать, сколько букв набирал 2-й наборщик в час, надо знать: 1) сколько букв было им набрано во всём томе сочинения и 2) сколько часов он работал.

1) Количество набранных букв одинаково в обоих томах, и оно будет определено, когда будет решаться вопрос о числе часов работы 1-го наборщика. 2) Число часов работы 2-го наборщика можно определить, зная, сколько часов работал 1-й и на сколько часов 2-й работал больше 1-го. Второе данное есть в условии.

Число часов работы 1-го наборщика определим, зная количество набранных в целом томе букв и количество букв, набираемое в час. Последнее данное есть в условии.

Для определения количества букв в книге надо узнать количество букв на одной странице и число страниц в книге. Последнее данное есть в условии.

Для определения числа букв на странице надо знать число букв в строке и число строк на странице. И то и другое есть в условии.

Итак, составляем план решения задачи и решаем её.

*Решение с объяснением.*

1) Узнаем число букв на странице, если известно, что в строке 45 букв, а на странице 36 строк. Надо 45 букв умножить на 36, потому что в 36 строках букв больше в 36 раз, чем в одной строке.

$$45 \times 36 = 1620 \text{ (букв).}$$

2) Узнаем, сколько букв в книге, если известно, что на странице 1620 букв, а в книге 340 страниц. 1620 букв умножим на 340, потому что на 340 страницах букв в 340 раз больше, чем на одной странице.

$$1620 \times 340 = 550800 \text{ (букв).}$$

3) Узнаем, сколько часов работал 1-й наборщик, если известно, что он набрал 550800 букв и что в час он набирал по 900 букв. Очевидно, он работал столько часов, сколько раз в 550800 букв заключается по 900 букв.

Сколько раз меньшее число содержится в большем узнают делением большего числа на меньшее:

$$550800 : 900 = 612 \text{ (раз).}$$

Итак, 1-й наборщик работал 612 часов.

4) Узнаем, сколько часов работал 2-й наборщик, если известно, что 1-й работал 612 часов, а 2-й на 153 часа больше. Здесь число 612 надо увеличить на 153 единицы, а для решения такого вопроса надо сложить эти два числа.

$$612 + 153 = 765 \text{ (часов).}$$

5) Теперь можно узнать, сколько букв набирал в час 2-й наборщик, если известно, что он набрал 550800 букв в течение 765 часов.

Так как в 1 час рабочий наберёт меньше в 765 раз, чем в 765 час., то число 550800 надо уменьшить в 765 раз, т. е. произвести деление  $550800 : 765 = 720$  (букв).

Запись решения задачи числовой формулой:

$$(45 \cdot 36 \cdot 340) : \{[(45 \cdot 36 \cdot 340) : 900] + 153\}.$$

Ответ: 2-й наборщик набирал в час 720 букв.

17. В двух бочонках было неравное количество вёдер вина, всего вместе 48 вёдер. Чтобы сделать поровну, поступили так: сначала из 1-го бочонка перелили во 2-й столько вёдер, сколько их было во 2-м, затем из 2-го перелили в 1-й столько, сколько в этом последнем оставалось после первого переливания, тогда оказалось в каждом бочонке одно и то же число вёдер. Сколько вёдер вина было первоначально в каждом бочонке?

*Решение.*

1. Сколько вёдер оказалось в каждом бочонке после второго переливания?

$$48 \text{ в.} : 2 = 24 \text{ в.}$$

2. Сколько вёдер было в первом бочонке до второго переливания (после первого переливания в 2 раза меньше)?

$$24 \text{ в.} : 2 = 12 \text{ в.}$$

3. Сколько вёдер было во втором бочонке до второго переливания (если найдено, что в первом было 12 вёдер)?

$$48 \text{ в.} - 12 \text{ в.} = 36 \text{ в.}$$

4. Сколько вёдер было сначала во втором бочонке (в два раза меньше)?

$$36 \text{ в.} : 2 = 18 \text{ в.}$$

5. Сколько вёдер было сначала в первом бочонке (если найдено, что во втором было 18 в.)?

$$48 \text{ в.} - 18 \text{ в.} = 30 \text{ в.}$$

	После 1-го переливания	После 2-го переливания
Проверка I—30	$30 - 18 = 12$	$12 + 12 = 24$
II—18	$18 + 18 = 36$	$36 - 12 = 24$

Проверка свидетельствует, что задача решена правильно.

Ответ: в первом бочонке было 30 вёдер.

Проверка решения задачи — один из существенных моментов при решении задачи. Учащиеся должны уметь производить проверку.

18. Из двух городов вышли одновременно навстречу один другому два автомобиля. Первый за 3 часа прошёл  $\frac{9}{56}$  всего расстоя-

ния между городами, а второй за  $2\frac{1}{2}$  часа —  $\frac{13}{112}$  этого расстояния. С какой скоростью шёл каждый автомобиль, если до места встречи первый прошёл 405 км?

Запись условия:

1-й за 3 часа . . . . .	$\frac{9}{56}$ всего расстояния.	}	Какова скорость каждого автомобиля?
2-й за $2\frac{1}{2}$ часа . . . . .	$\frac{13}{112}$ всего расстояния.		
1-й до встречи — 405 км			

*Анализ.* Чтобы определить скорость каждого автомобиля, надо знать расстояние между городами и какую часть его проходил каждый автомобиль в час. Второй вопрос решается по тем данным, которые есть в условии: дано, какую часть расстояния проходил тот и другой автомобиль за определённое время. Для вычисления расстояния между городами надо найти, какую часть его прошёл первый автомобиль до его встречи, т. е. какую часть расстояния составляет число 405 км. Для этого надо определить, с какой скоростью сближались автомобили, идя навстречу один другому, и через сколько часов встретились, т. е. сколько часов шёл до встречи первый автомобиль.

*План решения.*

- 1) Какую часть расстояния между городами проходил в час первый автомобиль?
- 2) Какую часть расстояния проходил в час второй автомобиль?
- 3) На какую часть сокращалось расстояние между автомобилями за 1 час?
- 4) Сколько часов шли они до встречи?
- 5) Какую часть расстояния прошёл до встречи первый автомобиль, или какую часть всего расстояния составляют 405 км?
- 6) Каково расстояние между городами?
- 7) Скорость в час первого автомобиля.
- 8) Скорость в час второго автомобиля.

*Решение с объяснением.*

Примем расстояние между городами за 1.

- 1)  $\frac{9}{56} : 3 = \frac{3}{56}$  всего расстояния проходил в час первый автомобиль, т. е. в 3 раза меньшую часть, чем за 3 часа.
- 2)  $\frac{13}{112} : 2\frac{1}{2} = \frac{13}{280}$  всего расстояния проходил в час второй автомобиль, т. е. часть, в  $2\frac{1}{2}$  раза меньшую, чем за  $2\frac{1}{2}$  часа. Уменьшение в несколько раз делается делением на равные части.
- 3)  $\frac{3}{56} + \frac{13}{280} = \frac{1}{10}$ , на  $\frac{1}{10}$  сокращается за час расстояние между



движущимися навстречу один другому автомобилями (по двум частям нашли целое).

4)  $1 : \frac{1}{10} = 10$  (раз), через 10 часов после выхода автомобиля встретились, так как до встречи прошло столько часов, сколько раз в 1 содержится  $\frac{1}{10}$  её часть.

За 10 часов автомобиль прошёл в 10 раз большую часть расстояния, чем  $\frac{3}{56}$ . Увеличение в несколько раз делается умножением.

5)  $\frac{3}{56} \cdot 10 = \frac{15}{28}$  всего расстояния прошёл до встречи первый автомобиль, или  $\frac{15}{28}$  всего расстояния составляют 405 км.

6)  $405 \text{ км} : \frac{15}{28} = 756 \text{ км}$  — расстояние между городами.

По части расстояния целое расстояние нашли делением на дробь, показывающую часть.

7)  $756 \text{ км} \times \frac{3}{56} = 40 \frac{1}{2} \text{ км}$  — скорость в час первого автомобиля найдена умножением на дробь (по целому расстоянию нашли его часть).

8)  $756 \text{ км} \times \frac{13}{280} = 35,1 \text{ км}$  — скорость второго автомобиля в час; здесь умножением на дробь найдена часть от целого расстояния.

Ответ: скорость первого автомобиля в час равна  $40 \frac{1}{2} \text{ км}$ .

19. Пройдёт ли по льду реки танкетка (небольшой танк), если этот лёд выдерживает давление не более 600 г на 1 кв. см, а танкетка весит 1 т 4 ц и имеет гусеницы, соприкасающиеся с грунтом на участке длиной 1 м, шириной 1 дм 4 см?

*Решение с объяснением.*

Зная длину (1 м) и ширину (14 см) участка, на котором гусеницы соприкасаются с грунтом, найдём площадь этого участка:  $100 \text{ см} \times 14 = 1400 \text{ кв. см}$ ; зная площадь одного из участков, определим общую площадь опоры:  $1400 \text{ кв. см} \cdot 2 = 2800 \text{ кв. см}$ , но танкетка весит 1 т 4 ц или 1400 кг и опирается на площадь в 2800 кв. см; узнаем отсюда давление на 1 кв. см площади льда.  $1400 \text{ кг} : 2800 = 500 \text{ г}$ . Давление в 500 г на 1 кв. см меньше 600 г, следовательно, танкетка может пройти по льду.

Ответ: да.

20. Когда выверяли двое ственных часов, то оказалось, что первые за 4 часа 56 мин. хода отставали на 37 сек., а вторые за то же время уходили вперёд на 13 сек. В воскресенье в полдень часы поставили одинаково. Какая будет разница в показаниях этих часов в ближайший понедельник в 17 час. 36 мин.?

*Решение.* 1) 12 час. + 17 час. 36 мин. = 29 час. 36 мин. прошли от полудня выходного дня до 17 час. 36 мин. первого дня недели;

2) 29 час. 36 мин. : 4 часа 56 мин. = 6; 6 раз в 29 час. 36 мин. содержится 4 часа 56 мин.;

3) 37 сек. + 13 сек. = 50 сек.; на 50 сек. увеличивается разница в показаниях часов через каждые 4 часа 56 мин.;

4) 50 сек.  $\times$  6 = 5 мин. разницы будет в показаниях часов в 17 час. 36 мин. первого дня недели.

Ответ: 5 минут.

**21.** Чтобы узнать скорость течения реки, мальчик бросил в воду палку и заметил, что она плыла от одного места до другого 7 мин. Чтобы определить расстояние между намеченными местами, мальчик измерил его шагами — оказалось 560 шагов; затем прошёл 1 км по шоссе, оказалось, что в 1 км заключается 2000 его шагов. Какова скорость течения реки в час?

*Решение.* 1) Величина шага:  $1000 \text{ м} : 2000 = 50 \text{ см}$ .

2) Расстояние между двумя местами на реке:  $50 \text{ см} \cdot 560 = 280 \text{ м}$ .

3) Скорость течения реки в минуту:  $280 \text{ м} : 7 = 40 \text{ м}$ .

4) Скорость течения в час  $40 \text{ м} \cdot 60 = 2400 \text{ м}$ .

Ответ: 2 км 400 м.

Задача с обратным ходом решения, так как пришлось начать выполнять действия над данными, помещёнными в конце условия задачи.

**22.** Палатка, получив некоторое количество капусты, в тот же день продала 128 кочанов; на следующий день она получила еще столько, сколько у неё оставалось накануне, и продала 250 кочанов. На третий день она опять получила столько, сколько оставалось накануне, и продала 300 кочанов. На этот раз вся капуста была продана без остатка. Сколько капусты было привезено в палатку первоначально? Задача с обратным ходом решения.

*Решение.* 1)  $300 : 2 = 150$ ; 150 кочанов оставалось во второй день;

2)  $150 + 250 = 400$ ; 400 кочанов было в начале второго дня;

3)  $400 : 2 = 200$ ; 200 кочанов оставалось в первый день;

4)  $200 + 128 = 328$ ; 328 кочанов привезено в палатку первоначально.

Ответ: 328 кочанов.

**23.** На барках привезены 13248 кубометров берёзовых, сосновых и еловых дров. Берёзовых было 5343 куб. м, сосновых на 397 куб. м меньше. По истечении некоторого времени было продано 3948 куб. м берёзовых дров, 4013 куб. м сосновых и 2545 еловых. Сколько кубометров дров каждого сорта осталось после продажи?

*Анализ.* Чтобы ответить на вопрос: сколько дров каждого сорта осталось после продажи, надо знать, сколько было привезено дров каждого сорта и сколько дров каждого сорта было продано. Чтобы узнать, сколько дров каждого сорта было привезено, надо число

13248 разделить на 3 части так, чтобы в первой было 5343, во второй на 397 меньше первого числа, в третьей — остальное. Количество проданных дров каждого сорта известно из условия.

*Решение с объяснением.*

1) Сколько было привезено сосновых дров, если берёзовых привезли 5343 *куб. м.*, а сосновых меньше этого количества на 397 *куб. м.* Уменьшение числа на несколько единиц делается посредством вычитания.

$$5343 - 397 = 4946 \text{ (куб. м.)}$$

2) Сколько было привезено берёзовых и сосновых дров (вместе), если берёзовых привезли 5343 *куб. м.*, а сосновых 4946 *куб. м.* Здесь по двум частям узнаем целое, поэтому делаем сложение чисел.

$$5343 + 4946 = 10289 \text{ (куб. м.)}$$

3) Сколько было привезено еловых дров, если известно, что всего привезли 13248 *куб. м.*, а дров берёзовых и сосновых 10289 *куб. м.* Здесь по целому (сумма) и части (слагаемому) узнаем другую часть (слагаемое), поэтому применим вычитание чисел.

$$13248 - 10289 = 2959 \text{ (куб. м.)}$$

4) Сколько берёзовых дров осталось после продажи, если их было привезено 5343 *куб. м.*, а продано 3948 *куб. м.*

$$5343 - 3948 = 1395 \text{ (куб. м.)}$$

5) Сколько сосновых дров осталось после продажи, если их было привезено 4946 *куб. м.*, а продано 4013 *куб. м.*

$$4946 - 4013 = 933 \text{ (куб. м.)}$$

6) Сколько еловых дров осталось после продажи, если их было привезено 2959 *куб. м.*, а продано 2545 *куб. м.*

$$2959 - 2545 = 414 \text{ (куб. м.)}$$

Ответ: 1395 *куб. м.*; 933 *куб. м.*; 414 *куб. м.*

---

Среди составных задач целесообразно выделить в отдельные группы:

- 1) задачи на зависимость между компонентами и результатами четырёх арифметических действий;
- 2) задачи на нахождение дроби числа и числа по данной его дроби и
- 3) задачи на вычисление среднего арифметического.

Для решения арифметических задач надо хорошо знать в первую очередь, какие задачи решаются тем или другим действием, отчётливо представлять понятия: „на столько-то больше или меньше“, „во столько-то раз больше или меньше“, разбираться в зависимости между компонентами и результатами действий и, наконец, уметь находить дробь числа и число по данной его дроби.

### III. ЗАДАЧИ НА ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ И РЕЗУЛЬТАТАМИ ЧЕТЫРЁХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ.

Зависимость между слагаемым и суммой, изменение суммы, зависимость между уменьшаемым, вычитаемым и разностью, изменения разности, зависимость между сомножителями и произведением, изменение произведения, зависимость между делимым, делителем и частным, изменение частного — закрепляются на решении задач.

Эти задачи в силу своей отвлечённости трудно даются учащимся. Они решаются систематически в курсе школьной арифметики.

Ниже приведены типичные задачи на зависимость между компонентами и результатами четырёх арифметических действий, встречающиеся в школьной практике.

Некоторые из этих задач решаются способом обратности<sup>1</sup> (см. № 40, 41, 46 и др).

**24.** Во II и III классах средней школы 83 ученика. В I классе на 12 учеников больше, чем в III. Сколько учеников в I и II классах вместе?

*Решение.* Сумма чисел учеников II и III классов 83; первое слагаемое не изменяется, второе увеличивается на 12, поэтому сумма чисел учеников II и I классов равна:

$$83 + 12 = 95.$$

Ответ: 95 учеников.

**25.** На заводе 6 цехов. В первом, втором и третьем цехах всего 170 станков. В четвёртом цехе на 12 станков меньше, чем в первом, в пятом цехе на 19 больше, чем во втором, и в шестом цехе на 11 меньше, чем в третьем. Сколько всего станков на заводе?

*Решение.* Число станков в первом, втором и третьем цехах — это сумма трёх слагаемых; из них первое уменьшается на 12, второе увеличивается на 19, третье уменьшается на 11. Новая сумма — число станков в четвёртом, пятом и шестом цехах — должна быть меньше 170 на  $12 + 11 - 19 = 4$ ;  $170 - 4 = 166$ . Таким образом, общее количество станков в 6 цехах должно быть  $170 + 166 = 336$  станков.

Ответ: 336 станков.

**26.** Из посаженных деревьев засохло 38 берёзок и 19 ёлок, после чего берёз осталось на 18 деревьев больше, чем ёлок. Каких деревьев было посажено больше и на сколько?

*Решение.* Разность между числом посаженных берёз и числом посаженных ёлок уменьшилась на 38 (уменьшаемое уменьшилось на 38), увеличилась на 19 (вычитаемое уменьшилось на 19); следовательно,

---

<sup>1</sup> Способом обратности решаются задачи, в которых над неизвестным числом совершён ряд определённых действий. Результат от этих действий известен. Чтобы найти неизвестное, надо с результатом сделать обратные действия и в обратном порядке.

эта разность уменьшилась на  $38 - 19 = 19$ ; разность была равна  $18 + 19 = 37$ . Берёз было посажено на 37 больше, чем ёлок.

Ответ: берёз на 37 больше.

27. При выполнении сложения и вычитания на доске стёрлись некоторые цифры, вследствие этого на доске осталось следующее:

1) $\begin{array}{r} 50?34 \\ + 279?5 \\ + 3412? \\ \hline ?450 \\ \hline 120732 \end{array}$	2) $\begin{array}{r} 4?121 \\ + ?3045 \\ + 72?30 \\ \hline 821?? \\ \hline 238512 \end{array}$	3) $\begin{array}{r} ?274? \\ - 1??83 \\ \hline 73265 \end{array}$	4) $\begin{array}{r} 50?4? \\ - ?3475 \\ \hline 26867 \end{array}$
---	--	--	--

Восстановить стёртые цифры.

*Решение 1-го примера.* 1)  $4 + 5 + ? = 12$ ; цифра единиц в третьем слагаемом 3;

2)  $1 + 3 + ? + 2 + 5 = 13$ ; цифра десятков во втором слагаемом 2;

3)  $1 + ? + 9 + 1 + 4 = 17$ ; цифра сотен в первом слагаемом 2;

4)  $1 + 7 + 4 + ? = 20$ ; цифра тысяч четвёртого слагаемого 8.

*Решение 3-го примера.* 1)  $? - 3 = 5$ ; цифра единиц уменьшаемого 8;

2)  $6 - ? = 2$ ; цифра сотен вычитаемого 4;

3)  $12 - ? = 3$ ; цифра тысяч вычитаемого 9;

4)  $? - 1 = 7$ ; цифра десятков тысяч уменьшаемого  $8 + 1 = 9$ .

Ответ: 1) $\begin{array}{r} 50234 \\ + 27925 \\ + 34123 \\ \hline 8450 \\ \hline 120732 \end{array}$	2) $\begin{array}{r} 40721 \\ + 43045 \\ + 72630 \\ \hline 82116 \\ \hline 238512 \end{array}$	3) $\begin{array}{r} 92748 \\ - 19483 \\ \hline 73265 \end{array}$	4) $\begin{array}{r} 50342 \\ - 23475 \\ \hline 26867 \end{array}$
--	--	--	--

28. При вычитании двух чисел ученик принял в разряде сотен уменьшаемого цифру 5 за 3, а в разряде тысяч — цифру 2 за 8; в вычитаемом же принял цифру десятков 0 за 9, а цифру единиц 7 за 4; он получил разность 19377. На сколько ошибся ученик, и чему равна истинная разность?

*Решение.* 1)  $500 - 300 = 200$ ; 2)  $8000 - 2000 = 6000$ ; 3) уменьшаемое было увеличено на  $6000 - 200 = 5800$ ; 4)  $7 - 4 = 3$ ; 5)  $90 - 3 = 87$ ; вычитаемое было увеличено на 87; 6) разность увеличена на  $5800 - 87 = 5713$ ; 7) истинная разность равна  $19377 - 5713 = 13664$ .

Ответ: ошибка 5713; разность 13664.

29. На этажерке лежало на 47 книг больше, чем в шкафу. Сколько книг надо переложить с этажерки в шкаф, чтобы в нём было на 17 книг больше, чем на этажерке?

*Решение.* В шкаф переложили: 1) 17 книг и 2) половину оставшегося на этажерке излишка, т. е.  $(47 - 17) : 2 = 15$ ; 15 книг, а всего  $17 + 15 = 32$  (книги).

Ответ: 32 книги.

**30.** Уменьшаемое 2550. Если сложить уменьшаемое с разностью, то получится число втрое больше вычитаемого. Найти вычитаемое.

*Решение.* Уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с разностью. Уменьшаемое, сложенное с разностью, равно вычитаемому, сложенному с удвоенной разностью. Вычитаемое, сложенное с удвоенной разностью, равно утроенному вычитаемому.

Отсюда: удвоенная разность равна удвоенному вычитаемому, или разность равна вычитаемому. Поэтому вычитаемое равно половине уменьшаемого:  $2550 : 2 = 1275$ .

Ответ: 1275.

**31.** Произведение двух чисел 345; оно уменьшится на 69, если множитель уменьшить на 3. Найти множимое и множитель.

*Решение.* Если множитель уменьшится на 3, то произведение уменьшится на утроенное множимое. Множимое равно  $69 : 3 = 23$ ; множитель равен  $345 : 23 = 15$ .

Ответ: 23; 15.

**32.** Произведение двух чисел равно 19734; если множимое увеличить на 35, то произведение будет равно 21099. Найти сомножитель.

*Решение.* 1)  $21099 - 19734 = 1365$ ;

2) 1365 равно 35 множителям;  $1365 : 35 = 39$  — множитель;

3)  $19734 : 39 = 506$  — множимое.

Ответ: 506; 39.

**33.** В одной книге заключается некоторое число букв. Во сколько раз больше или меньше букв в другой книге, в которой число страниц в 4 раза больше, чем в первой, на каждой странице в 3 раза больше строк, но в каждой строке вдвое меньше букв?

*Решение.* Число букв в книге равно произведению числа букв в строке на число строк на странице и на число страниц в книге. Произведение это увеличивается в 12 раз и уменьшается в 2 раза — значит, увеличивается в 6 раз.

Ответ: в 6 раз больше.

**34.** Что сделается с произведением  $24 \cdot 15$ , если первый сомножитель увеличим на 3 единицы, а второй на 7?

*Решение.* 1)  $24 \cdot 15 = 360$ ; 2)  $(24 + 3) \cdot (15 + 7)$ . Чтобы умножить  $(24 + 3)$  на сумму двух чисел, надо умножить  $(24 + 3)$  на каждое слагаемое и результаты сложить  $(24 + 3) \cdot 15 + (24 + 3) \cdot 7$ . Чтобы сумму двух чисел умножить на число, надо каждое слагаемое умножить на это число и результаты сложить  $(24 \cdot 15 + 3 \cdot 15) + (24 \cdot 7 + 3 \cdot 7)$ . Чтобы к сумме прибавить другую сумму, надо прибавить последовательно одно слагаемое за другим:

$$24 \cdot 15 + 3 \cdot 15 + 24 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 594;$$

$$3 \cdot 15 + 24 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 234.$$

Ответ: увеличится на 234.

**35.** Что делается с произведением  $24 \times 55$ , если первый сомножитель уменьшить на 3, а второй на 7?

*Решение.* Чтобы умножить  $(24 - 3)$  на разность  $(55 - 7)$ , надо  $(24 - 3)$  умножить на уменьшаемое, потом  $(24 - 3)$  умножить на вычитаемое и из первого произведения вычесть второе:  $(24 - 3) \times 55 - (24 - 3) \cdot 7$ . При умножении разности на число, умножают на это число уменьшаемое, потом вычитаемое и из первого произведения вычитают второе:  $(24 \cdot 55 - 3 \cdot 55) - (24 \cdot 7 - 3 \cdot 7)$ . Чтобы вычесть разность, вычитают уменьшаемое и к результату прибавляют вычитаемое (или в обратном порядке):  $24 \cdot 55 - 3 \cdot 55 - 24 \cdot 7 + 3 \cdot 7$ . Произведение  $24 \cdot 55$  уменьшилось на  $3 \cdot 55 + 24 \cdot 7 - 3 \cdot 7 = 312$ .

Ответ: уменьшится на 312.

**36.** Если неизвестное число разделить на 7 и частное сложить с делимым и делителем, то получится 263. Найти это число.

*Решение.* Делитель равен 7. Седьмая часть делимого, сложенная с делимым и числом 7, равна 263. Отсюда: слагаемое — восемь седьмых частей делимого — равно сумме 263 без другого слагаемого 7;  $263 - 7 = 256$ ;  $256 : 8 = 32$ ;  $37 \cdot 7 = 224$ .

Ответ: 224.

**37.** Для 48 лошадей сделан запас овса на некоторое время. Сколько времени можно прокормить 16 лошадей шестой частью сделанного запаса при той же норме выдачи овса на каждую лошадь?

*Решение.* Время прокорма лошадей определяется, как частное от деления величины запаса корма на количество корма, выдаваемого всем лошадям в единицу времени. Если делимое уменьшается в 6 раз и делитель уменьшится в  $48 : 16 = 3$  раза (делитель равен произведению числа, показывающего норму выдачи в день одной лошади, на число лошадей, здесь множитель уменьшается в 3 раза) — частное уменьшается в 2 раза ( $6 : 3 = 2$ ).

Ответ: время уменьш. в 2 раза.

**38.** Восстановить пропущенные цифры в примерах:

$$\begin{array}{r} 1) \quad ???? \\ \times \quad ?2 \\ \hline 18?48 \\ 7499? \\ \hline ???66? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad ????? \\ \times \quad 34? \\ \hline 7834? \\ ????? \\ \hline 235038 \\ \hline ?? ??? ?6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 9?1?5 \quad | \quad 1?4? \\ \hline 9415 \quad 67 \\ 0 \\ \hline 4) \quad ???9744 \quad | \quad 345? \\ \hline ????? \quad 3?? \\ \hline 8294 \\ ?? ?? \\ \hline 138?4 \\ ?? ?? \end{array}$$



*Решение 1-го примера.* Последняя цифра 2-го частного произведения может быть только одна, это 2, так как  $? + 4 = 6$ ; сумма эта не может равняться 16. Третья цифра 1-го частного произведения должна дать в сумме с 9 число, оканчивающееся на 6, т. е. 16;  $? + 9 = 16$ ;  $? = 7$ ; отсюда видно, что первое частное произведение 18748, множимое  $18748 : 2 = 9374$ ; второе частное произведение 74992, искомая цифра множителя  $74992 : 9374 = 8$ ; произведение 768668.

*Решение 2-го примера.* Цифра единиц 1-го частного произведения 6. Разберём произведения однозначных чисел, оканчивающихся на 6: это будут произведения:

$$3 \cdot 2; 2 \cdot 3; 4 \cdot 4; 4 \cdot 9 \text{ и т. д.}$$

За единицы множимого и множителя нельзя взять ни  $3 \cdot 2$ , ни  $8 \cdot 2$ , так как множимое не может равняться  $78346 : 2 = 39173$ ; в этом случае произведение единиц множимого на третью цифру множителя не может оканчиваться на 8.

Числа 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 не являются делителями числа 78346 и потому никакая пара сомножителей, содержащих эти числа на месте единиц множителя, не может стоять в разрядах единиц множимого и множителя. Возьмём числа 6 и 1. Тогда множимое равно 78346, второе частное произведение 313384, общее произведение 26715986.

*Решение 3-го примера.* Разделим  $9415 : 7 = 1345$ ; это — делитель. Умножив делитель на частное 67, получим делимое  $1345 \cdot 67 = 90115$ .

*Решение 4-го примера.* Последнее делимое 138?4 должно делиться без остатка на 345?. Частное 4. Эта цифра единиц частного. Цифрой единиц делителя может быть 1 или 6, так как произведение единиц делителя и частного должно оканчиваться на 4;  $3451 \cdot 4 = 13804$ ; здесь 1380 должно получиться как остаток при делении 8294 на делитель 3451; вторая цифра частного равна 2. Помножив 3451 на 324, получаем 1118124, последние же цифры делимого должны быть 9744. Поэтому возьмём делитель 3456. Тогда делимое равно  $3456 \cdot 324 = 1119744$ .

**39.** Разность двух чисел равна 2. Если разделить первое число на 7, а второе на 13, то разность частных будет равна 56. Определить каждое число.

*Решение.* Разность двух чисел 2. Разность седьмой части первого и тринадцатой части второго числа равна 56. Если увеличить все числа этой разности в 7 раз, то получим: разность первого числа и семи тринадцатых частей второго равна  $56 \cdot 7 = 392$ . Уменьшаемые первой и второй преобразованной разности равны первому числу; вычитаемое второй преобразованной разности меньше, чем первой, на шесть тринадцатых частей второго числа, остаток второй разности больше на  $392 - 2 = 390$ .

Значит, шесть тринадцатых частей 2-го числа равны 390;  $(390 : 6) \cdot 13 = 845$ ;  $845 + 2 = 847$ .

Ответ: 847; 845.

40. Если от неизвестного числа отнимем 17, разность разделим на 6, к частному прибавим 18, сумму умножим на 12, от произведения отнимем 28, то в разности получится 212. Найти неизвестное число.

*Решение.* 1) Сложив последнюю разность 212 с вычитаемым 28, получим уменьшаемое:  $212 + 28 = 240$ ;

2) число 240 равняется произведению некоторой суммы на 12; разделив произведение 240 на множитель 12, найдём множимое:  $240 : 12 = 20$ ;

3) число 20 есть сумма 18 и неизвестного слагаемого; отняв от суммы 20 слагаемое 18, найдём другое слагаемое:  $20 - 18 = 2$ ;

4) но 2 получается как частное от деления на 6 неизвестного делимого; помножив частное 2 на делитель 6, найдём делимое:  $2 \times 6 = 12$ ;

5) 12 есть разность искомого числа и 17. Искомое уменьшаемое равно сумме вычитаемого 17 и разности 12;  $12 + 17 = 29$ .

Ответ: 29.

$$41. \left( \frac{1000000 - x \cdot 7}{8} \times 5 + 529210 \right) \cdot 10 - 9999999 = 1.$$

Найти  $x$ .

*Решение.* 1) Уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с остатком:

$$\left( \frac{1000000 - x \cdot 7}{8} \times 5 + 529210 \right) \cdot 10 = 9999999 + 1 = 10000000.$$

2) Множимое равно произведению, делённому на множитель:

$$\frac{10000000 - x \cdot 7}{8} \times 5 + 529210 = 10000000 : 10 = 1000000.$$

3) Слагаемое равно сумме без другого слагаемого:

$$\frac{1000000 - x \cdot 7}{8} \times 5 = 1000000 - 529210 = 470790.$$

4) Множимое равно произведению, делённому на множитель:

$$\frac{1000000 - x \cdot 7}{8} = 470790 : 5 = 94158.$$

5) Делимое равно делителю, умноженному на частное:

$$1000000 - x \cdot 7 = 8 \cdot 94158 = 753264.$$

6) Вычитаемое равно уменьшаемому без разности:

$$x \cdot 7 = 1000000 - 753264 = 246736.$$

7) Множитель равен произведению, делённому на множимое:

$$x = 246736 : 7 = 35248.$$

Ответ:  $x = 35248$ .

Предлагается сделать проверку решения.

$$42. 315 : \left\{ 36 - \left[ \frac{(115 + 29) \cdot 3}{5x - 198} + 15 \right] \right\} = 21.$$

Найти  $x$ .

*Решение.*

1) Делитель равен делимому, делённому на частное:

$$36 - \left[ \frac{(115 + 29) \cdot 3}{5x - 198} + 15 \right] = 315 : 21 = 15.$$

2) Вычитаемое равно уменьшаемому без разности:

$$\frac{(115 + 29) \cdot 3}{5x - 198} + 15 = 36 - 15 = 21 \text{ и т. д.}$$

Ответ:  $x = 54$ .

Предлагается сделать проверку решения.

43. Сыну и дочери вместе 31 год. Отец старше сына на 28 лет, а мать старше дочери на 23 года. Сколько лет отцу и матери вместе?

Запись условия:

Сын и дочь — 31 г.

Отец старше сына на 28 л.

Мать старше дочери на 23 г.

Сколько лет отцу и матери вместе?

*Рассуждение.* Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти сумму двух слагаемых: возраста отца и возраста матери. Эта задача интересна тем, что, не находя величины каждого слагаемого отдельно, мы всё же найдём их сумму.

В условии дана сумма двух слагаемых: возраста сына и возраста дочери. Мы знаем, как изменяется сумма от изменения слагаемых: от увеличения (уменьшения) слагаемого на несколько единиц сумма увеличивается (уменьшается) на столько же единиц.

По условию задачи отец старше сына на 28 лет. Следовательно, первое слагаемое увеличено на 28 единиц, сумма 31 должна также увеличиться на 28 единиц. Далее в условии дано, что мать старше дочери на 23 года, следовательно, и второе слагаемое также увеличивается на 23 единицы. Если слагаемое увеличивается на несколько единиц, на столько же единиц увеличивается и сумма. Следовательно, сумма лет сына и дочери от изменения обоих слагаемых увеличится на 28 и 23 единицы.

*План решения.*

1) На сколько лет сумма лет отца и матери больше, чем сумма лет сына и дочери?

2) Чему равна сумма лет отца и матери?

*Решение.*

1)  $28 + 23 = 51$  (год).

2)  $31 + 51 = 82$  (года).

Ответ: отцу и матери вместе 82 года.

44. На проданном товаре магазин получил 1260 руб. прибыли. Если бы за товар было уплачено на 4800 руб. больше, а продали его вдвое дороже, чем при первой продаже, то прибыль была бы такая же. За сколько продан и за сколько куплен этот товар?

*I рассуждение.* Прибыль 1260 руб. показывает разность между суммой денег, вырученных при продаже, и стоимостью товара. Мы знаем, что разность (или остаток) не изменится, если уменьшаемое и вычитаемое увеличить или уменьшить на одно и то же число единиц.

В условии задачи дано, что прибыль не изменилась, но вычитаемое увеличено на 4800 руб. Следовательно, и уменьшаемое должно быть увеличено также на 4800 руб.

По условию задачи имеем: уменьшаемое увеличено вдвое, т. е. увеличено на число, равное самому уменьшаемому, и в то же время, чтобы разность не изменилась, уменьшаемое должно быть увеличено на 4800 руб. Следовательно, уменьшаемое или продажная цена товара = 4800 руб. Стоимость товара — вычитаемое определим по уменьшаемому и разности (уменьшаемое минус разность).

*II рассуждение.* По условию задачи, если из вырученной за товар суммы вычесть стоимость его, то получится 1260 руб. прибыли. Вырученная сумма — уменьшаемое, стоимость — вычитаемое, 1260 руб. — разность. Вырученная сумма увеличена вдвое, т. е. на сумму, равную ей самой, стоимость товара увеличена на 4800 руб., разность же их не изменилась. Следовательно, уменьшаемое и вычитаемое увеличены на одно и то же число, и вырученная сумма равна 4800 руб. Стоимость товара, как вычитаемое, равна уменьшаемому без разности, т. е. 4800 руб. — 1260 руб. = 3540 руб.

*План, решение с объяснением.*

1. Первоначальную продажную цену товара принимаем за одну часть, увеличиваем вдвое, получаем 2 части. 2 части — 1 часть = 1 часть (разность между увеличенной и первоначальной ценой при продаже).

2. Разность между продажной ценой и стоимостью товара не изменилась при увеличении стоимости товара (вычитаемого) на 4800 руб.; следовательно, и продажная цена (уменьшаемое) должна быть увеличена также на 4800 руб., т. е. 4800 руб. соответствуют 1-й части. Это и есть продажная цена товара.

3. Стоимость товара определим по правилу: вычитаемое равно уменьшаемому без разности. 4800 руб. — 1260 руб. = 3540 руб.

Ответ: товар продан за 4800 руб.,  
а стоит 3540 руб.

Проверка.

4800 руб. — 3540 руб. = 1260 руб. (прибыль).

Увеличенная продажная цена 4800 руб.  $\times$  2 = 9600 руб. Увеличенная стоимость 3540 руб. + 4800 руб. = 8340 руб. Прибыль 9600 руб. — 8340 руб. = 1260 руб. Прибыль осталась без изменений.

45. Бригада из 16 строительных рабочих отработала 288 человеко-дней. Сколько дней продолжалась работа?

*Решение с объяснением.*

Данное в условии число 288 человеко-дней есть произведение числа дней работы каждого человека (одно и то же для всех) на число людей в бригаде. Первый сомножитель неизвестен, второй равен 16. По правилу для нахождения неизвестного сомножителя надо произведение разделить на известный сомножитель. Число дней работы равно 18 ( $288 : 16$ ).

$$46. 12 - \left[ 30 - 19 \frac{1}{2} : \left( 2 \frac{3}{4} - \frac{3}{5} \cdot x \right) \right] \frac{23}{55} = 3.$$

Решение примера на определение величины  $x$  сводится к нахождению неизвестного элемента действия по известному результату и по известному элементу действия.

Для решения таких примеров необходимо твердо знать все правила зависимости между компонентами и результатом действия, а также порядок действий. Записав пример, надо прежде всего определить, какое действие в данном примере было последним по порядку.

Мысленно отбрасываем известную часть равенства, а в части равенства содержащей неизвестное, предполагаем, что вместо  $x$  стоит безразлично какое число, например 1 и намечаем порядок действий следующий:

1) умножение  $\frac{3}{5}$  на  $x$ ;

2) вычитание полученного произведения из  $2 \frac{3}{4}$ ;

3) деление  $19 \frac{1}{2}$  на полученную разность;

4) вычитание из 30;

5) умножение на  $\frac{23}{55}$  и

6) вычитание из 12; 3 является результатом вычитания, а не умножения: из 12 вычитается целое выражение, заключающее  $x$ , и разность равна 3. Находим, чему равно это выражение, содержащее  $x$ , на основании правила нахождения вычитаемого, так как 12 — уменьшаемое, выражение, заключающее  $x$ , — вычитаемое и 3 — разность. Вычитаемое равно уменьшаемому без разности, т. е.

$$1) 12 - 3 = 9.$$

$$\text{Следовательно, } \left[ 30 - 19 \frac{1}{2} : \left( 2 \frac{3}{4} - \frac{3}{5} \cdot x \right) \right] \cdot \frac{23}{55} = 9.$$

Разбирая порядок действий в левой части равенства, мы видим, что 9 равно произведению двух сомножителей: первый сомножитель представляет целое выражение, содержащее  $x$ , второй сомножитель  $\frac{23}{55}$ . Неизвестный сомножитель равен произведению, делённому на известный сомножитель, т. е.

$$2) 9 : \frac{23}{55} = \frac{9 \cdot 55}{23} = \frac{495}{23} = 21 \frac{12}{23}.$$

$$\text{Следовательно: } 30 - 19 \frac{1}{2} : \left( 2 \frac{3}{4} - \frac{3}{5} \cdot x \right) = 21 \frac{12}{23}.$$

Прямые скобки опускаем, так как на порядок действий они уже не влияют. Правая часть равна разности между числом 30 (уменьшаемое) и выражением, содер-

жащим  $x$  (вычитаемое). Вычитаемое равно уменьшаемому минус разность, т. е. вычитаемое равно:

$$3) 30 - 21 \frac{12}{23} = 8 \frac{11}{23}.$$

$$\text{Следовательно: } 19 \frac{1}{2} : \left( \frac{3}{4} - \frac{3}{5} \cdot x \right) = 8 \frac{11}{23}.$$

В данном равенстве  $8 \frac{11}{23}$  является частным от деления известного делимого  $19 \frac{1}{2}$  на неизвестный делитель (выражение, содержащее  $x$ ).

Делитель равен делимому, делённому на частное, т. е.

$$4) 19 \frac{1}{2} : 8 \frac{11}{23} = \frac{39 \cdot 23}{2 \cdot 195} = \frac{23}{10} = 2,3.$$

$$\text{Следовательно: } 2 \frac{3}{4} - \frac{3}{5} \cdot x = 2,3.$$

Круглые скобки опускаем, так как они уже не меняют порядка действий.

Правая часть — разность, в которой уменьшаемое известно и равно  $2 \frac{3}{4}$ , вычитаемое содержит  $x$ . Вычитаемое равно уменьшаемому без разности, т. е.

$$5) 2 \frac{3}{4} - 2,3 = \frac{15 - 6}{20} = \frac{9}{20}.$$

$$\text{Следовательно: } \frac{3}{5} \cdot x = \frac{9}{20}.$$

В полученном равенстве  $\frac{9}{20}$  произведение,  $\frac{3}{5}$  известный множитель,  $x$  — неизвестный множитель. Неизвестный множитель равен произведению, делённому на известный множитель, т. е.

$$6) \frac{9}{20} : \frac{3}{5} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 3} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Следовательно: } x = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{3}{4}.$$

Чтобы проверить правильность решения, надо поставить вместо  $x$  найденную его величину, т. е.  $\frac{3}{4}$ , и произвести все указанные в левой части равенства действия.

Ответ должен равняться 3.

$$\text{Проверка. } 12 - \left[ 30 - 19 \frac{1}{2} : \left( 2 \frac{3}{4} - \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \right) \right] \cdot \frac{23}{55} = ?$$

$$1) \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}; \quad 2) 2 \frac{3}{4} - \frac{9}{20} = 2 \frac{15 - 9}{20} = 2 \frac{6}{20} = 2 \frac{3}{10};$$

$$3) 19 \frac{1}{2} : 2 \frac{3}{10} = \frac{39 \cdot 10}{2 \cdot 23} = \frac{105}{23} = 8 \frac{11}{23}; \quad 4) 30 - 8 \frac{11}{23} = 21 \frac{12}{23};$$

$$5) 21 \frac{12}{23} \cdot \frac{23}{55} = \frac{495 \cdot 23}{23 \cdot 55} = 9; \quad 6) 12 - 9 = 3.$$

Противоречия с условием примера нет.

47. Я задумал число; если отнять от него  $1\frac{1}{2}$ , разность умножить на  $\frac{4}{5}$ , к произведению прибавить 2,84 и полученную сумму разделить на 0,01, то получится 700. Какое число я задумал?

Условие задачи можно записать в виде примера со скобками. Задуманное число обозначаем через  $x$ . По условию задачи пишем:  $x - 1\frac{1}{2}$ . Полученную разность заключаем в скобки, умножаем на  $\frac{4}{5}$ , к произведению прибавляем 2,84, полученную сумму снова заключаем в скобки и делим на 0,01. В конечном подсчете имеем по условию задачи 700. Запись условия задачи получаем в следующем виде:

$$\left[ \left( x - 1\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{4}{5} + 2,84 \right] : 0,01 = 700.$$

Решаем задачу на основании правил зависимости между элементами действий.

48. На одной подводе лежало клады на 8,5 ц больше, чем на другой; когда на обе подводы прибавили клады, то на первой стало только на 7,1 ц больше, чем на второй. Сколько клады прибавлено на вторую подводу, если на первую прибавлено 4,7 ц?

*Решение.* 1) Когда на первую подводу (уменьшаемое) прибавили 4,7 ц клады, на ней стало на 8,5 ц + 4,7 ц = 13,2 ц больше, чем на второй (разность увеличилась до 13,2);

2) но на первой подводе стало больше только на 7,1 ц — значит, на вторую подводу прибавили 13,2 ц — 7,1 ц = 6,1 ц (вычитаемое увеличили на 6,1).

Ответ: 6,1 ц.

49. Что сделается с величиной дроби, если числитель умножим на  $\frac{2}{3}$ , а знаменатель на  $\frac{3}{4}$ ?

*Решение.* Благодаря указанным в задаче действиям дробь умножится на число  $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$ . Таким образом она уменьшится в  $1 : \frac{8}{9} = 1\frac{1}{8}$  раза. Проверить на примере.

50. Во сколько раз увеличится или уменьшится произведение:

1) если к множимому прибавить  $\frac{1}{4}$  множимого, а к множителю  $\frac{1}{2}$  множителя?

2) если от множимого отнять  $\frac{1}{3}$  множимого, а от множителя  $\frac{3}{5}$  множителя?

3) если к множимому прибавить  $1\frac{1}{2}$  множимого, а от множителя отнять  $\frac{2}{3}$  множителя?

4) если от множимого отнять  $\frac{4}{5}$  множимого, а к множителю прибавить  $\frac{4}{9}$  множителя?



*Решение.* 1) Множимое  $+ \frac{1}{4}$  множимого  $= 1 \frac{1}{4}$  множимого; множимое увеличено в  $1 \frac{1}{4}$  раза. Таким же образом находим, что если множитель увеличился в  $1 \frac{1}{2}$  раза, то произведение увеличилось в  $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} = 1 \frac{7}{8}$  раза;

2) множимое  $-\frac{1}{3}$  множимого  $= \frac{2}{3}$  множимого; множимое уменьшено в  $1 \frac{1}{2}$  раза, множитель в  $2 \frac{1}{2}$  раза, произведение уменьшилось в  $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} = 3 \frac{3}{4}$  раза;

3) множимое увеличено в  $2 \frac{1}{2}$  раза, множитель уменьшен в 3 раза; произведение уменьшилось в  $3 : \frac{5}{2} = 1 \frac{1}{5}$  раза;

4) множимое уменьшено в 5 раз, множитель увеличен в  $1 \frac{4}{9}$  раза; произведение уменьшилось в  $5 : \frac{13}{9} = \frac{45}{13} = 3 \frac{6}{13}$  раза.

Ответы: 1) увелич. в  $1 \frac{7}{8}$  раза; 2) уменьш. в  $3 \frac{3}{4}$  раза;

3) уменьш. в  $1 \frac{1}{5}$  раза; 4) уменьш. в  $3 \frac{6}{13}$  раза.

51. Как изменится величина дроби, если:

1) к числителю прибавить  $\frac{3}{5}$  числителя, а из знаменателя вычесть  $\frac{3}{8}$  знаменателя?

2) из числителя вычесть  $\frac{5}{7}$  числителя, а к знаменателю прибавить  $\frac{3}{14}$  знаменателя?

*Решение.* 1) Числитель увеличен в  $\frac{8}{5}$  раза, знаменатель уменьшен в  $\frac{8}{5}$  раза, дробь увеличилась в  $\frac{8}{5} \cdot \frac{8}{5} = 2 \frac{14}{25}$  раза;

2) числитель уменьшен в  $3 \frac{1}{2}$  раза, знаменатель увеличен в  $\frac{17}{14}$  раза, дробь уменьшится в  $\frac{7}{2} \cdot \frac{17}{14} = 4 \frac{1}{4}$  раза.

Ответ: 1) увелич. в  $2 \frac{14}{25}$  раза; 2) уменьш. в  $4 \frac{1}{4}$  раза.

52. Ученику надо было сложить два смешанных числа. По ошибке он поставил в большом числе запятую на две цифры левее, чем следовало, и получил в сумме 27,8986, тогда как истинная сумма 400. Найти слагаемые.

*Решение.* Перенесением запятой влево через две цифры ученик уменьшил одно из слагаемых в 100 раз, или на 0,99 его величины. Сумма уменьшилась на столько же. Поэтому  $400 - 27,8986 = 372,1014$  составляет 0,99 слагаемого.

Найдём это слагаемое, разделив  $372,1014$  на  $0,99$ .  $372,1014 : 0,99 = 375,86$ . Вычтя из суммы  $400$  слагаемое  $375,86$ , найдём второе слагаемое:  $400 - 375,86 = 24,14$ .

Ответ:  $375,86; 24,14$ .

**53.** Разность двух чисел  $6\frac{2}{3}$ ; если уменьшаемое разделить на  $\frac{6}{7}$ , а вычитаемое оставить без перемены, то в разности получится 10. Найти эти числа.

*Решение.* При делении уменьшаемого на  $\frac{6}{7}$  оно будет умножено на  $\frac{7}{6}$ , или увеличено на  $\frac{1}{6}$  часть. Остаток увеличился на такое же число (так как вычитаемое не изменилось).

$10 - 6\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$ ;  $3\frac{1}{3}$  есть  $\frac{1}{6}$  часть уменьшаемого; уменьшаемое равно  $3\frac{1}{3} \cdot 6 = 20$ ; вычитаемое равно уменьшаемому без разности:  $20 - 6\frac{2}{3} = 13\frac{1}{3}$ .

Ответ:  $20; 13\frac{1}{3}$ .

**54.** Даны два числа  $10\frac{2}{3}$  и  $4\frac{1}{2}$ . Сколько раз надо прибавить к  $10\frac{2}{3}$  по  $\frac{1}{48}$  и столько же раз вычесть из  $4\frac{1}{2}$  по  $\frac{1}{12}$ , чтобы разность между новыми числами равнялась  $8\frac{1}{4}$ ?

*Решение.* 1) Разность данных чисел:  $10\frac{2}{3} - 4\frac{1}{2} = 6\frac{1}{6}$ ;

2) после указанных действий она увеличится на  $8\frac{1}{4} - 6\frac{1}{6} = 2\frac{1}{12}$ ;

3) если прибавить один раз к уменьшаемому  $\frac{1}{48}$  и вычесть из вычитаемого  $\frac{1}{12}$ , то разность увеличится на  $\frac{1}{48} + \frac{1}{12} = \frac{5}{48}$ ;

4) разность увеличится на  $2\frac{1}{12}$ , если изменение уменьшаемого и вычитаемого сделать

$$2\frac{1}{12} : \frac{5}{48} = 20 \text{ раз.}$$

Ответ: 20 раз.

**55.** Наименьшее общее кратное двух чисел 5040, наибольший общий делитель их 24. Одно из чисел 240, найти другое.

*Решение.* 1)  $240 : 24 = 10$  — произведение группы сомножителей в составе числа 240, кроме наибольшего общего делителя;

2)  $5040 : 10 = 504$ . Исключив полученное произведение из наименьшего общего кратного, получаем второе число.

Ответ: 504.

**56.** Наибольший общий делитель двух чисел 20, наименьшее общее кратное 420. Найти оба числа.

*Решение.* Произведение наибольшего общего делителя на наименьшее общее кратное двух чисел равно произведению этих чисел. Задача имеет два решения, так как  $420 \cdot 20 = 140 \cdot 60$ .

**57.** Найти два числа, зная их сумму 168 и их наибольший общий делитель 24.

*Решение.* Каждое из слагаемых равно наибольшему общему делителю, умноженному на частное — группу сомножителей. От деления суммы этих чисел на наибольший общий делитель получится сумма частных, которые получились бы при делении слагаемых на наибольший делитель.  $168 : 24 = 7$ ; эти частные: 1 и 6; 2 и 5; 3 и 4.

Ответы: 24 и 144; 48 и 120; 72 и 96.

**58.** Сторож работает 4 дня и 5-й день отдыхает. Он начал работать в понедельник после отдыха в воскресенье. Через сколько времени он снова будет отдыхать в воскресенье?

*Решение.* Число дней, которое пройдёт, начиная с понедельника до следующего отдыха в воскресенье, — это наименьшее число, которое должно делиться на 5 (4 дня работы + 1 день отдыха) и на 7 (7 дней в неделю). Наименьшее общее кратное 5 и 7 равно 35 (дней, включая воскресенье); до воскресенья пройдет 34 дня.

Ответ: через 34 дня.

**59.** Четыре парохода отходят от пристани по одному направлению: первый каждые 5 дней, второй каждые 8 дней, третий каждые 12 дней и четвёртый каждые 15 дней. Пароходы начали движение в один день. Когда произойдёт первая встреча на этой пристани: 1) первого парохода со вторым; 2) третьего с четвёртым, 3) второго с третьим и 4) всех четырёх вместе?

*Решение.* 1) Первая встреча первого и второго пароходов произойдёт через такое число дней, которое делится и на 5, и на 8 и является наименьшим из всех кратных 5 и 8.

Наименьшее общее кратное 5 и 8 равно 40 — значит, через 40 дней;

2) третий и четвёртый пароходы встретятся в первый раз через число дней, равное наименьшему общему кратному 12 и 15, т. е. через 60 дней;

3) второй и третий пароходы встретятся в первый раз через число дней, равное наименьшему общему кратному 8 и 12, т. е. через 24 дня;

4) все четыре парохода встретятся в первый раз через число дней, равное наименьшему общему кратному 5, 8, 12 и 15, т. е. через 120 дней.

Ответ: все четыре парохода встретятся через 120 дней.

60. Мимо станции железной дороги проходят три поезда: в первом 418 пассажиров, во втором 494, в третьем 456. Сколько пассажирских вагонов в каждом поезде, если известно, что в каждом вагоне по одинаковому числу пассажиров и их число наибольшее из всех возможных?

*Решение.* Число пассажиров в вагоне, одинаковое во всех поездах и наибольшее из всех возможных, — это наибольший общий делитель чисел 418, 494 и 456, равный 38.

Число вагонов первого поезда:  $418 : 38 = 11$ , второго поезда  $494 : 38 = 13$ , третьего поезда  $456 : 38 = 12$ .

Ответ: 11; 13; 12.

61. Ученик перемножил два числа, из которых одно было на 202 более другого. Проверая умножение посредством деления полученного произведения на меньший из множителей, ученик, дебя правильно, получил в частном 288 и в остатке 67. Как оказалось, ошибка в умножении произошла оттого, что при сложении частных произведений четвертая справа цифра была написана неверно и оказалась на единицу меньше, чем следовало. Найти множимое и множитель.

*Решение.* Произведение искомых чисел вследствие ошибки при перемножении уменьшено на 1000. При делении этого неверного произведения на меньшее число получено частное 288 и остаток 67. Если бы произведение было вычислено правильно, то при проверке делением делимое было бы больше на 1000, и число  $1000 + 67$  разделилось бы на делитель без остатка. Но  $1067 = 11 \cdot 97$ , т. е. произведению двух простых чисел. Делителем не может быть 11 (при остатке 67) — значит, делитель равен 97. Меньшее число 97, большее  $97 + 202 = 299$ .

Ответ: 299; 97.

62. Из некоторого числа надо было вычесть 3789, полученную разность умножить на 105 и это произведение разделить на 1260. Чтобы сделать скорее, ученик к уменьшаемому прибавил 35, вместо вычитаемого взял 3800 и, не исправив разности, сделал ещё ошибку в умножении, начав подписывать второе частное произведение под десятками первого; вследствие этого полученный результат был на 148 меньше верного. Какой результат получил ученик? Как велик верный результат?

*1-е решение.* Последнее действие в примере деление. Частное было получено неверное, уменьшенное на 148. Значит, делимое было уменьшено на  $148 \cdot 1260 = 186480$ . Делимое равно разности неизвестного числа ( $x$ ) и 3789, умноженной на 105. В этом произведении

множимое увеличено на  $35 - 11 = 24$ , а множитель уменьшен на  $105 - 15 = 90$ . Произведение уменьшилось на разность  $(x - 3789)$ , умноженную на 90, но увеличилось на  $24 \cdot (105 - 90)$ . Выразим это равенством:  $(x - 3789) \cdot 90 - 24 \cdot 15 = 186480$  (т. е. общее уменьшение 186480 равно разности уменьшения делимого и его увеличения). Уменьшаемое  $(x - 3789) \cdot 90$  этой разности равно сумме вычитаемого и остатка.

$(x - 3789) \cdot 90 = 360 + 186480 = 186840$ ; сомножитель  $x - 3789$  равен произведению 186840, делённому на другой сомножитель 90.

$$186840 : 90 = 2076; \quad x - 3789 + 2076 = 5865.$$

*2-е решение.* Если искомое число обозначим через  $x$ , то частное выразится следующей формулой:

$$\frac{(x - 3789) \cdot 105}{1260}.$$

Вследствие сделанных учеником ошибок частное выразится следующей формулой:

$$\frac{[(x + 35) - (3789 + 11)] \cdot (105 - 90)}{1260}$$

или

$$\frac{(x - 3789 + 24) \cdot (105 - 90)}{1260}.$$

Частное уменьшилось на  $\frac{(x - 3789) \cdot 90}{1260}$ , но увеличилось на  $\frac{24 \cdot 15}{1260}$ , следовательно, уменьшилось на  $\frac{(x - 3789) \cdot 90 - 24 \cdot 15}{1260}$ , или по условию на 148. Получаем такую формулу:

$$\frac{(x - 3789) \cdot 90 - 24 \cdot 15}{1260} = 148. \quad \text{Определив } x, \text{ найдем: } x = 5865.$$

Ответ:  $x = 5865$ .

**63.** Имея два числа, отняли от большего 1 и прибавили 1 к меньшему, тогда числа оказались равными. Если же от меньшего отнять, а к большему прибавить 11, то меньшее число будет составлять  $\frac{1}{2}$  большего. Найти эти числа.

*Решение.* 1) Два числа уравниваются, если от большего отнять и к меньшему прибавить их полуразность;  $1 + 1 = 2$  — разность чисел;

2) от увеличения уменьшаемого и уменьшения вычитаемого на 11 разность увеличится на  $11 + 11 = 22$ ;

3)  $22 + 2 = 24$  — новая разность;

4) 2 доли — 1 доля = 1 доля; 1 доля равняется 24;

5)  $24 \cdot 2 = 48$ ; 6)  $48 - 11 = 37$ ; 7)  $24 + 11 = 35$ .

Ответ: 37; 35.

**64.** Наибольший общий делитель двух чисел равен сумме двух двузначных чисел, отличающихся одно от другого только порядком цифр; сумма цифр каждого из них 15. Наименьшее общее кратное искомых чисел  $4620$ ;  $\frac{4}{15}$  одного из них равны 176. Найти другое число.

*Решение.* Если два двузначные числа обозначены одними и теми же цифрами и отличаются только их порядком, то сумма этих чисел равна сумме цифр, умноженной на 10, + сумма цифр; в данном примере сумма включает в себе 15 десятков и 15 единиц и равна 165.

Итак, два искомые числа имеют наибольший общий делитель 165 и наименьшее кратное 4620. Одно из чисел  $176 : \frac{4}{15} = 660$ ; если это число разделим на общий делитель 165 и результат умножим на второе число, то получим наименьшее кратное 4620; поэтому неизвестное число равно  $4620 : \frac{660}{165} = 1155$ .

Ответ: 1155.

65. Отец в  $5\frac{1}{2}$  раза старше сына; 4 года назад он был в  $17\frac{1}{2}$  раза старше сына. Сколько лет тому и другому?

*Решение.* Решение основано на том, что разность между возрастами двух человек не изменяется с течением времени. Разность между возрастами отца и сына в частях равна  $5\frac{1}{2} - 1 = 4\frac{1}{2}$  настоящего возраста сына, или  $17\frac{1}{2} - 1 = 16\frac{1}{2}$  прежнего возраста;  $4\frac{1}{2}$  части настоящего возраста сына =  $16\frac{1}{2}$  части прежнего возраста; следовательно, возраст сына увеличился в  $\frac{33}{2} : \frac{9}{2} = \frac{11}{3}$  раза (за 4 года); если считать за 1 настоящий его возраст, то прежний составит  $\frac{3}{11}$ ;  $1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$ ; 4 года равны  $\frac{8}{11}$  настоящего возраста сына; 4 года :  $\frac{8}{11} = 5\frac{1}{2}$  лет;  $5\frac{1}{2}$  лет  $\cdot 5\frac{1}{2} = \frac{121}{4}$  лет =  $30\frac{1}{4}$  лет.

Ответ:  $30\frac{1}{4}$  лет;  $5\frac{1}{2}$  лет.

66. Найти трёхзначное число кратное 11, сумма цифр которого равна 14, если известно, что оно уменьшается на 99, когда цифры его взяты в обратном порядке.

*Решение.* Число делится на 11 — значит вторая цифра равна сумме двух других: она равна  $14 : 2 = 7$ . Число уменьшается, если взять его цифры в обратном порядке — значит число сотен больше числа единиц. Эти числа будут 6 и 1; или 5 и 2; 4 и 3. При вычитании меньшего числа из большего должно получиться 99, поэтому числа сотен и единиц должны отличаться друг от друга на 1, т. е. должны быть выбраны числа 4 и 3; искомое число 473.

Ответ: 473.

67. Два туриста имели по 900 руб.; первый прожил в неделю по 57 руб., а второй по 21 руб. Через сколько недель у второго туриста останется втрое больше денег, чем у первого?

*Решение.* Какую сумму денег должны были бы иметь туристы, чтобы через неделю у второго осталось втрое больше, чем у первого?

Если обозначить один остаток 1 частью, то другой будет 3 части; вычитаемое же в одном случае 57, а в другом 21 при одинаковых уменьшаемых. Стало быть, 2 части составляют:  $57 \text{ руб.} - 21 \text{ руб.} = 36 \text{ руб.}$ ; один остаток был 18, а другой 54. Таким образом каждый турист имел по 75 руб. ( $18 + 57$  или  $54 + 21$ ).

На самом же деле они имели по 900 руб., следовательно, требуемое отношение остатков получится не через неделю, а через  $(900 : 75) = 12$  недель.

Ответ: через 12 недель.

**68.** Цена за вход в сад 1 руб. 50 коп. Когда цену понизили, количество посетителей увеличилось на  $\frac{1}{2}$ , а сбор увеличился на  $\frac{1}{4}$ . На сколько понижена плата?

*Решение.* Сбор за вход в сад — это произведение 1,5 руб. на число посетителей. Второй сомножитель увеличился на  $\frac{1}{2}$  его, или в  $1\frac{1}{2}$  раза, произведение увеличилось на  $\frac{1}{4}$ , или в  $\frac{5}{4}$  раза. Узнаем, во сколько раз увеличился первый сомножитель  $\frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{5}{6}$  (раза), т. е. уменьшился на  $\frac{1}{6}$  часть;  $150 \text{ коп.} \cdot \frac{1}{6} = 25 \text{ коп.}$

Ответ: на 25 коп.

**69.** Отношение лет двух сестёр равно  $1\frac{3}{7}$ ; 15 лет назад возраст младшей сестры составлял 0,6 возраста старшей. Сколько лет теперь каждой сестре?

*Решение.* Решение основано на том, что разность в возрасте двух человек остаётся постоянной. Примем за 1 настоящий возраст младшей сестры, тогда возраст старшей составит  $1\frac{3}{7}$ , а разность возрастов их  $\frac{3}{7}$  возраста младшей; возраст старшей 15 лет назад составлял  $\frac{5}{3}$  возраста младшей, разность их возрастов была  $\frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$  возраста младшей; так как  $\frac{3}{7}$  возраста младшей в настоящее время равны  $\frac{2}{3}$  возраста младшей 15 лет назад, то эти числа относятся, как  $\frac{2}{3} : \frac{3}{7} = 14 : 9$ ; разность этих чисел 15; младшей было  $(15 \text{ лет} : 5) \times 9 = 27$  лет; теперь ей  $27 \text{ лет} + 15 \text{ лет} = 42$  года, старшей  $42 \text{ года} \times \frac{10}{7} = 60$  лет.

Ответ: 60; 42 года.

**70.** Туристы обедали в гостинице. Определить, сколько их было и сколько уплатил каждый, по следующим условиям. Если бы их было на 5 человек больше и если бы каждый уплатил на 2 руб.

дороже, то обед стоил бы дороже на 60 руб.; а если бы их было на 15 человек больше и каждый уплатил на 5 руб. дороже, то обед стоил бы дороже на 215 руб.

*Решение.* Стоимость обеда — это произведение цены обеда на число обедающих туристов; это произведение увеличивается при увеличении множимого и множителя на несколько единиц.

Если все туристы приплатят по 2 руб. и 5 человек внесут каждый цену обеда и 2 руб., то стоимость обеда увеличится на 60 руб.; отсюда взносы по 2 руб. всех туристов и утягерённая цена обеда равны 60 руб. — 10 руб. = 50 руб.

Взносы всех туристов по 5 руб., взносы 15 человек по 5 руб. и 15-кратная цена обеда увеличивают стоимость обеда на 15 руб.; отсюда: взносы по 5 руб. всех туристов и 15-кратная цена обеда составляют 215 руб. — 75 руб. = 140 руб. Увеличим в 3 раза слагаемое первой суммы (50 руб.). Если все туристы внесут по 2 руб. · 3 и 5 · 3 человек уплатят цену обеда, то это составит 50 руб. · 3 = 150 руб. Эта сумма больше 140 руб. на 10 руб., так как все туристы уплатили по 6 руб. вместо 5 руб., т. е. на 1 руб. больше. Следовательно, число туристов 10. (Вторые слагаемые этих сумм равны.) Узнаем цену обеда: 60 руб. — 2 руб. · 10 — 2 руб. · 5 = 30 руб. равно утягерённой цене обеда. Цена обеда 6 руб.

Ответ: 10 туристов; 6 руб.

**71.** Куплено 2 куска тесьмы: первый кусок за 1 руб. 35 коп., второй за 72 коп. Сколько метров в каждом куске, если известно, что в первом куске на 3 м больше и метр тесьмы на 3 коп. дороже, чем во втором куске?

*Решение.* Цена куска — это произведение цены 1 м (в копейках) на число метров в куске. Во втором произведении каждый множитель уменьшен на 3 единицы, произведение уменьшилось на утроенный первый множитель + утроенный второй множитель — (3 · 3), или на утроенную сумму обоих множителей — 9.

Отсюда утроенная сумма искомых чисел — 9 равна 135 — 72 = 63; утроенная сумма чисел равна 63 + 9 = 72; сумма их 24, а произведение 135; 135 = 9 · 15. В куске было 9 м тесьмы по 15 коп. или 15 м по 9 коп.

Ответ: в первом куске 9 м по 15 коп.  
или 15 м по 9 коп.

**72.** Две колхозницы продали вместе 140 яиц и выручили при этом по 240 руб. Если бы первая продала столько яиц, сколько было у второй, то она получила бы за них 180 руб., а если бы вторая продала столько яиц, сколько было у первой, то она выручила бы 320 руб. Сколько яиц было у каждой?

*Решение.* Число яиц, проданных по цене первой колхозницы, на только же увеличивается, на сколько уменьшается число яиц, про-



данных по цене второй; следовательно, вторая колхозница выручила за яйца более первой в  $\frac{4}{3}$  раза.

$$\frac{320 \text{ руб.} - 240 \text{ руб.}}{240 \text{ руб.} - 180 \text{ руб.}} = \frac{80 \text{ руб.}}{60 \text{ руб.}} = \frac{4}{3},$$

а так как при продаже колхозницы выручили поровну, то количества яиц относятся: I : II = 4 : 3;  $140 : 7 = 20$ ;  $20 \times 4 = 80$ ; 80 яиц;  $20 \times 3 = 60$ ; 60 яиц.

Ответ: первая имела 80 яиц.

73. В одном закрое 0,208 т муки, в другом 0,1 ц. Сколько раз надо насыпать в каждый загром по 7 кг, чтобы в первом стало в 4 раза больше, чем во втором.

*Решение.* 0,208 т = 208 кг; 0,1 ц = 10 кг. Обозначим через 1 часть то количество муки, которое оказалось во втором закрое после прибавления; тогда соответствующее количество муки в первом закрое равно 4 частям. В первый прибавлено 4 части — 208 кг, во 2-й 1 часть — 10 кг; количества равны. 4 части — 208 кг = 1 часть — 10 кг; отсюда 3 части равны 198 кг (уменьшаемое 4 части больше 1 части на 3 части, вычитаемое 208 кг больше 10 кг на 198 кг, разности равны; значит, 3 части = 198 кг); 1 часть = 66 кг; 66 кг — 10 кг = 56 кг; 56 кг : 7 кг = 8 (раз).

Ответ: 8 раз.

74. В магазине было крупы больше, чем муки, на 40 кг. После того как продали 10 кг муки и несколько килограммов крупы, последней осталось меньше, чем муки, на 5 кг. Сколько крупы было продано?

*Решение.* Разность количеств крупы и муки 40 кг; если вычитаемое (количество муки) уменьшить на 10 кг, то разность увеличится на 10 кг, т. е. будет равна 50 кг. Чтобы разность уменьшилась на 50 + 5, надо уменьшаемое уменьшить на 55, т. е. крупы было продано 55 кг.

Ответ: 55 кг.

#### IV. ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ЧИСЛА И ЧИСЛА ПО ДАННОЙ ЕГО ДРОБИ.

Вопрос о нахождении дроби числа и числа по данной его дроби — один из труднейших для понимания учащихся. Для выработки умения решать задачи на нахождение дроби числа и числа по данной дроби требуется проделать достаточное число задач и в продуманной методической системе.

Рассматриваемые задачи решаются: 1) способом частей; 2) способом обратности и другими способами.

75. С 45 а посева люцерны (кормовая трава) могли снять 3 сбора за год, из которых третий сбор дал 540 кг сухого корма. Зная, что

первый сбор составлял три пятых части второго, а третий — три восьмых второго, найти: 1) общий сбор за год с 45 а, 2) сбор за год с 1 га.

*Решение.* 1)  $540 \text{ кг} : 3 = 180 \text{ кг}$ , восьмая часть второго сбора люцерны;

2)  $180 \text{ кг} \cdot 8 = 1 \text{ т } 440 \text{ кг}$  — второй сбор;

3)  $1440 \text{ кг} : 5 = 288 \text{ кг}$  — пятая часть второго сбора;

4)  $288 \text{ кг} \cdot 3 = 864 \text{ кг}$  — первый сбор;

5)  $864 \text{ кг} + 1 \text{ т } 440 \text{ кг} + 540 \text{ кг} = 2 \text{ т } 844 \text{ кг}$  — сбор за год с 45 а;

6)  $2 \text{ т } 844 \text{ кг} : 45 = 63 \text{ кг } 200 \text{ г}$  — сбор с 1 а;

7)  $63 \text{ кг } 200 \text{ г} \cdot 100 = 6 \text{ т } 320 \text{ кг}$  — сбор люцерны с 1 га.

Ответ: 6 т 320 кг с 1 га.

76. На одной фабрике число работающих женщин составляет  $\frac{1}{3}$  числа работающих мужчин на этой фабрике. Какую часть составляют женщины от общего числа работающих на фабрике?

*Решение.* Женщины составляют  $\frac{1}{3}$  числа мужчин, следовательно, мужчин было 3 части, а женщин 1 часть; всего работающих было 3 части + 1 часть = 4 части. Женщины составляли  $\frac{1}{4}$  часть от общего числа работающих на фабрике.

Ответ:  $\frac{1}{4}$  часть.

77. Совхозом вновь разработано  $40 \frac{1}{2}$  га под пашню. Участок, равный  $\frac{4}{9}$  этой площади, засадили плодовыми деревьями, а  $\frac{3}{5}$  остальной площади отвели под кормовые травы. Какая площадь отведена под кормовые травы?

*1-е решение.* 1)  $\frac{1}{9}$  от  $40 \frac{1}{2}$  га равна  $\frac{81}{2}$  га : 9 =  $\frac{9}{2}$  га;

2)  $\frac{4}{9}$  от  $40 \frac{1}{2}$  га равны  $\frac{9}{2}$  га · 4 = 18 га;

3)  $40 \frac{1}{2}$  га — 18 га =  $22 \frac{1}{2}$  га;

4)  $\frac{1}{5}$  от  $22 \frac{1}{2}$  га равна  $\frac{45}{2}$  га : 5 =  $\frac{9}{2}$  га;

5)  $\frac{3}{5}$  от  $22 \frac{1}{2}$  га равны  $\frac{9}{2}$  га · 3 =  $\frac{27}{2}$  га =  $13 \frac{1}{2}$  га отведено под кормовые травы.

*2-е решение.* 1)  $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$  всей разработанной площади осталось после выделения участка под плодовые деревья;

2)  $\left(\frac{5}{9} : 5\right) \cdot 3 = \frac{1}{3}$  всей разработанной площади отведено под кормовые травы;

3)  $40 \frac{1}{2} \text{ га} : 3 = 13 \frac{1}{2} \text{ га}$  отведено под кормовые травы.

Ответ:  $13 \frac{1}{2} \text{ га}$ .

78. Поезд прошёл  $337 \frac{1}{2} \text{ км}$ .  $\frac{7}{9}$  этого расстояния он шёл по горизонтальному пути,  $\frac{3}{8}$  остатка — на подъём, а остальные под уклон. Сколько километров прошёл поезд под уклон?

Запись условия.

Всего пройдено  $337 \frac{1}{2} \text{ км}$ ;

по горизонтальному пути  $\frac{7}{9}$  всего расстояния;

на подъём  $\frac{3}{8}$  остатка.

Сколько километров прошёл поезд под уклон?

*Синтез.* Данные в задаче расположены в том порядке, в каком надо производить над ними действия.  $\frac{7}{9}$  всего расстояния пройдены по горизонтальному пути. Умножением на дробь находим, сколько километров поезд шёл по горизонтальному пути. На подъём поезд шёл  $\frac{3}{8}$  остатка. Следовательно, вторым действием узнаем остальную часть расстояния, которую поезд прошёл на подъём и под уклон (вместе), затем находим дробь  $\frac{3}{8}$  от оставшегося расстояния (пройдено на подъём) и снова находим остаток, т. е. величину пути поезда под уклон.

*План решения задачи.*

1. Узнаем расстояние, пройденное поездом по горизонтальному пути.
2. Узнаем длину остальной части пути.
3. Узнаем длину пути на подъём.
4. Узнаем длину пути под уклон.

*Решение.*

$$1) 337 \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{9} = \frac{673 \cdot 7}{2 \cdot 9} = \frac{525}{2} = 262 \frac{1}{2} \text{ (км)};$$

$$2) 337 \frac{1}{2} - 262 \frac{1}{2} = 75 \text{ (км)};$$

$$3) 75 \cdot \frac{3}{8} = \frac{225}{8} = 28 \frac{1}{8} \text{ (км)}; \quad 4) 75 - 28 \frac{1}{8} = 46 \frac{7}{8} \text{ (км)}.$$

1) Дробь от числа (или часть от числа) находится умножением на дробь. Чтобы найти  $\frac{7}{9}$  от  $337 \frac{1}{2} \text{ км}$ , надо  $337 \frac{1}{2} \text{ км}$  разделить на 9 равных частей, таких частей взять 7.

В курсе дробей эти два действия записываем одним действием — умножением на дробь, придавая умножению на дробь смысл — нахождение дроби (или части) от числа. При умножении на дробь  $\frac{7}{9}$  как раз производятся два действия: и деление на знаменатель (9), и умножение на числитель (7). В курсе целых чисел несколько частей от числа находятся и записываются двумя действиями: делением и умножением.

2) Весь путь — это сумма двух слагаемых: одно слагаемое — длина пути по горизонтали, второе — длина остальной части пути. Чтобы по сумме и одному слагаемому найти другое слагаемое, применяем вычитание.

3) Надо найти часть расстояния, а именно  $\frac{3}{8}$  от 75 км. Объяснение такое же, как в 1-м действии. Дробь от числа находится решением простой задачи: умножение на дробь.

4) 75 км — в свою очередь является суммой двух слагаемых: пути на подъём (найдено 3-м действием) и пути под уклон. Чтобы найти неизвестное слагаемое, применяем вычитание.

*Второй вариант решения.*

Весь путь обозначим (единицей) и выразим путь под уклон в частях всего пути, т. е. от единицы, затем найдём в километрах путь под уклон умножением на дробь.

*Решение.*

$$1) 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9} \text{ (всего пути осталось на подъём и под уклон);}$$

$$2) \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{1}{12} \text{ (всего пути пройдено на подъём);}$$

$$3) \frac{2}{9} - \frac{1}{12} = \frac{8 - 3}{36} = \frac{5}{36} \text{ (всего пути пройдено под уклон);}$$

$$4) 337 \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{36} = \frac{675 \cdot 5}{2 \cdot 36} = \frac{375}{8} = 46 \frac{7}{8} \text{ (км) (пройдено под уклон).}$$

*Объяснение.* 1) Весь путь — единица, является суммой двух слагаемых:  $\frac{7}{9}$  пути по горизонтали и остальной неизвестной части пути. Посредством вычитания находим неизвестное слагаемое.

2) Часть этой найденной величины представляет путь на подъём, часть от величины, выраженная определённой дробью, находится умножением на дробь. Находим путь на подъём в частях всего пути.

3) Остаток, часть пути, найденная первым действием, в свою очередь является суммой двух слагаемых: части пути на подъём и части пути под уклон. Часть пути на подъём определена вторым действием. Второе слагаемое, часть пути под уклон, найдём вычитанием.

4) В условии весь путь дан именованным числом, часть его, выраженная дробью, полученной в результате 3-го действия, представляет путь под уклон. Чтобы определить величину этого пути, применяем умножение на дробь.

**79.** Я израсходовала  $\frac{3}{4}$  от  $\frac{5}{8}$  моих денег, и у меня осталось 102 руб. Сколько денег было у меня?

*Решение.* Количество моих денег примем за 1.

Возьмём  $\frac{3}{4}$  от  $\frac{5}{8}$  единицы;  $\frac{1}{4}$  от  $\frac{5}{8}$  единицы меньше  $\frac{5}{8}$  в 4 раза, т. е. равна  $\frac{5}{32}$  единицы,  $\frac{3}{4}$  от  $\frac{5}{8}$  единицы больше  $\frac{5}{32}$  в 3 раза, т. е.  $\frac{15}{32}$  единицы. Оставшиеся деньги составляют  $1 - \frac{15}{32} = \frac{17}{32}$  единицы.

Узнаем  $\frac{1}{32}$  моих денег.  $102 \text{ руб.} : 17 = 6 \text{ руб.}$

Количество моих денег:

$$6 \text{ руб.} \cdot 32 = 192 \text{ руб.}$$

Ответ: 192 руб.

80. Разносчик продал яблоки 4 покупателям: первому  $\frac{1}{3}$  всего числа яблок и ещё 32 яблока; второму  $\frac{1}{3}$  того, что осталось от первого, и ещё 32 яблока; третьему  $\frac{1}{3}$  того, что осталось после второго покупателя, и ещё 32 яблока; четвёртому  $\frac{1}{3}$  того, что осталось от третьего, и последние 32 яблока. Сколько яблок купил каждый покупатель?

*Решение.* 1) Последние 32 яблока составляют  $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  остатка после третьего покупателя;

2)  $32 : \frac{2}{3} = 48$ ; 48 яблок осталось после третьего покупателя;

3)  $48 + 32 = 80$ ; 80 яблок — это  $\frac{2}{3}$  остатка после второго покупателя;

4)  $80 : \frac{2}{3} = 120$ ; 120 яблок осталось после второго покупателя;

5)  $120 + 32 = 152$ ; 152 яблока — это  $\frac{2}{3}$  остатка после первого покупателя;

6)  $152 : \frac{2}{3} = 228$ ; 228 яблок осталось после первого покупателя;

7)  $228 + 32 = 260$ ; 260 яблок составляют  $\frac{2}{3}$  всего количества яблок;

8)  $260 : \frac{2}{3} = 390$ ; 390 яблок было у разносчика;

9)  $390 : 3 = 130$ ;

10)  $130 + 32 = 162$  (162 яблока взял первый покупатель);

11)  $228 : 3 = 76$ ;

12)  $76 + 32 = 108$  (108 яблок взял второй).

13)  $120 : 3 = 40$ ;

14)  $40 + 32 = 72$  (72 яблока взял третий).

Ответ: 162 яблока; 108 яблок; 72 яблока.

(Задача решена методом обратности.)

81.  $\frac{7}{15}$  одного числа равны  $\frac{7}{20}$  другого. Какое число больше?

*Решение.*  $\frac{7}{15}$  первого числа равны  $\frac{7}{20}$  второго;  $\frac{1}{15}$  первого равна  $\frac{1}{20}$  второго;  $\frac{15}{15}$  первого числа равны  $\frac{15}{20}$  или  $\frac{3}{4}$  второго. Второе число больше.

*Другое решение.*  $\frac{7}{20} : \frac{7}{15} = \frac{3}{4}$ ; первое равно  $\frac{3}{4}$  второго.

Ответ: второе больше.

82. Написать несколько пар таких чисел, чтобы  $\frac{3}{4}$  одного равнялись  $\frac{5}{8}$  другого.

*Решение.* 1)  $\frac{3}{4}$  первого числа равны  $\frac{5}{8}$  второго;  $\frac{1}{4}$  первого числа равна  $\frac{5}{24}$  второго (уменьшим  $\frac{5}{8}$  в 3 раза);  $\frac{4}{4}$  первого или первое число равно  $\frac{5}{6}$  второго (увеличим  $\frac{5}{24}$  в 4 раза).

2) Берём числа, кратные 8 и 3, за второе число. Если второе 24, то первое  $\frac{5}{6}$  от 24, т. е.  $(24 : 6) \cdot 5 = 20$ .

Если второе число 120, то первое  $\frac{5}{6}$  от 120, т. е.  $(120 : 6) \cdot 5 = 100$  и т. д.

83. Данное число уменьшили на  $\frac{11}{16}$  его, потом взяли  $\frac{8}{11}$  остатка. Какую часть данного числа составляет полученный результат?

*Решение.* 1) Данное число примем за 1. Уменьшим его на  $\frac{11}{16}$  его частей.  $1 - \frac{11}{16} = \frac{5}{16}$  единицы.

2) Возьмём от  $\frac{5}{16}$  единицы  $\frac{1}{11}$  часть; для этого  $\frac{5}{16}$  уменьшим в 11 раз;  $\frac{5}{16} : 11 = \frac{5}{176}$ .

3) Возьмём  $\frac{8}{11}$  от  $\frac{5}{16}$  единицы, для этого увеличим  $\frac{5}{176}$  в 8 раз;  $\frac{5}{176} \cdot 8 = \frac{5}{22}$  (единицы) или данного числа.

*Другое решение.* 1)  $1 - \frac{11}{16} = \frac{5}{16}$ ;

2)  $\frac{5}{16} \cdot \frac{8}{11} = \frac{5}{22}$  данного числа.

84. Бочонок содержал 27 вёдер спирта. Сначала из бочонка вылили 9 вёдер и заменили вылитый спирт таким же количеством воды; потом из этой смеси отлили 9 вёдер и это количество спирта заме-

нили опять водой; в третий раз отлили 9 вёдер смеси и заменили водой. Сколько вёдер чистого спирта и сколько вёдер воды осталось в бочонке?

*Решение.* 1)  $27 - 9 = 18$  (вёд.);

2)  $9 : 27 = \frac{1}{3}$  (часть);

3)  $18 \cdot \frac{1}{3} = 6$  (вёд.);

4)  $18 - 6 = 12$  (вёд.);

5)  $12 : \frac{1}{3} = 4$  (вёд.);

6)  $12 - 4 = 8$  (8 вёдер спирта);

7)  $27 - 8 = 19$  (19 вёдер воды).

Ответ: 8 вёдер спирта  
и 19 вёдер воды.

85. Три бригады лесорубов заготовили дрова на участке. Первая бригада заготовила  $\frac{2}{3}$  всего количества без 600 кубометров; вторая  $\frac{1}{4}$  всего количества, третья  $\frac{1}{2}$  всего количества без 4000 кубометров. Сколько всего дров было заготовлено и сколько дров заготовила каждая бригада?

*Решение.* 1)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1\frac{5}{12}$ ; лесорубы заготовили меньше  $1\frac{5}{12}$  всего количества дров на  $1\frac{5}{12} - 1 = \frac{5}{12}$  его частей;

2)  $4000 + 600 = 4600$ ; лесорубы заготовили меньше  $1\frac{5}{12}$  всего количества на 4600 кубометров;

3)  $4600 : \frac{5}{12} = 11040$ ; на участке заготовлено было 11040 кубометров дров;

4)  $11040 \cdot \frac{2}{3} = 7360$  (куб. м);

5)  $7360 - 600 = 6760$  (куб. м);

6)  $11040 \cdot \frac{1}{4} = 2760$  (куб. м);

7)  $11040 : 2 = 5520$  (куб. м);

8)  $5520 - 4000 = 1520$  (куб. м).

Ответы: 6760 куб. м; 2760 куб. м; 1520 куб. м.

86. Проданы две одинаковые по весу корзины ягод. Треть первой корзины продана по  $3\frac{1}{4}$  руб. за 1 кг,  $\frac{13}{18}$  остатка по 3 руб. за 1 кг, и остальная часть по  $2\frac{11}{20}$  руб. за 1 кг. Всю вторую корзину продали по одной цене и получили на ней столько же прибыли, сколько и на первой. Почём продавали ягоды из второй корзины?

1-е решение. Предположим, что в корзинах было по 1 кг.

1) Тогда за  $\frac{1}{3}$  кг получили  $\frac{13}{4}$  руб.  $\cdot \frac{1}{3} = 1 \frac{1}{12}$  руб.;

2)  $1 \text{ кг} - \frac{1}{3} \text{ кг} = \frac{2}{3} \text{ кг}$ ;

3)  $\frac{2}{3} \text{ кг} \cdot \frac{13}{18} = \frac{13}{27} \text{ кг}$ ;

4) за  $\frac{13}{27}$  кг получили 3 руб.  $\cdot \frac{13}{27} = 1 \frac{4}{9}$  руб.;

5)  $\frac{2}{3} \text{ кг} - \frac{13}{27} \text{ кг} = \frac{5}{27} \text{ кг}$ ;

6) за  $\frac{5}{27}$  кг выручили  $2 \frac{11}{20}$  руб.  $\cdot \frac{5}{27} = \frac{17}{36}$  руб.;

7)  $1 \frac{1}{12}$  руб. +  $1 \frac{4}{9}$  руб. +  $\frac{17}{36}$  руб. = 3 руб.

За 1 кг ягод второй корзины брали по 3 руб.

2-е решение. Предположим, что в корзинах было по 18 кг.

1)  $18 \cdot \frac{1}{3} = 6$  (кг);

2)  $\frac{13}{4} \cdot 6 = 19 \frac{1}{2}$  (руб.);

3)  $18 - 6 = 12$  (кг);

4)  $12 \text{ кг} \cdot \frac{13}{18} = 8 \frac{2}{3}$  (кг);

5)  $3 \cdot \frac{26}{3} = 26$  (руб.);

6)  $12 - 8 \frac{2}{3} = 3 \frac{1}{3}$  (кг);

7)  $\frac{51}{20} \cdot \frac{10}{3} = 8 \frac{1}{2}$  (руб.);

8)  $19 \frac{1}{2} + 26 + 8 \frac{1}{2} = 54$  (руб.);

9)  $54 : 18 = 3$ .

Ответ: по 3 руб.

87. Рабочий израсходовал 0,33 своего месячного заработка на покупку мебели,  $\frac{2}{5}$  всего заработка на питание, на остальные деньги купил ботинки. Мебель стоила на 78 руб. дороже ботинок. Каков весь заработок рабочего и сколько стоила мебель?

Запись условия задачи.

Мебель 0,33 всего заработка;

питание  $\frac{2}{5}$  всего заработка;

ботинки — остальное;

мебель дороже ботинок на 78 руб.

Каков весь заработок?

*Рассуждение.* В условиях задачи дано: мебель дороже ботинок на 78 руб. Чтобы по этой разнице в цене найти весь заработок, надо эту же разницу выразить дробью в частях всего заработка.

Весь заработок, в частях которого выражен весь расход рабочего, обозначим единицей.



Весь заработок представляет сумму трёх слагаемых: 1) части заработка, израсходованной на мебель, 2) части заработка на питание и 3) остальной части заработка. Первые два слагаемые известны, третье неизвестно. Неизвестное слагаемое равно сумме минус известные слагаемые. Следовательно, часть заработка, израсходованная на ботинки, будет определена.

Зная части заработка, израсходованные на мебель и на ботинки, найдём и разницу между этими ценами в частях всего заработка. Эта разница дана именованным числом. По данной величине дроби найдём весь заработок, т. е. получим ответ на один вопрос задачи.

Зная весь заработок, найдём часть его, израсходованную на мебель, т. е. получим ответ на второй вопрос задачи.

*План решения и решение.*

1) Какая часть заработка израсходована на ботинки?

$$1 - 0,33 - 0,4 = 0,27 \text{ (часть заработка на ботинки).}$$

2) На какую часть заработка расход на мебель больше расхода на ботинки?  $0,33 - 0,27 = 0,06$  (составляют 78 руб.).

3) Каков весь заработок?  $78 \text{ руб.} : 0,06 = 7800 \text{ руб.} : 6 = 1300 \text{ руб.}$

4) Сколько стоила мебель?  $1300 \text{ руб.} \times 0,33 = 429 \text{ руб.}$

Ответ: Весь заработок 1300 руб.;  
расход на мебель 429 руб.

88. Колхоз засыпал  $\frac{3}{8}$  своего овса в первый амбар, а остальной овес — во второй. Когда из первого амбара взяли 20 ц, а из второго  $41\frac{1}{2}$  ц, то в них осталось овса поровну. Сколько овса было в каждом амбаре?

Запись условия.

В 1-м амбаре  $\frac{3}{8}$  всего овса, взято 20 ц.

Во 2-м амбаре остальное, взято  $41\frac{1}{2}$  ц.

Сколько овса было в каждом амбаре?

Осталось поровну.

*Рассуждение.* Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать, сколько было всего овса. Всё число находится по данной величине его дроби, если известно, какой именно части всего числа равняется данное именованное число.

В условии задачи дано, что в 1-й амбар высыпали  $\frac{3}{8}$  части всего овса, очевидно, вес всего овса принят за единицу, равную сумме двух слагаемых.

Часть овса высыпана в 1-й амбар — одно слагаемое, и второе слагаемое — остальная часть, насыпанная во 2-й амбар. Из 2-го амбара взяли больше, чем из 1-го, и в обоих амбарах осталось поровну.

Из 2-го амбара взяли больше потому, что там было больше.

Разница в количестве овса, выраженная в частях всего овса, будет равняться разнице в количествах взятого овса, выраженной именованным числом (при равных остатках разность между уменьшаемыми равна разности между вычитаемыми). Имея эти данные, легко узнать количество всего овса, а затем количество овса в каждом амбаре отдельно.

Решению задачи помогает чертёж (рис. 1).

Из чертежа видно, что во 2-м амбаре было больше, чем в 1-м, на

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

всего овса, и эта часть соответствует

$$41 \frac{1}{2} \text{ ц} - 20 \text{ ц} = 21 \frac{1}{2} \text{ ц}.$$

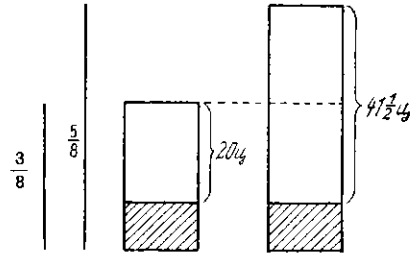


Рис. 1

Следовательно, задача сводится к нахождению числа по данной величине его дроби и затем к нахождению дроби от числа.

*Решение задачи.*

Количество всего овса принимаем за единицу.

1)  $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ ;  $\frac{5}{8}$  всего овса высыпано во 2-й амбар.

2)  $41 \frac{1}{2} - 20 = 21 \frac{1}{2}$ ; на  $21 \frac{1}{2}$  ц овса из 2-го амбара взято больше, чем из 1-го.

3)  $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ; во 2-м амбаре было больше, чем в 1-м амбаре, на  $\frac{1}{4}$  часть всего овса.

4)  $21 \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 86$ ; всего овса было 86 ц.

5)  $86 \times \frac{3}{8} = 32 \frac{1}{4}$ ;  $32 \frac{1}{4}$  ц было в 1-м амбаре.

6)  $86 \times \frac{5}{8} = 53 \frac{3}{4}$ ;  $53 \frac{3}{4}$  ц было во 2-м амбаре,

или  $86 - 32 \frac{1}{4} = 53 \frac{3}{4}$  (ц).

*Объяснение.*

1. Количество всего овса, принимаемое за единицу, состоит из двух слагаемых: часть овса, засыпанная в 1-й амбар, известное слагаемое =  $\frac{3}{8}$ , остальное высыпано во 2-й амбар, неизвестное слагаемое. По сумме и одному из слагаемых вычитанием узнаем второе слагаемое.

2. В условии дано, сколько овса взяли из каждого амбара. Вычитанием узнаем, на сколько больше овса было взято из 2-го амбара (разностное сравнение двух величин).

3. Первым действием мы узнали, какая часть овса была засыпана во 2-й амбар, узнаем теперь, на какую часть овса во 2-м амбаре было больше (также разностное сравнение двух величин).

4. Зная разницу в количестве овса в двух амбарах, выраженную именованным числом и выраженную в частях всего овса, делением на дробь находим количество всего овса (всё число по данной величине определённой его части).

5. Зная количество всего овса и зная, какую часть этого количества засыпали в 1-й амбар, умножением на дробь узнаем часть от всей величины, т. е. количество овса в 1-м амбаре.

6. Зная количество всего овса и зная, какую часть этого количества засыпали во 2-й амбар, умножением на дробь находим сколько центнеров овса было во 2-м амбаре. Количество овса во 2-м амбаре можно узнать иначе, а именно: рассматриваем количество всего овса как сумму двух слагаемых (1-й и 2-й амбар), одно слагаемое (количество овса в 1-м амбаре) известно, вычитанием находим 2-е слагаемое, количество овса во 2-м амбаре.

89. Два брата хотят купить радиоприёмник. Один может заплатить  $\frac{2}{3}$  его стоимости, а другой  $\frac{3}{5}$  этой стоимости, причём первый имеет на 39 руб. больше, чем второй. Сколько денег у каждого и сколько стоит радиоприёмник?

*Решение.* 1)  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{1}{15}$ ;

2) 39 руб. :  $\frac{1}{15} = 585$  руб. (стоит радиоприёмник);

3) 585 руб.  $\cdot \frac{2}{3} = 390$  руб. (у первого);

4) 585 руб.  $\cdot \frac{3}{5} = 351$  руб. (у второго).

Ответ: 390 руб.; 351 руб.; 585 руб.

90. В классе число отсутствующих учеников составляет  $\frac{1}{6}$  числа присутствующих. После того как из класса вышел ещё один ученик, число отсутствующих оказалось равным  $\frac{1}{5}$  числа присутствующих. Сколько учеников в этом классе?

*Решение.* Если число учеников класса примем за 1, то число отсутствующих составит  $1 : (1 + 6) = \frac{1}{7}$  всего числа учеников; во втором случае число отсутствующих увеличилось на 1; оно составило  $1 : (1 + 5) = \frac{1}{6}$  всего числа учеников;  $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ ;  $1 : \frac{1}{42} = 42$  (ученика).

Ответ: 42 ученика.

91. В две бутылки налит керосин. Если из первой бутылки перелить во вторую 0,7 л, то в обеих бутылках будет керосину поровну; если же из обеих бутылей отлить по 0,7 л, то  $\frac{5}{19}$  керосина, оставшегося в первой бутылки, будет равно  $\frac{5}{12}$  того, что останется во второй бутылки. Сколько литров керосина в каждой бутылки?

*Решение.* 1) В первой бутылки больше, чем во второй, на  $0,7 л \cdot 2 = 1,4 л$ ;

2) когда из обеих бутылок отольют поровну, разность  $1,4 л$  не изменится; остаток керосина в первой бутылке будет составлять  $\frac{5}{12} : \frac{5}{19} = \frac{19}{12}$  остатка керосина во второй бутылке;

3) если второй остаток примем за 1, первый будет равен  $\frac{19}{12}$ ;  
 $\frac{19}{12} - 1 = \frac{7}{12}$ ;

4)  $1,4 л : \frac{7}{12} = 2,4 л$ ;

5)  $2,4 л + 0,7 л = 3,1 л$ ;      6)  $3,1 л + 1,4 л = 4,5 л$ .

Ответ:  $4,5 л$ ;  $3,1 л$ .

**92.** У колхоза под пашней и сенокосом  $400 га$  земли. Если бы под пашней было меньше на участок, равный  $\frac{3}{16}$  площади сенокоса, а под сенокосом больше на  $\frac{5}{24}$  площади пашни, то под пашней и сенокосом было бы поровну. Сколько земли у колхоза под пашней и сколько под сенокосом?

*Решение.* Если площадь пашни уменьшить на  $\frac{3}{16}$  площади сенокоса, то она будет равна площади сенокоса, увеличенной на  $\frac{5}{24}$  площади пашни.

Если площадь пашни не уменьшать на  $\frac{3}{16}$  площади сенокоса, то она будет равна сумме площади сенокоса,  $\frac{5}{24}$  площади пашни из  $\frac{3}{16}$  площади сенокоса или равна  $\frac{19}{16}$  площади сенокоса +  $\frac{5}{24}$  площади пашни. (Уменьшаемое равно сумме вычитаемого и разности.)

Значит,  $\frac{19}{16}$  площади сенокоса равны  $(1 - \frac{5}{24})$  площади пашни,  $\frac{1}{16}$  площади сенокоса равна  $\frac{1}{24}$  площади пашни, а  $\frac{16}{16}$  площади сенокоса  $\frac{16}{24}$  или  $\frac{2}{3}$  площади пашни.  $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ;  $400 : \frac{5}{3} = 240 (га)$  — площадь пашни;  
 $\frac{240 га \cdot 2}{3} = 160 га$  — площадь сенокоса.

Ответ: площадь пашни  $240 га$   
площадь сенокоса  $160 га$ .

**93.** Библиотека приобрела на  $93 руб. 75 коп.$  книг по географии и биологии, причём число книг по биологии было на 5 больше, чем число книг по географии. Если бы книг по биологии было куплено столько, сколько по географии, а по географии столько, сколько по биологии, то за книги заплатили бы  $90 руб.$  Сколько тех и других книг было куплено, если цена книги по географии составляет  $\frac{3}{4}$  цены книги по биологии?

*Решение.* За 93 руб. 75 коп. купили некоторое одинаковое число книг по географии и биологии и 5 книг по биологии; за 90 руб. можно купить то же самое число книг по географии и биологии и 5 книг по географии.

1) 93 руб. 75 коп. — 90 руб. = 3 руб. 75 коп., на столько 5 книг по биологии дороже 5 книг по географии;

2) 3 руб. 75 коп. : 5 = 75 коп.;

3) если цену книги по биологии принять за 1, то цена книги по географии составит  $\frac{3}{4}$  единицы,  $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ;

4) 75 коп. :  $\frac{1}{4} = 3$  руб. (цена книги по биологии);

5) 3 руб. ·  $\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$  руб.

6) 3 руб. · 5 = 15 руб.

7) 93,75 руб. — 15 руб. = 78,75 руб.; 78 руб. 75 коп. стоят несколько книг по географии и столько же по биологии;

8) 3 руб. +  $2\frac{1}{4}$  руб. =  $5\frac{1}{4}$  руб.

9)  $78\frac{3}{4}$  руб. :  $5\frac{1}{4}$  руб. = 15; 15 книг по географии;

10) 15 + 5 = 20; 20 книг по биологии.

Ответ: 20 книг по биологии и 15 книг по географии.

**94.** При высушивании свежие водоросли теряют  $\frac{3}{4}$  своего веса; высушенные водоросли дают при сжигании золу в количестве 0,32 своего веса; из золы получают иод в количестве 0,004 веса золы. Тинктуру иода приготавливают, растворяя иод в чистом спирте, в количестве  $\frac{1}{13}$  иода на  $\frac{12}{13}$  спирта (по весу). Сколько тинктуры иода можно приготовить из 16 т свежих водорослей?

Ответ: 66,56 кг.

**95.** При удобрении почвы навозом урожайность повышается в 1,8 раза, при химических удобрениях в 2,1 раза, а при комбинированном удобрении (навозом и химическими удобрениями) урожайность повышается в 2,8 раза. Во сколько раз повысится урожайность у колхоза, если он 0,25 своей пашни удобрит навозом,  $\frac{1}{3}$  оставшейся пашни — химическими удобрениями и остальную часть пашни — комбинированным удобрением?

*Решение.* Примем за 1 урожайность с 1 га без применения удобрений.

1) 0,25 га дадут урожаем  $0,25 \cdot 1,8 = 0,45$  единицы урожая с 1 га без удобрений;

2) 1 га — 0,25 га = 0,75 га;

3) 0,75 га ·  $\frac{1}{3} = 0,25$  га;

- 4)  $0,25 \text{ га}$  дадут урожай, равный  $0,25 \cdot 2,1 = 0,525$  единицы;  
 5)  $0,25 \text{ га} + 0,25 \text{ га} = 0,5 \text{ га}$ ;  
 6)  $1 \text{ га} - 0,5 \text{ га} = 0,5 \text{ га}$ ;  
 7)  $0,5 \text{ га}$  дадут урожай, равный  $0,5 \cdot 2,8 = 1,4$  единицы;  
 8) с  $1 \text{ га}$  получают урожай, равный  $0,45 + 0,525 + 1,4 = 2,375$  урожая без удобрений.

Ответ: в  $2 \frac{3}{8}$  раза.

## V. ЗАДАЧИ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО АРИФМЕТИЧЕСКОГО.

(Сюда входят и так называемые задачи на смешение 1-го рода.)

**96.** В 1-й день стахановской пятидневки выплавили по СССР  $37\,071 \text{ т}$  чугуна, во 2-й день  $41\,900 \text{ т}$ , в 3-й день  $40\,489 \text{ т}$ , в 4-й день  $41\,152 \text{ т}$ , в 5-й день  $41\,493 \text{ т}$ . Сколько чугуна в среднем выплавили в день?

Средним арифметическим (простым) нескольких чисел называется частное от деления их суммы на число слагаемых, т. е., в данной задаче, если сложить все 5 чисел и разделить на 5, то получим  $40\,421 \text{ т}$ .

Всё решение можно записать в виде следующей формулы:

$$(37071 + 41900 + 40489 + 41152 + 41493) : 5 = 40421 \text{ т.}$$

Ответ:  $40\,421 \text{ т}$ .

**97.** С трёх участков собрали сено: с 1-го в  $8 \text{ га}$   $1000$  копён, со 2-го в  $12 \text{ га}$   $1670$  копён и с 3-го в  $9 \text{ га}$   $1100$  копён. Сколько копён в среднем собрали с  $1 \text{ га}$ ?

Формула решения:  $\frac{1000 + 1670 + 1100}{8 + 12 + 9} = 130$  (копён).

Ответ:  $130$  копён.

**98.** Измерение высоты горы сделали 5 раз и получили следующие результаты: 2 раза  $1017 \frac{1}{2} \text{ м}$ , 2 раза  $1018 \text{ м}$ . Средняя высота горы оказалась  $1017 \frac{1}{4} \text{ м}$ . Какой результат получился при пятом измерении?

Решение. 1)  $1017 \frac{1}{4} \text{ м} \cdot 5 = 5086 \frac{1}{4} \text{ м}$ ;

2)  $1017 \frac{1}{2} \text{ м} \cdot 2 = 2035 \text{ м}$ ;

3)  $1018 \text{ м} \cdot 2 = 2036 \text{ м}$ ;

4)  $2035 \text{ м} + 2036 \text{ м} = 4071 \text{ м}$ ;

5)  $5086 \frac{1}{4} \text{ м} - 4071 \text{ м} = 1015 \frac{1}{4} \text{ м}$ .

Ответ:  $1015 \frac{1}{4} \text{ м}$ .

**99.** На одной линии трамвая находятся в движении 10 вагонов, средняя часовая выручка которых равна 32 руб. 37 коп. с вагона; на другой линии каждый из 18 вагонов выручает в среднем 41 руб. 83 коп. в час; на третьей линии находятся в движении 12 вагонов. Средняя выручка вагона трамвая по всем трём линиям равна 41 руб.  $32\frac{1}{5}$  коп. в час. Найти среднюю часовую выручку вагона третьей линии.

*Решение.* 1)  $32,37 \text{ руб.} \cdot 10 = 323,7 \text{ руб.};$

2)  $41,83 \text{ руб.} \cdot 18 = 752,94 \text{ руб.};$

3)  $323,7 \text{ руб.} + 752,94 \text{ руб.} = 1076,64 \text{ руб.};$

4)  $41,322 \text{ руб.} \cdot (10 + 18 + 12) = 1652,88 \text{ руб.};$

5)  $1652,88 \text{ руб.} - 1076,64 \text{ руб.} = 576,24 \text{ руб.};$

6)  $576,24 \text{ руб.} : 12 = 48,02 \text{ руб.}$

Ответ: 48 руб. 02 коп.

**100.** На огородном участке собрано картофеля с 20 кустов по 1,1 кг, с 40 кустов по 700 г, с 35 кустов по 1 кг 500 г и с 30 кустов по 1,25 кг с каждого. Сколько килограммов картофеля в среднем собрано с одного куста?

Задача, как и предшествовавшая, на так называемое „среднее арифметическое“ взвешенное (сложное).

*Анализ.* Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать: 1) сколько картофеля собрано со всего участка и 2) сколько кустов картофеля вырыто?

На второй вопрос легко ответить, так как в условии задачи дано, по сколько кустов отсчитывалось каждый раз. Для того чтобы ответить на первый вопрос, надо подсчитать отдельно количество собранного картофеля с 20 кустов, затем с 40 кустов, далее с 85 кустов и, наконец, с 30 кустов.

В условии задачи есть все данные для подсчёта картофеля: и количество кустов, и по сколько килограммов собирали с каждого куста. Итак, план решения задачи следующий.

*Решение.*

1) Сколько кг картофеля собрано с 20 кустов?

$$1,1 \text{ кг} \times 20 = 22 \text{ кг.}$$

2) Сколько кг картофеля собрано с 40 кустов?

$$0,7 \text{ кг} \times 40 = 28 \text{ кг.}$$

3) Сколько кг картофеля собрано с 35 кустов?

$$1,5 \text{ кг} \times 35 = 52,5 \text{ кг.}$$

4) Сколько кг картофеля собрано с 30 кустов?

$$1,25 \text{ кг} \times 30 = 37,5 \text{ кг.}$$

5) Сколько всего картофеля собрано?

$$22 \text{ кг} + 28 \text{ кг} + 52,5 \text{ кг} + 37,5 \text{ кг} = 140 \text{ кг}.$$

6) Сколько кустов картофеля вырыто?

$$20 \text{ к.} + 40 \text{ к.} + 35 \text{ к.} + 30 \text{ к.} = 125 \text{ к.}$$

7) Сколько кг картофеля в среднем собрано с одного куста?

$$140 \text{ кг} : 125 = 1,12 \text{ кг}.$$

Ответ: сбор с одного куста в среднем составляет 1,12 кг.

Запись *решения* в виде числовой формулы:

$$\frac{1,1 \cdot 20 + 0,7 \cdot 40 + 1,5 \cdot 35 + 1,25 \cdot 30}{20 + 40 + 35 + 80} = 1,12 \text{ (кг)}.$$

*Объяснение.* В условии дано, что с каждого куста собирают 1,1 кг. Надо узнать, сколько картофеля собрано с 20 кустов. Решаем простую задачу на умножение, когда по величине одного из равных слагаемых и по числу их находим сумму.

В вопросах 2-м, 3-м и 4-м — такое же объяснение.

В последнем действии мы делим сумму нескольких слагаемых на число их, т. е. находим среднее арифметическое нескольких чисел.

*Замечание.* При нахождении среднего арифметического часто приходится округлять получаемый ответ до требуемой точности.

**101.** Среднее арифметическое трёх чисел равно  $1\frac{3}{5}$ . Одно из этих чисел равно 1, другое равно 1,2. Найти третье число.

*1-е решение.* 1) Сумма всех трёх слагаемых равна  $1\frac{3}{5} \cdot 3 = 4\frac{4}{5}$ ;

2) сумма первых двух слагаемых равна  $1 + 1,2 = 2,2$ ;

3) третье слагаемое равно  $4\frac{4}{5} - 2,2 = 2,6$ .

*2-е решение.* Если сложить все три числа, разделить на 3, то получим  $1\frac{3}{5}$ . Всё решение можно записать в виде следующей формулы:

$$\frac{1 + 1,2 + x}{3} = 1\frac{3}{5},$$

и решение задачи сводится к определению  $x$ . Незвестное в делимом. Делимое равно делителю, умноженному на частное:

$$1 + 1,2 + x = 1\frac{3}{5} \cdot 3 = \frac{8 \cdot 3}{5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}.$$

Пример принимает вид  $1 + 1,2 + x = 4\frac{4}{5}$ .  
Два слагаемых заменяем их суммой

$$2,2 + x = 4\frac{4}{5}.$$

Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо от суммы отнять известное слагаемое:

$$2,2 = 2\frac{1}{5}; \quad x = 4\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5} = 2\frac{3}{5}; \quad x = 2\frac{3}{5}.$$

Ответ: 3-е число =  $2\frac{3}{5}$ .



102. Смешано 4,5 кг орехов I сорта, 9 кг II сорта и  $2\frac{1}{4}$  кг III сорта. Смесь стоила 151,2 руб. Один килограмм I сорта стоит на 3,4 руб. дороже 1 кг II сорта и на 4,6 руб. дороже 1 кг III сорта. Сколько стоил 1 кг каждого сорта и сколько стоил 1 кг смеси?

Запись условия.

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">I сорт: 4,5 кг</td> <td style="padding: 2px 10px;"> </td> <td style="padding: 2px 10px;">1 кг I сорта дороже 1 кг II сорта на 3,4 руб.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">II „ 9 „</td> <td style="padding: 2px 10px;"> </td> <td style="padding: 2px 10px;">и дороже 1 кг III сорта на 4,6 руб.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">III „ <math>2\frac{1}{4}</math> „</td> <td style="padding: 2px 10px;"> </td> <td style="padding: 2px 10px;">Сколько стоил 1 кг каждого сорта и сколько стоил 1 кг смеси?</td> </tr> </table>	I сорт: 4,5 кг		1 кг I сорта дороже 1 кг II сорта на 3,4 руб.	II „ 9 „		и дороже 1 кг III сорта на 4,6 руб.	III „ $2\frac{1}{4}$ „		Сколько стоил 1 кг каждого сорта и сколько стоил 1 кг смеси?	<hr style="width: 100%;"/> На сумму 151,2 руб.
I сорт: 4,5 кг		1 кг I сорта дороже 1 кг II сорта на 3,4 руб.								
II „ 9 „		и дороже 1 кг III сорта на 4,6 руб.								
III „ $2\frac{1}{4}$ „		Сколько стоил 1 кг каждого сорта и сколько стоил 1 кг смеси?								

*Анализ.* Чтобы ответить на первый вопрос задачи, надо знать цену 1 кг какого-либо сорта и разность цен 1 кг трёх сортов. Так как в условии дана разность цен 1 кг II и I сорта, а также 1 кг III и I сорта, то удобнее определять цену 1 кг I сорта. Этим будет избегнуто и одно лишнее действие.

Чтобы определить цену 1 кг I сорта, надо знать: сколько было килограммов всей смеси и сколько стоила бы вся смесь по цене I сорта за килограмм.

Для определения количества смеси необходимо знать количество каждого из трёх сортов. Эти данные имеются в условии задачи.

Для определения стоимости смеси по цене I сорта за килограмм данных в условии нет. Для решения этого вопроса надо узнать: на сколько рублей повысится стоимость смеси, если цена II сорта повысится до цены I сорта; для этого надо знать количество II сорта и разность цен за 1 кг I и II сорта; те и другие данные имеются в условии.

Для решения вопроса о стоимости смеси по цене I сорта надо ещё определить, на сколько рублей повысится стоимость смеси, если цена III сорта повысится до цены I сорта; для этого надо знать количество III сорта и разность цен за 1 кг I и III сорта (имеется в условии).

Для определения новой стоимости смеси необходима прежняя стоимость смеси (дана в условии). Итак, стоимость смеси по цене I сорта может быть определена.

Чтобы ответить на второй вопрос задачи, т. е. определить цену 1 кг смеси, надо знать стоимость всей смеси (дано в условии) и количество всей смеси (определено в начале решения задачи).

Намечаем, следовательно, такой план и решение задачи.

1. Сколько было всей смеси, если I сорта было 4,5 кг, II 9 кг и III  $2\frac{1}{4}$  кг? Решаем простую задачу на сложение, когда по данным частям определяется целое:

$$4,5 \text{ кг} + 9 \text{ кг} + 2,25 \text{ кг} = 15,75 \text{ кг}.$$

2. Узнаем, на сколько рублей повысилась бы стоимость смеси, если бы цена 1 кг II сорта повысилась на 3,4 руб., и если этого сорта было 9 кг. Повышение стоимости 9 кг в 9 раз больше, чем 1 кг. Для увеличения 3,4 в 9 раз надо 3,4 умножить на 9:

$$3,4 \text{ руб.} \cdot 9 = 30,6 \text{ руб.}$$

3. На сколько рублей повысилась бы стоимость смеси, если бы цена 1 кг III сорта повысилась на 4,6 руб. и если этого сорта было  $2\frac{1}{4}$  кг; 4,6 руб. множим на  $2\frac{1}{4}$ , потому что 4,6 руб. надо увеличить в  $2\frac{1}{4}$  раза, а для решения простой задачи, когда требуется число увеличить в несколько раз, употребляется умножение:

$$4,6 \times 2\frac{1}{4} = 10,35 \text{ (руб.)}$$

4. Сколько стоила бы вся смесь по цене I сорта за 1 кг, если настоящая цена смеси 151,2 руб. и если стоимость II сорта увеличится на 30,6 руб., а стоимость III сорта увеличится на 10,35 руб.

Сумма 151,2 руб. при увеличении двух его слагаемых (стоимость II и III сорта) на несколько единиц должна увеличиться на столько же единиц. Для увеличения числа на несколько единиц употребляется сложение:

$$151,2 \text{ руб.} + 30,6 \text{ руб.} + 10,35 \text{ руб.} = 192,15 \text{ руб.}$$

5. Узнаем стоимость 1 кг I сорта, так как знаем, что 15,75 кг этого сорта стоили 192,15 руб. Для этого 192,15 руб. надо разделить на 15,75, потому что 1 кг стоил в 15,75 раза меньше, чем 15,75 кг, т. е. число 192,15 руб. делим на 15,75, так как для уменьшения числа в несколько раз применяется деление на равные части:

$$192,15 \text{ руб.} : 15,75 = 12,2 \text{ руб.}$$

6. Узнаем стоимость 1 кг орехов II сорта. Для этого решаем простую задачу на вычитание, когда надо число уменьшить на несколько единиц. Цена 1 кг II сорта на 3,4 руб. меньше цены 1 кг I сорта, т. е. меньше 12,2 руб.:

$$12,2 \text{ руб.} - 3,4 \text{ руб.} = 8,8 \text{ руб.}$$

7. Узнаем стоимость 1 кг III сорта. Для этого из 12,2 руб. отнимаем 4,6 руб., потому что 1 кг III сорта стоит на 4,6 руб. дешевле, чем 1 кг I сорта. Для уменьшения числа на несколько единиц употребляется вычитание:

$$12,2 \text{ руб.} - 4,6 \text{ руб.} = 7,6 \text{ руб.}$$

8. Узнаем цену 1 кг смеси. Для этого надо решить простую задачу на деление (на равные части), так как 151,2 руб. — это стоимость 15,75 кг, а чтобы узнать стоимость 1 кг, надо 151,2 руб. разделить на 15,75 равных частей:

$$151,2 \text{ руб.} : 15,75 = 9,6 \text{ руб.}$$

Ответ: стоимость 1 кг I сорта 12,2 руб.

"	1	"	II	"	8,8	"
"	1	"	III	"	7,6	"
"	1	"	смеси	"	9,6	"

103. Смешано 500 г воды, нагретой до температуры 10° С, с 400 г воды, нагретой до 100° С. Определить температуру смеси.

*Решение.* 1) В 500 г воды с температурой 10° С содержится  $10 \cdot 500 = 5000$  единиц теплоты (малых калорий);

2) в 400 г воды с температурой 100° С содержится  $100 \cdot 400 = 40000$  единиц;

3)  $5000 + 40000 = 45000$ ;

4)  $400 + 500 = 900$ ;

5)  $45000 : 900 = 50$ ; 50 единиц теплоты содержится в 1 кг смеси, температура её 50° С.

Ответ: 50° С.

### Задачи на сплавы.

Золотые и серебряные вещи из чистого золота и серебра почти не изготавливаются, так как эти металлы мягки и от частого употребления легко стираются, уменьшаются в своём весе, а следовательно, теряют в своей стоимости.

Для того чтобы придать им необходимую твёрдость, их сплавляют с другими металлами, чаще всего с медью. Эта примесь меди к золоту или серебру называется лигатурой. Так как цена меди очень низка в сравнении с ценой золота и серебра, то цена сплава зависит от количества в нём золота или серебра. Чтобы качество сплава выразить числом, вводят название „проба“.

Число граммов чистого золота или серебра в одном килограмме сплава называется пробой. Так, например, если говорят, что вещь сделана из золота 875 пробы, то это значит, что в 1 кг золотого сплава находится 875 г чистого золота и 125 г лигатуры, или в данной вещи содержится 875 тысячных весовых частей чистого золота. Чистое золото или чистое серебро можно назвать металлом 1000-й пробы, а медь — металлом нулевой пробы.

В задачах на сплавы 1-го рода, так же как и в задачах на смешение 1-го рода, даются количества и качество (проба) нескольких сортов веществ, входящих в сплав, а требуется определить, какого качества получился сплав (пробу сплава).

**104.** Сплавляли 180 г золота 920-й пробы со 100 г 752-й пробы. Какой пробы получился сплав?

Запись условия задачи:

180 г 920-й пробы		Какой пробы получился сплав?
100 г 752-й пробы		

*Анализ.* Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать количество чистого золота в сплаве и вес всего сплава. Для определения веса всего сплава данные имеются в условии задачи: сплав составили из двух слитков весом от 180 г и 100 г.

Чтобы узнать количество чистого золота в сплаве, надо знать количество чистого золота отдельно в каждом слитке. Для определения количества чистого золота в каждом слитке отдельно — данные также имеются в условии задачи: один слиток 920-й пробы, второй слиток 750-й пробы. По весу слитка и его пробе определим количество чистого золота в слитке.

План решения задачи следующий:

1. Узнаем вес всего сплава.
2. Узнаем количество чистого золота в первом слитке.
3. „ „ „ „ во втором „
4. „ „ „ „ во всем сплаве.
5. Узнаем пробу сплава.

*Решение.* 1)  $180 \text{ г} + 100 \text{ г} = 280 \text{ г}$ ;

2) 920-я проба, т. е. 920 тысячных весовых частей слитка;  
 $180 \text{ г} \cdot 920 \text{ тысячных} = 165600 \text{ тысячных г} = 165,6 \text{ г}$ ;

3) 752-я проба, т. е. 752 тысячных весовых частей слитка;  
 $100 \text{ г} \cdot 752 \text{ тысячных} = 75200 \text{ тысячных г} = 75,2 \text{ г}$ ;

4)  $165,6 \text{ г} + 75,2 \text{ г} = 240,8 \text{ г}$ ;

5)  $240,8 \text{ г} : 280 = 0,86 \text{ г}$ ;  $0,86 \text{ г} \cdot 1000 = 860 \text{ г}$ , т. е. 860-й пробы.

Ответ: сплав получили 860-й пробы.

**105.** В ювелирной мастерской сплавлено 457 г золота 998-й пробы, 1354 г 750-й пробы, 613 г 850-й пробы и, кроме того, 1000 г меди. Какой пробы получился сплав? Записать решение в виде формулы и вычислить полученную формулу.

*Решение.* 
$$\frac{998 \cdot 457 + 750 \cdot 1354 + 850 \cdot 613}{457 + 1354 + 613 + 1000} \approx 582.$$

Ответ:  $\approx 582$ -й пробы.

**106.** Погрузили 15600 досок буковых, сосновых и дубовых разных размеров. Буковая доска весила 44 кг, вес сосновой составлял  $\frac{1}{14}$  веса буковой доски, а вес дубовой доски был на 1 кг больше веса буковой доски; в среднем вес одной доски равнялся 38 кг. Сколько было погружено отдельно буковых, сосновых и дубовых, если буковых было погружено на 108 досок больше, чем дубовых?

*Решение.* 1) Узнаем вес всех досок  $38 \cdot 15600 = 592800$  (кг).

2) Узнаем число всех досок, если бы буковых досок было столько же, сколько и дубовых  $15600 - 108 = 15492$  (доски).

3) Узнаем вес 108 буковых досок  $44 \cdot 108 = 4752$  (кг).

4) Узнаем теперь вес всех досок, когда буковых стало столько же, сколько и дубовых  $592800 - 4752 = 588048$  (кг).

5) Узнаем вес 15492 досок, предположив, что все доски сосновые  $16 \cdot 15492 = 247872$  (кг).

6) Узнаем разницу в весе всех досок и в весе 15492 сосновых досок  $588048 - 247872 = 340176$  (кг).

7) Разница в весе 340176 кг получилась потому, что мы дубовые доски и буковые заменили сосновыми: от замены каждой дубовой и буковой доски мы теряли веса  $28 \frac{1}{2}$  кг;

$$(45 + 44) : 2 = 44 \frac{1}{2}; \quad 44 \frac{1}{2} - 16 = 28 \frac{1}{2}.$$

8) Узнаем теперь количество дубовых и буковых досок вместе

$$340176 : 28 \frac{1}{2} = 11936 \text{ (досок)}.$$

9) Определим количество каждого рода досок в отдельности  $11936 : 2 = 5968$  (дубовых досок);

10)  $5968 + 108 = 6076$  (буковых досок);

11)  $15492 - 11936 = 3556$  (сосновых досок).

Ответ: 5968; 6076; 3556.

## VI. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ.

В школьной практике кроме чисто арифметических задач, решение которых производится применением обычных приёмов синтеза и анализа, решаются и так называемые типовые задачи, для решения которых применение синтеза и анализа не всегда достаточно, а нужно уметь применять особые приёмы.

Разберём основные группы типовых задач, встречающихся в школьной практике.

**1. Задачи на нахождение двух или нескольких чисел по их сумме и разности** (деление числа на части, разностно неравные).

**107.** Избу-читальню посетили 950 человек, из них женщин было на 30 человек больше, чем мужчин. Сколько женщин посетило избу-читальню?

*Решение с объяснением.*

1) Узнаем, какое было бы общее число посетителей читальни, если бы число женщин было равно числу мужчин. Уменьшим общее число посетителей на 30;  $950 - 30 = 920$  (человек).

2) Узнаем, сколько мужчин посетили читальню, зная, что две группы, равные каждая числу мужчин, составляют 920 человек:  $920 : 2 = 460$  (мужчин).

3)  $460 + 30 = 490$ ; 490 женщин посетили читальню.

Эту задачу можно решать, уравнивая число мужчин числу женщин, т. е. большему числу. В этом случае общая сумма двух чисел должна увеличиться на 30.

1) Сколько человек посетили бы читальню, если бы число мужчин было равно числу женщин?  $950 + 30 = 980$  (человек).

2) Сколько женщин посетили читальню?  $980 : 2 = 490$  (женщин).

3) Сколько мужчин посетили читальню?  $490 - 30 = 460$  (мужчин).

Определение двух чисел по данным сумме и разности их можно сделать третьим способом. Два искомые числа могут быть уравнены, если от большего отнять и прибавить к меньшему их полуразность. Если сумму разделить пополам, то, прибавив к одной половине полуразность чисел, найдём большее число и, отняв от другой половины полуразность чисел, найдём меньшее число.

1)  $950 : 2 = 475$  — мужчин и женщин посетили бы читальню, если бы их было поровну;

2)  $30 : 2 = 15$  — полуразность чисел мужчин и женщин;

3)  $475 + 15 = 490$  — женщин;

4)  $475 - 15 = 460$  — мужчин посетили читальню.

Ответ: 490 женщин; 460 мужчин.

**108.** Два колхозника купили для посадки 500 штук капустной рассады и заплатили поровну. На огороде у одного поместилось на 40 штук больше, чем у другого, и он доплатил второму 8 руб. Сколько рассады посадил каждый колхозник и сколько стоил 1 десяток рассады?

*Решение с объяснением.*

1) Если бы оба колхозника посадили рассады поровну, по столько, сколько посадил второй, — то они посадили бы всего 500 шт. — 40 шт. = 460 шт.;

2) второй колхозник посадил 460 шт. : 2 = 230 шт. рассады;

3) первый колхозник посадил 230 шт. + 40 шт. = 270 шт.;

4) первый колхозник уплатил больше второго на 8 руб. · 2 = 16 руб. (первый уплатил половину всей стоимости + 8 руб., а второй половину стоимости без 8 руб.);

5) десяток рассады стоил 16 руб. : 4 = 4 руб.

Задачу можно решить, предположив, что оба колхозника взяли по столько штук рассады, сколько взял первый:  $500 + 40 = 540$ ;  $540 : 2 = 270$  и т. д.

Возможен третий вариант решения. Предположим, что оба колхозника разделили рассаду пополам:  $500 : 2 = 250$ . Для того чтобы у первого оказалось на 40 штук больше, он должен взять у второго  $40 : 2 = 20$  штук (у первого будет половина всей рассады + 20 штук, у второго половина без 20 штук, т. е. на 40 штук меньше). Цена 1 десятка равна 8 руб. : 2 = 4 руб.

Ответ: 270 шт.; 230 шт.; 4 руб.

**109.** В библиотеке было 6500 книг русских, французских и немецких. Французских книг было на 2560 менее, чем русских, а немецких на 220 больше, чем французских. Сколько книг каждого рода было в библиотеке?

*Анализ.* Чтобы определить число книг каждого рода, надо сначала узнать число книг на каком-либо одном языке, тогда, пользуясь данными в условии разностными отношениями чисел, можно определить число книг на других двух языках.

Задача решается способом уравнивания трёх неизвестных чисел. За неизвестное число, с определения которого надо начинать решение задачи, можно принять любое из трёх неизвестных чисел.

Приравняем, например, число книг русских и число книг немецких числу французских книг. По условию число французских книг было на 2560 менее, чем число русских книг, и на 220 книг менее, чем число немецких книг. Чтоб уравнять все три числа числу французских книг, надо уменьшить число русских на 2560 и число немецких — на 220. Поэтому решение задачи начинаем с этого вопроса.

*Решение с объяснением.*

1) На сколько уменьшилось бы общее количество книг в библиотеке, если бы число русских книг уменьшить на 2560 и число немецких — на 220?

$$2560 + 220 = 2780 \text{ (книг).}$$

2) Каково было бы общее число книг, если бы книг на всех трёх языках было по такому количеству, как на французском языке?

$$6500 - 2780 = 3720 \text{ (книг).}$$

3) Сколько французских книг было в библиотеке, если они составляли третью часть всех 3720 книг?

$$3720 : 3 = 1240 \text{ (книг).}$$

4) Сколько русских книг было в библиотеке, если французских было 1240, а русских на 2560 книг больше?

$$1240 + 2560 = 3800 \text{ (книг).}$$

5) Сколько немецких книг было в библиотеке, если французских было 1240, а немецких на 220 книг больше?

$$1240 + 220 = 1460 \text{ (книг).}$$

Ответ: 1460 немецких книг.

**110.** В трёх школах 1072 ученика, во 2-й на 16 учеников больше, чем в 3-й, и на 14 учеников меньше, чем в 1-й. Сколько учеников в каждой школе?

*Анализ.* Чтобы определить число учащихся в каждой школе, надо сначала узнать число учащихся одной из школ и разность между этим числом и составом учащихся двух других школ. В условии дана разность состава учащихся 2-й и 3-й школ и состава 1-й и 2-й школ. Поэтому в первую очередь удобнее определять число учащихся 2-й школы; для этого приравняем число учащихся 1-й и 3-й школ к составу 2-й школы.

Чтобы узнать, сколько было бы учащихся в трёх школах, если бы в каждой школе было столько, сколько во 2-й, надо знать настоящее число учащихся трёх школ (дано в условии) и на сколько учеников оно увеличится или уменьшится при предполагаемом изменении состава 1-й и 3-й школ. Последнее число определим, зная, что состав 1-й школы надо, чтоб уравнивать со 2-й школой, уменьшить на 14 учеников, а состав 3-й школы увеличить на 16.

Итак, план решения следующий.

*Решение с объяснением.*

1) На сколько учеников увеличится общее число учащихся трёх школ, если увеличить его на 16, а уменьшить на 14 человек?

$$16 \text{ уч.} - 14 \text{ уч.} = 2 \text{ уч.}$$

2) Сколько учащихся было бы в трёх школах, если бы общее число 1072 уч. увеличить на 2 уч.?

$$1072 \text{ уч.} + 2 \text{ уч.} = 1074 \text{ уч.}$$

3) Сколько учащихся было бы в каждой из трёх равных школ, если бы во всех было 1074 уч.? В каждой школе было бы в 3 раза меньше, чем во всех трёх школах.

$$1074 \text{ уч.} : 3 = 358 \text{ уч.}$$

Итак, во 2-й школе 358 уч.

4) Сколько учащихся в 1-й школе, если во 2-й 358, а в 1-й на 14 человек больше?

$$358 \text{ уч.} + 14 \text{ уч.} = 372 \text{ уч.}$$

5) Сколько учащихся в 3-й школе, если известно, что во 2-й 358, а в 3-й на 16 человек меньше?

$$358 \text{ уч.} - 16 \text{ уч.} = 342 \text{ уч.}$$

Ответ: в 1-й школе было 372 ученика.

**111.** В четырёх амбарах находится 10 т 79 кг ржи, во втором на 1 ц 12 кг меньше, чем в первом; в третьем на 80 кг меньше, чем во втором, в четвертом на 1 ц 75 кг больше, чем в третьем. Сколько ржи в каждом амбаре?

*Решение с объяснением.*

1) На сколько в первом амбаре больше ржи, чем в третьем?  $80 \text{ кг} + 1 \text{ ц } 12 \text{ кг} = 1 \text{ ц } 92 \text{ кг}$ .

2) На сколько уменьшилось бы общее количество ржи, если бы во всех амбарах было постольку, сколько в третьем?  $1 \text{ ц } 92 \text{ кг} + 80 \text{ кг} + 1 \text{ ц } 75 \text{ кг} = 4 \text{ ц } 47 \text{ кг}$ .

3) Каково было бы в этом случае общее количество ржи?  $10 \text{ т } 79 \text{ кг} - 4 \text{ ц } 47 \text{ кг} = 9 \text{ т } 6 \text{ ц } 32 \text{ кг}$ .

4)  $9 \text{ т } 6 \text{ ц } 32 \text{ кг} : 4 = 2 \text{ т } 4 \text{ ц } 8 \text{ кг}$  — ржи в третьем амбаре.



- 5)  $2\text{ т } 4\text{ ц } 8\text{ кг} + 1\text{ ц } 92\text{ кг} = 2\text{ т } 6\text{ ц}$  — в первом.  
 6)  $2\text{ т } 4\text{ ц } 8\text{ кг} + 80\text{ кг} = 2\text{ т } 4\text{ ц } 88\text{ кг}$  — во втором.  
 7)  $2\text{ т } 4\text{ ц } 8\text{ кг} + 1\text{ ц } 75\text{ кг} = 2\text{ т } 5\text{ ц } 83\text{ кг}$  — в четвёртом.

Задачу можно решить другим способом.

- 1) На сколько в третьем амбаре меньше ржи, чем в первом?  $80\text{ кг} + 1\text{ ц } 12\text{ кг} = 1\text{ ц } 92\text{ кг}$ .  
 2) На сколько в четвёртом амбаре меньше, чем в первом?  $1\text{ ц } 92\text{ кг} - 1\text{ ц } 75\text{ кг} = 17\text{ кг}$ .  
 3) На сколько увеличилось бы общее количество ржи, если бы во всех амбарах было по столько ржи, сколько в первом?  $1\text{ ц } 12\text{ кг} + 1\text{ ц } 92\text{ кг} + 17\text{ кг} = 3\text{ ц } 21\text{ кг}$ .  
 4) Сколько ржи было бы при этом условии в четырёх амбарах?  $10\text{ т } 79\text{ кг} + 3\text{ ц } 21\text{ кг} = 10\text{ т } 4\text{ ц}$ .  
 5) Сколько ржи было в первом амбаре?  $10\text{ т } 4\text{ ц} : 4 = 2\text{ т } 6\text{ ц}$ .  
 6)  $2\text{ т } 6\text{ ц} - 1\text{ ц } 12\text{ кг} = 2\text{ т } 4\text{ ц } 88\text{ кг}$ .  
 7)  $2\text{ т } 4\text{ ц } 88\text{ кг} - 80\text{ кг} = 2\text{ т } 4\text{ ц } 8\text{ кг}$ .  
 8)  $2\text{ т } 4\text{ ц } 8\text{ кг} + 1\text{ ц } 75\text{ кг} = 2\text{ т } 5\text{ ц } 83\text{ кг}$ .

Ответ: в первом амбаре  $2\text{ т } 6\text{ ц}$ ; в четвёртом  $2\text{ т } 5\text{ ц } 83\text{ кг}$ .

112. За 940 руб. куплены стол, диван, зеркало и комод. Диван на 120 руб. дешевле стола, зеркало на 40 руб. дороже дивана, а комод на 60 руб. дешевле зеркала. Сколько стоила каждая вещь?

*Решение с объяснением.*

Для выяснения разностных отношений между числами воспользуемся графической иллюстрацией.

Из сравнения отрезков видно: 1-й больше 2-го на 120 единиц; 1-й отрезок больше 3-го на  $120 - 40 = 80$ ; 1-й больше 4-го на  $60 + 80 = 140$ ; 2-й больше 4-го на  $60 - 40 = 20$ .

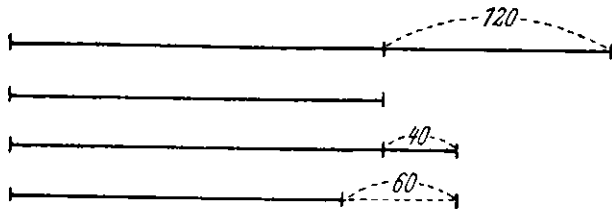


Рис. 2.

Решим задачу, предположив, что цены четырёх вещей равны цене стола. Общая стоимость вещей увеличилась бы на  $120 + 80 + 140 = 340$  (руб.).

Цена всех вещей была бы равна:  $940\text{ руб.} + 340\text{ руб.} = 1280\text{ руб.}$ ;  
 цена стола равна:  $1280\text{ руб.} : 4 = 320\text{ руб.}$ ; цена дивана:  $320\text{ руб.} - 120\text{ руб.} = 200\text{ руб.}$ ; цена зеркала:  $320\text{ руб.} - 80\text{ руб.} = 240\text{ руб.}$ ;  
 цена комода  $320\text{ руб.} - 140\text{ руб.} = 180\text{ руб.}$

*2-е решение.*

Приравняем цены всех предметов цене комода.

Стоимость всех предметов уменьшится на  $140 + 20 + 60 = 220$  (руб.);  $940$  руб. —  $220$  руб. =  $720$  руб.;  $720$  руб. :  $4 = 180$  руб. — цена комода;  $180$  руб. +  $140$  руб. =  $320$  руб. — цена стола;  $180$  руб. +  $20$  руб. =  $200$  руб. — цена дивана;  $180$  руб. +  $60$  руб. =  $240$  руб. — цена зеркала.

*3-е решение.*

Приравняем цены четырёх предметов цене дивана.

Их общая стоимость уменьшится на  $120$  руб. +  $40$  руб. =  $160$  руб., но увеличится на  $20$  руб.; всего уменьшится на  $160$  руб. —  $20$  руб. =  $140$  руб.;  $940$  руб. —  $140$  руб. =  $800$  руб.;  $800$  :  $4 = 200$  руб. — цена дивана.

*4-е решение.*

Предположим, что цена каждого предмета равна цене зеркала. Общая стоимость их должна уменьшиться на  $80$  руб. и увеличиться на  $40$  руб. +  $60$  руб. =  $100$  руб., т. е. она увеличится на  $100$  руб. —  $80$  руб. =  $20$  руб.;  $940$  руб. +  $20$  руб. =  $960$  руб.;  $960$  руб. :  $4 = 240$  руб. — цена зеркала.

Ответ: зеркало стоило  $240$  руб.

**113.** У трёх братьев была некоторая сумма денег: у первого и второго вместе  $600$  руб., у второго и третьего вместе  $500$  руб., у третьего и первого  $700$  руб. Сколько денег было у каждого брата в отдельности?

*Решение.* 1)  $600$  руб. больше  $500$  руб. на  $(600$  руб. —  $500$  руб.)  $100$  руб.

Это показывает, что денег у первого брата больше, чем денег у третьего, на  $100$  руб. (деньги второго входят в ту и другую сумму в равных количествах).

Теперь по сумме ( $700$  руб.) и разности ( $100$  руб.) узнаем два числа: деньги первого и третьего братьев. Предположим, что первый брат имел столько же, сколько третий, т. е. на  $100$  руб. меньше, чем в действительности:

$700$  руб. —  $100$  руб. =  $600$  руб.;  $600$  :  $2 = 300$  руб. — имел третий брат;

$700$  руб. —  $300$  руб. =  $400$  руб. — имел первый брат;

$600$  руб. —  $400$  руб. =  $200$  руб. — имел второй брат.

Ответ: второй брат имел  $200$  руб.

**114.** Смешано три сорта конфет:  $8$  кг первого сорта,  $12$  кг второго сорта и  $10$  кг третьего сорта. Вся смесь стоила  $392$  руб.;  $1$  кг первого сорта был на  $10$  руб. дороже  $1$  кг третьего сорта,  $1$  кг третьего сорта на  $6$  руб. дешевле  $1$  кг второго сорта. Какова цена  $1$  кг конфет каждого сорта?

*1-е решение.* 1)  $10$  руб. ·  $8 = 80$  руб. На  $80$  руб. уменьшится стоимость конфет, если  $8$  кг 1-го сорта будут оплачены по цене 3-го сорта.

2)  $6$  руб. ·  $12 = 72$  руб.; на  $72$  руб. уменьшится стоимость конфет, если  $12$  кг 2-го сорта будут оплачены по цене 3-го сорта.

3)  $80$  руб. +  $72$  руб. =  $152$  руб.; на  $152$  руб. уменьшится стоимость конфет, если все они будут 3-го сорта.

4)  $392 \text{ руб.} - 152 \text{ руб.} = 240 \text{ руб.}$  стоили бы все конфеты, если бы они были 3-го сорта.

5)  $8 \text{ кг} + 12 \text{ кг} + 10 \text{ кг} = 30 \text{ кг}$  — количество всех конфет.

6)  $240 \text{ руб.} : 30 = 8 \text{ руб.}$  — цена 1 кг 3-го сорта.

7)  $8 \text{ руб.} + 10 \text{ руб.} = 18 \text{ руб.}$  стоит 1 кг 1-го сорта.

8)  $8 \text{ руб.} + 6 \text{ руб.} = 14 \text{ руб.}$  стоит 1 кг 2-го сорта.

Задача решена методом исключения неизвестного путём замены одного неизвестного другим.

*2-е решение.* 1) 1 кг 2-го сорта дешевле 1 кг 1-го сорта на 10 руб. — 6 руб. = 4 руб.

2) Если 12 кг 2-го сорта будут оплачены по цене 1-го сорта, то стоимость конфет увеличится на 4 руб.  $\cdot 12 = 48 \text{ руб.}$

3) Если 10 кг конфет 3-го сорта заменить конфетами 1-го сорта, то все конфеты будут стоить дороже на 10 руб.  $\cdot 10 = 100 \text{ руб.}$

4) Количество конфет  $8 \text{ кг} + 12 \text{ кг} + 10 \text{ кг} = 30 \text{ кг.}$

5) Если 30 кг конфет будут оплачены по цене 1-го сорта, то стоимость конфет увеличится на 48 руб. + 100 руб. = 148 руб.

6) Конфеты будут стоить:  $392 \text{ руб.} + 148 \text{ руб.} = 540 \text{ руб.}$

7) 1 кг конфет 1-го сорта стоил:  $540 \text{ руб.} : 30 = 18 \text{ руб.}$  и т. д.

Ответ: 1 кг первого сорта стоил 18 руб.

115. В двух амбарах хранится 45 т 875 кг хлопка в кипах одинакового веса. В первом амбаре на 58 ц 75 кг больше хлопка, чем во втором амбаре. Сколько кип хлопка в каждом амбаре, если в первом на 47 кип больше, чем во втором?

Запись условия.

В 2 амбарах 45 т 875 кг.

В 1-м на 58 ц 75 кг больше.

В 1-м на 47 кип больше.

Сколько кип хлопка  
в каждом амбаре?

*Анализ.* Чтобы узнать число кип хлопка в каждом амбаре, надо знать, сколько кип хлопка было в обоих амбарах и на сколько кип в первом амбаре было больше, чем во втором. Последнее известно из условия. Общее число кип хлопка можно узнать, зная общий вес хлопка (дан в условии) и вес одной кипы. Последнее найдём, зная из условия задачи, на сколько килограммов и на сколько кип хлопка было в первом амбаре больше, чем во втором.

*План решения.*

1) Вес одной кипы хлопка; 2) число всех кип хлопка; 3) число кип хлопка в том случае, если бы в первом амбаре стало столько же, сколько во втором; 4) число кип во втором амбаре; 5) число кип в первом амбаре.

*Решение с объяснением.*

1)  $58 \text{ ц} 75 \text{ кг} : 47 = 125 \text{ кг}$  — вес одной кипы хлопка, так как в 47 кипах 58 ц 75 кг хлопка, в одной в 47 раз меньше этого веса, уменьшение в несколько раз производится делением на равные части.

2)  $45 \text{ т } 875 \text{ кг} : 125 \text{ кг} = 367$ ; 367 кип в двух амбарах; чтобы найти число кип, узнаем, сколько раз в  $45 \text{ т } 875 \text{ кг}$  содержится 125 кг.

3)  $367 \text{ к.} - 47 \text{ к.} = 320 \text{ к.}$ ; если бы в первом амбаре было столько же хлопка, сколько во втором, т. е. меньше действительного числа на 47 кип, то и общее количество кип хлопка было бы на 47 кип меньше; уменьшив первое слагаемое на 47, уменьшим и сумму на 47 (уменьшение на несколько единиц делается вычитанием).

4)  $320 \text{ к.} : 2 = 160 \text{ к.}$  Во втором амбаре 160 кип хлопка. Если бы в двух амбарах было по равному числу кип хлопка (по такому, каково меньшее), то в каждом была бы половина общего количества.

5)  $160 \text{ к.} + 47 \text{ к.} = 207 \text{ к.}$  В первом амбаре было 207 кип хлопка. Увеличиваем число 160 к. на 47 к. посредством сложения чисел 160 и 47.

#### *Второй вариант решения.*

*Анализ.* Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать число кип хлопка в одном из амбаров, например, в первом, и на сколько кип в другом амбаре меньше. Второе число дано в условии. А для того чтобы знать число кип хлопка в первом амбаре, надо знать вес хлопка (в килограммах) в этом амбаре и вес одной кипы. Чтобы определить вес хлопка в первом амбаре, надо знать вес хлопка в двух амбарах (дано) и разность в весе хлопка в двух амбарах (дана). Вес одной кипы хлопка определим, зная вес нескольких кип и их число: в условии дано, что в первом амбаре было на 47 кип и в то же время на  $58 \text{ ц } 75 \text{ кг}$  хлопка больше, чем во втором.

#### *Решение с объяснением.*

1)  $58 \text{ ц } 75 \text{ кг} : 47 = 125 \text{ кг}$  вес одной кипы хлопка.

2)  $45 \text{ т } 875 \text{ кг} + 58 \text{ ц } 75 \text{ кг} = 51 \text{ т } 750 \text{ кг}$  хлопка было бы в двух амбарах, если бы во втором было столько же, сколько в первом, т. е. больше на  $58 \text{ ц } 75 \text{ кг}$ .

3)  $51 \text{ т } 750 \text{ кг} : 2 = 25 \text{ т } 875 \text{ кг}$  хлопка было в первом амбаре.

4)  $25 \text{ т } 875 \text{ кг} : 125 \text{ кг} = 207$  (раз); 207 кип было в первом амбаре.

5)  $207 \text{ к.} - 47 \text{ к.} = 160 \text{ к.}$  было во втором амбаре.

116. Какое теперь число, какого месяца и который час, если прошедшая часть года на 14 сут. 5 час.  $6\frac{2}{3}$  мин. больше оставшейся? Если прошедшая часть года на  $115 \text{ сут. } 1 \text{ час } 55\frac{1}{4}$  мин. меньше оставшейся?

#### *Решение с объяснением.*

1) Для решения этой задачи надо сначала узнать, какова была бы сумма двух промежутков времени — прошедшего от начала года и оставшегося, если бы оставшийся был равен прошедшему, т. е. был бы больше на 14 сут. 5 час.  $6\frac{2}{3}$  мин. Тогда два промежутка времени составили бы излишек против 365 сут. (простого года) на 14 сут. 5 час.  $6\frac{2}{3}$  мин.;

$$365 \text{ сут.} + 14 \text{ сут. } 5 \text{ час. } 6\frac{2}{3} \text{ мин.} = 379 \text{ сут. } 5 \text{ час. } 6\frac{2}{3} \text{ мин.}$$

Дальше узнаем, каков был бы каждый из двух промежутков времени, если бы и тот и другой равнялись прошедшему от начала года.

Каждый из двух равных промежутков составил бы число меньшее в 2 раза, чем их сумма.

$$379 \text{ сут. } 5 \text{ час. } 6 \frac{2}{3} \text{ мин.} : 2 = 189 \text{ сут. } 14 \text{ час. } 33 \frac{1}{3} \text{ мин.}$$

Это арифметическое число переводим в календарное:

$$189 \text{ сут. } 14 \text{ час. } 33 \frac{1}{3} \text{ мин.} - 31 \text{ сут.} - 28 \text{ сут. (29 сут.)} - 31 \text{ сут.} - 30 \text{ сут.} - 31 \text{ сут.} - 30 \text{ сут.} = 8 \text{ сут. (или 7 сут.)}$$

14 час.  $33 \frac{1}{3}$  мин. седьмого месяца, т. е. 9 (или 8) июля 2 часа  $33 \frac{1}{3}$  мин. пополудни.

2) Чтобы ответить на второй вопрос задачи, надо узнать сначала, какова была бы сумма двух промежутков времени, если бы оба были равны прошедшему от начала года. Тогда оставшийся промежуток был бы меньше на 115 сут. 1 час  $55 \frac{1}{4}$  мин. суммы двух промежутков (365 сут. или 366 сут.).

$$\text{Уменьшим } 365 \text{ сут. на } 115 \text{ сут. } 1 \text{ час } 55 \frac{1}{4} \text{ мин.}; 365 \text{ сут.} - 115 \text{ сут. } 1 \text{ час } 55 \frac{1}{4} \text{ мин.} = 249 \text{ сут. } 22 \text{ час. } 4 \frac{3}{4} \text{ мин.}$$

Узнаем, каков был бы каждый из двух равных промежутков времени, если бы каждый равнялся прошедшему от начала года, т. е. меньшему.

249 сут. 22 час.  $4 \frac{3}{4}$  мин. : 2 = 124 сут. 23 час.  $2 \frac{3}{8}$  мин. Переведём арифметическое число в календарное.

$$124 \text{ сут. } 23 \text{ час. } 2 \frac{3}{8} \text{ мин.} - 31 \text{ сут.} - 28 \text{ (29) сут.} - 31 \text{ сут.} - 30 \text{ сут.} = 4 \text{ сут. } 23 \text{ час. } 2 \frac{3}{8} \text{ мин.}, \text{ т. е. } 5 \text{ мая (4 мая) } 11 \text{ час. } 2 \frac{3}{8} \text{ мин. вечера.}$$

Ответ: 5 мая 11 час.  $2 \frac{3}{8}$  мин. вечера.

117. В трёх ящиках 54,8 ц картофеля. В первом на 1,9 ц меньше, чем во втором, а во втором на 12,9 ц меньше, чем в третьем. Сколько картофеля в каждом ящике?

*Решение.*

Для решения этой задачи надо искомые числа сделать равными одному из искомых чисел (любому).

Первое число меньше второго на 1,9 ц и меньше третьего на 12,9 ц + 1,9 ц = 14,8 ц.

Приравняем второе и третье числа первому, тогда сумма чисел уменьшится на 14,8 ц + 1,9 ц = 16,7 ц и будет равна

$$54,8 \text{ ц} - 16,7 \text{ ц} = 38,1 \text{ ц.}$$

Узнаем теперь, чему равно первое число, оно меньше 38,1 ц в 3 раза.  $38,1 \text{ ц} : 3 = 12,7 \text{ ц.}$

Поэтому второе равно  $12,7 \text{ ц} + 1,9 \text{ ц} = 14,6 \text{ ц}$  (больше первого на  $1,9 \text{ ц}$ ) и третье равно  $12,7 \text{ ц} + 14,8 \text{ ц} = 27,5 \text{ ц}$ .

Ответ:  $12,7 \text{ ц}$ ;  $14,6 \text{ ц}$ ;  $27,5 \text{ ц}$ .

118. В двух участках земли  $24 \frac{1}{4} \text{ га}$ . Если от первого отрезать  $3 \frac{1}{2} \text{ га}$  и прибавить ко второму, то в первом окажется все-таки на  $\frac{3}{5} \text{ га}$  больше, чем станет во втором. Как велик каждый участок?

*Решение с кратким объяснением.*

Чтобы решить эту задачу, разделим сначала  $24 \frac{1}{4} \text{ га}$  на такие две части, из которых одна больше другой на  $\frac{3}{5} \text{ га}$ . Меньшая часть содержится в большей один раз с остатком  $\frac{3}{5} \text{ га}$ ; вследствие этого она содержится в сумме  $24 \frac{1}{4} \text{ га}$  два раза с остатком  $\frac{3}{5} \text{ га}$ .

Поэтому удвоенная меньшая часть равна  $24 \frac{1}{4} \text{ га} - \frac{3}{5} \text{ га} = 23 \frac{13}{20} \text{ га}$ ;  
 $23 \frac{13}{20} \text{ га} : 2 = 11 \frac{33}{40} \text{ га}$  (2-я часть после прирезки  $3 \frac{1}{2} \text{ га}$ );

$11 \frac{33}{40} \text{ га} + \frac{3}{5} \text{ га} = 12 \frac{17}{40} \text{ га}$  (первая часть после того, как отрезали  $3 \frac{1}{2} \text{ га}$ );

$12 \frac{17}{40} \text{ га} + 3 \frac{1}{2} \text{ га} = 15 \frac{37}{40} \text{ га}$  (1-я часть);

$11 \frac{33}{40} \text{ га} - 3 \frac{1}{2} \text{ га} = 8 \frac{13}{40} \text{ га}$  (2-я часть).

119. А и В, работая вместе, могут окончить некоторую работу в 12 дней, А и С в  $13 \frac{1}{3}$  дня, В и С в  $17 \frac{1}{7}$  дня. Во сколько дней каждый из них, работая один, мог бы окончить эту работу? Во сколько дней все трое, работая вместе, могли бы окончить эту работу?

*1-е решение.*

1)  $1 : 12 = \frac{1}{12}$  часть работы выполняют А и В в 1 день.

2)  $1 : 13 \frac{1}{3} = \frac{3}{40}$  части работы выполняют А и С в 1 день.

3)  $\frac{1}{12} - \frac{3}{40} = \frac{1}{120}$  — на такую часть В делает в день больше, чем С.

4)  $1 : 17 \frac{1}{7} = \frac{7}{120}$  части выполняют В и С в 1 день.

5)  $\frac{7}{120} - \frac{1}{120} = \frac{1}{20}$  части выполнили бы В и С, если бы В сделал столько, сколько С.

- 6)  $\frac{1}{20} : 2 = \frac{1}{40}$  часть выполняет С в 1 день.  
 7)  $1 : \frac{1}{40} = 40$  дней необходимо С для выполнения всей работы.  
 8)  $\frac{7}{120} - \frac{1}{40} = \frac{1}{30}$  часть выполняет В в 1 день.  
 9)  $1 : \frac{1}{30} = 30$  (дней) нужно В для выполнения работы.  
 10)  $\frac{1}{12} - \frac{1}{30} = \frac{1}{20}$  выполняет А в день.  
 11)  $1 : \frac{1}{20} = 20$  (дней) нужно А для выполнения работы).  
 12)  $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} = \frac{13}{120}$  выполняет А, В и С в 1 день.  
 13)  $1 : \frac{13}{120} = 9 \frac{3}{13}$  дня нужно для выполнения работы всеми троими вместе.

2-е решение.

- 1)  $1 : 12 = \frac{1}{12}$  работы выполняют в 1 день А и В.  
 2)  $1 : 13 \frac{1}{3} = \frac{3}{40}$  работы выполняют в 1 день А и С.  
 3)  $1 : 17 \frac{1}{7} = \frac{7}{120}$  работы выполняют в 1 день В и С.  
 4)  $\frac{1}{12} + \frac{3}{40} + \frac{7}{120} = \frac{13}{60}$  работы выполнили бы трое в день, если бы каждый удвоил свою долю работы.  
 5)  $\frac{13}{60} : 2 = \frac{13}{120}$  работы выполняют трое в один день.  
 6)  $\frac{13}{120} - \frac{1}{12} = \frac{1}{40}$  выполняет в день С.  
 7)  $\frac{13}{120} - \frac{3}{40} = \frac{1}{30}$  выполняет в день В.  
 8)  $\frac{13}{120} - \frac{7}{120} = \frac{1}{20}$  выполняет в день А.  
 9)  $1 : \frac{1}{40} = 40$ ; 10)  $1 : \frac{1}{30} = 30$ ; 11)  $1 : \frac{1}{20} = 20$ , т. е. С нужно 40 дней, В — 30 дней, А — 20 дней для выполнения всей работы.

Ответ: 20 дней; 30 дней; 40 дней.

**2. Задачи, в которых для нахождения неизвестных величин необходимо предварительно найти разность данных величин (сюда входят и некоторые задачи на движение в одном направлении).**

В состав простейших задач этой группы обычно входят две пропорциональные величины, например, количество товара и его стоимость, количество предметов и их вес, количество рабочих и количество выработанной ими продукции, скорость движения и время и т. д., при этом даются два числовых значения одной величины и разность двух пропорциональных им числовых значений другой величины:

„Магазин продал два куска ткани, в одном куске было 50 м, а в другом 40 м, причём за первый кусок выручили на 80 руб. больше, чем за второй. За сколько продали каждый кусок в отдельности?“

Задачи этой группы по способам решения можно разбить на несколько подгрупп.

а) Задачи, решаемые способом исключения неизвестного путём вычитания.

120. 4 дюжины столовых ложек и 6 дюжин чайных весят 4 кг 680 г, а 6 дюжин таких же столовых и 6 дюжин чайных весят 5 кг 940 г. Сколько веса в каждой столовой и чайной ложке?

*Решение.* Разница в весе объясняется разницей в числе столовых ложек.

- 1) 6 дюж. — 4 дюж. = 2 дюж. = 24 ложки;
- 2) 5 кг 904 г — 4 кг 680 г = 1 кг 224 г;
- 3) 1 кг 224 г : 24 = 51 г;
- 4) 1 кг 224 г · 2 = 2 кг 448 г (весят 4 дюж. столовых);
- 5) 4 кг 680 г — 2 кг 448 г = 2 кг 232 г;
- 6) 2 кг 232 г : 72 = 31 г.

В этой задаче для нахождения искоемых чисел надо исключить одно неизвестное, для чего достаточно найти разность в весе и разность в числе столовых ложек. Такого рода приём решения задач называется методом исключения неизвестного путём вычитания. В школьной практике этот приём имеет частое применение.

121. Куплено 5 столовых и 7 чайных ложек, и за всё заплачено 56 руб. В другой раз по тем же ценам было куплено 10 столовых и 3 чайных ложки, и тогда было заплачено 79 руб. Почём покупали каждую столовую ложку и почём чайную?

*Решение с объяснением.*

I. 5 ст. л., 7 ч. л. — 56 руб.

II. 10 ст. л., 3 ч. л. — 79 руб.

Удвоим первую покупку. Тогда получим:

III. 10 ст. л., 14 ч. л. — 112 руб.

IV. (II.) 10 ст. л., 3 ч. л. — 79 руб.

Почему III покупка обошлась дороже IV? Потому, что в III покупке чайных ложек было более.

1) На сколько рублей III покупка обошлась дороже II покупки?

$$112 \text{ руб.} - 79 \text{ руб.} = 33 \text{ руб.}$$

2) За сколько лишних чайных ложек пришлось уплатить 33 рубля? (на сколько в III покупке было более чайных ложек, чем во II (IV) покупке).

$$14 \text{ ч. л.} - 3 \text{ ч. л.} = 11 \text{ ч. л.}$$



3) Сколько стоила одна чайная ложка?

$$33 \text{ руб.} : 11 = 3 \text{ руб.}$$

4) Сколько стоят 7 чайных ложек в I покупке?

$$3 \text{ руб.} \times 7 = 21 \text{ руб.}$$

5) Сколько стоят 5 столовых ложек в I покупке?

$$56 \text{ руб.} - 21 \text{ руб.} = 35 \text{ руб.}$$

6) Сколько стоит одна столовая ложка?

$$35 \text{ руб.} : 5 = 7 \text{ руб.}$$

Проверка. I.  $7 \text{ руб.} \cdot 5 + 3 \text{ руб.} \cdot 7 = 35 \text{ руб.} + 21 \text{ руб.} = 56 \text{ руб.}$

II.  $7 \text{ руб.} \cdot 10 + 3 \text{ руб.} \cdot 3 = 70 \text{ руб.} + 9 \text{ руб.} = 79 \text{ руб.}$

После решения этих задач можно дать немного усложнённую задачу (легко может составить каждый преподаватель), когда необходимо умножать данные обоих условий (замаскированная система двух уравнений с двумя неизвестными, скрывающая в себе понятие о наименьшем кратном).

122. За 3 тетради и 2 карандаша уплатили 61 коп. По той же цене за 2 тетради и 7 карандашей уплатили 86 коп. Сколько стоит тетрадь и сколько стоит карандаш?

*1-е решение.*

I. 3 т. 2 к. — 61 коп.

II. 2 т. 7 к. — 86 коп.

I удвоим, II утроим.

III. 6 т. 4 к. — 1 руб. 22 коп.

IV. 6 т. 21 к. — 2 руб. 58 коп.

IV—III. 17 к. — 1 руб. 36 коп.

Ответ: 1 карандаш стоит 8 коп.; 1 тетрадь стоит 15 коп.

Последняя задача решается не единственным способом, существует и другой способ решения таких задач. Например: способом многократного сложения и вычитания.

*2-е решение.*

I. 3 т. 2 к. — 61 коп.

II. 2 т. 7 к. — 86 коп.

III. 5 т. 9 к. — 1 руб. 47 коп. (I + II)

IV. 7 т. 16 к. — 2 руб. 33 коп. (II + III)

V. 4 т. 14 к. — 1 руб. 72 коп. (IV - I)

VI. 1 т. 12 к. — 1 руб. 11 коп. (V - I)

VII. 8 т. 19 к. — 1 руб. 97 коп. (VI + II)

VIII. 0 т. 17 к. — 1 руб. 36 коп. (VII - I), откуда 1 карандаш стоит 8 коп.

Преимущество первого способа решения очевидно.

123. За 15 кг кофе и 12 кг сахара заплачено 768 руб., в другой раз за 17 кг кофе и 14 кг сахара заплатили 872 руб. Какова цена 1 кг кофе и 1 кг сахара?

*Решение.* Увеличим количество кофе и сахара, купленных в первый раз, в 7 раз, а вторую покупку в 6 раз, с таким расчётом, чтобы количество сахара в обеих покупках сравнялось; тогда:

105 кг кофе и 84 кг сахара стоят 6376 руб.;

102 кг кофе и 84 кг сахара стоят 5232 руб.;

105 кг — 102 кг = 3 кг; 5376 руб. — 5232 руб. = 144 руб.;

144 руб. : 3 = 48 руб.; 48 руб. · 15 = 720 руб.;

768 руб. — 720 руб. = 48 руб.; 48 руб. : 12 = 4 руб.

Ответ: 48 руб.; 4 руб.

124. За 6 карандашей, 4 десятка перьев и блокнот заплатили 2 руб. 70 коп. Один карандаш, один десяток перьев и блокнот стоят вместе столько же, сколько 3 карандаша и 3 десятка перьев вместе, а именно 1 руб. 20 коп. Что стоит каждая вещь отдельно?

*Решение с объяснением.*

Если 1 кар., 1 дес. перьев и блокнот стоят 1 руб. 20 коп., то втрое большая покупка, т. е. 3 кар., 3 дес. перьев и 3 блокн., стоят 1 руб. 20 коп. · 3 = 3 руб. 60 коп.

Сравниваем: 3 кар., 3 дес. перьев, 3 блокн. — 3 руб. 60 коп.

3 кар., 3 дес. перьев — 1 руб. 20 коп.

Отсюда: 3 блокнота стоят: 3 руб. 60 коп. — 1 руб. 20 коп. = 2 руб. 40 коп.

Один блокнот стоит: 2 руб. 40 коп. : 3 = 80 коп. Но 1 кар., 1 дес. перьев, 1 блокн. стоят 1 руб. 20 коп., и потому 1 кар., 1 дес. перьев стоят 1 руб. 20 коп. — 80 коп. = 40 коп.

Увеличим эту покупку в 4 раза: 4 кар., 4 дес. перьев стоят 40 коп. · 4 = 1 руб. 60 коп. По условию 6 кар., 4 дес. перьев и блокнот стоят 2 руб. 70 коп., отсюда 6 кар. и 4 дес. перьев стоят 2 руб. 70 коп. — 80 коп. = 1 руб. 90 коп.

Сравниваем: 6 кар., 4 дес. перьев стоят 1 руб. 90 коп.

4 кар., 4 дес. перьев стоят 1 руб. 60 коп.

Отсюда 6 кар. — 4 кар. = 2 кар.; стоят 1 руб. 90 коп. — 1 руб. 60 коп. = 30 коп. Карандаш стоит 30 коп. : 2 = 15 коп. Десяток перьев стоит: 40 коп. — 15 коп. = 25 коп.

Исключение неизвестного можно сделать и иначе, например:

если 6 кар., 4 дес. перьев и 1 блокнот стоят 2 руб. 70 коп., 1 кар., 1 дес. перьев и 1 блокн. стоят 1 руб. 20 коп. то, вычитая, получим: 5 кар., 3 дес. перьев стоят 1 руб. 50 коп. Но по условию 3 кар. и 3 дес. перьев стоят 1 руб. 20 коп.

Сравниваем: 5 кар., 3 дес. перьев стоят 1 руб. 50 коп.

3 кар., 3 дес. перьев стоят 1 руб. 20 коп.

Отсюда: 2 кар. стоят 1 руб. 50 коп. — 1 руб. 20 коп. = 30 коп., 1 карандаш стоит 15 коп., 3 карандаша стоят 15 коп.  $\cdot 3 = 45$  коп.; 3 дес. перьев — 1 руб. 20 коп. — 45 коп. = 75 коп.; 1 дес. перьев стоят 75 коп.  $: 3 = 25$  коп. Цена блокнота: 1 руб. 20 коп. — 25 коп. — 15 коп. = 80 коп.

Ответ: блокнот стоит 80 коп.

**125.** Канцелярия школы купила несколько десятков перьев по 30 коп. за десяток и 12 резинок по 5 коп. за штуку. В другой раз на то же количество денег она купила столько же перьев по 40 коп. за десяток и 4 резинки по прежней цене. Сколько штук перьев купила канцелярия за 2 раза?

*Решение.* 1) 12 рез. — 4 рез. = 8 рез.; на 8 резинок в первой покупке было больше;

2) 5 коп.  $\cdot 8 = 40$  коп.; на 40 коп. дешевле стоили резинки во второй покупке, но перья стоили дороже;

3) 40 коп. — 30 коп. = 10 коп.; на 10 коп. дороже стоил десяток перьев во второй покупке;

4) 40 коп.  $: 10$  коп. = 4; 4 десятка перьев было во второй покупке;

5) 4 дес. + 4 дес. = 8 дес. перьев куплено за два раза.

Ответ: 8 десятков.

**126.** Отец покупает детям обувь. Для покупки 5 пар ботинок и 3 пар галош у него нехватает 22 руб.; если бы он купил только 2 пары ботинок и 1 пару галош, то у него осталось бы 216 руб.; 1 пара ботинок и 1 пара галош стоят 84 руб. Сколько стоит пара каждой обуви?

*Решение.*

5 пар ботинок, 3 пары галош; нехватит 22 руб.

2 пары „ 1 „ „ ; останется 216 руб.

1) Первая покупка дороже второй на 22 руб. + 216 руб. = 238 руб.

2) В первой покупке больше ботинок на 5 пар — 2 пары = 3 пары.

3) Больше галош на 3 пары — 1 пара = 2 пары. Следовательно, 3 пары ботинок и 2 пары галош стоят 238 руб.

4) Зная, что 1 пара ботинок и 1 пара галош стоят 84 руб., можем узнать стоимость 3 пар ботинок и 3 пар галош (или 2 пар ботинок и 2 пар галош): 84  $\cdot 3 = 252$  руб. (или 84 руб.  $\cdot 2 = 168$  руб.).

5) 252 руб. — 238 руб. = 14 руб.

6) 3 пары галош — 2 пары галош = пара галош.

7) 84 руб. — 14 руб. = 70 руб.

Ответ: 70 руб. цена ботинок; 14 руб. цена галош.

127. Магазин продал весь бывший у него чай и кофе за 360 руб., причём за  $\frac{3}{8}$  всего чаю и за  $\frac{1}{4}$  всего кофе он получил 120 руб. На какую сумму продано чаю и кофе в отдельности?

*Рассуждение.* В условиях задачи даны две стоимости различных количеств чаю и кофе. Требуется определить в отдельности стоимость чая и стоимость кофе. Задача решается способом уравнивания данных. Количество всего бывшего в магазине чая обозначим единицей (1) количество кофе также обозначим единицей.

Запись условия.

1 часть всего чая и 1 часть всего кофе продали за 360 руб.

$\frac{3}{8}$  части всего чая и  $\frac{1}{4}$  часть всего кофе продали за 120 руб.

Определить стоимость чая и кофе в отдельности.

*План решения задачи.*

1. Уравниваем количество кофе.
2. Узнаем разницу в количестве чая.
3. Узнаем стоимость лишнего количества чаю (или узнаем разницу в стоимости).
4. Узнаем стоимость всего чая.
5. Узнаем стоимость кофе.

*Решение.*

1) 1 часть всего чая и 1 часть всего кофе продали за 360 руб.

$\frac{3}{8}$  части всего чая и  $\frac{1}{4}$  часть всего кофе продали за 120 руб.

$\frac{1}{4}$  часть всего чая и  $\frac{1}{4}$  часть всего кофе продали за 90 руб.

$\frac{3}{8}$  части всего чая и  $\frac{1}{4}$  часть всего кофе — за 120 руб.

2)  $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$  (чая);                      3) 120 руб. — 90 руб. = 30 руб.

4) 30 руб.  $\cdot \frac{1}{8} = 240$  руб.                5) 360 руб. — 240 руб. = 120 руб.

Ответ: чай стоит 240 руб.; кофе стоит 120 руб.

*Объяснение.* Различная стоимость объясняется тем, что продаются различные количества и чая, и кофе. Уравняем или количество чая, или количество кофе, чтобы разница в стоимости зависела только от изменения одного какого-нибудь данного.

Мы уравнивали количество чая.

При уравнивании количества проданного чая мы все данные первой строчки разделили на 4 или умножили на  $\frac{1}{4}$ .

Обычно уравнивание двух значений одной из величин производится умножением — приравниванием к наименьшему общему кратному, но иногда данные легче уравнивать делением, приравнивая к наибольшему общему делителю, как, например, в следующей задаче.

128. За 7,5 кг риса и  $12\frac{3}{8}$  кг пшена уплатили 75,15 руб., а за 6,25 кг риса и 18,75 кг пшена по тем же ценам надо уплатить  $86\frac{1}{4}$  руб. Какова цена килограмма риса и килограмма пшена?

Запись условия.

7,5 кг риса и  $12\frac{3}{8}$  кг пшена за 75,15 руб. | : 6

6,25 кг риса и 18,75 кг пшена за  $86\frac{1}{4}$  руб. | : 5

Определить стоимость 1 кг риса и 1 кг пшена.

Числа 7,5 и 6,25 имеют наибольший общий делитель 1,25. Чтобы приравнять данные числа к числу 1,25, надо все числовые данные первой строчки разделить на 6, а данные второй строчки разделить на 5.

План решения.

1. Уравниваем количество риса.
2. Узнаем разницу в количестве пшена.
3. Узнаем стоимость лишнего пшена.
4. Узнаем стоимость 1 кг пшена.
5. Узнаем стоимость 3,75 кг риса.
6. Узнаем стоимость 1,25 кг риса.
7. Узнаем стоимость 1 кг риса.

Замечание. Выбирая числовые данные для 5-го вопроса, надо внимательно просмотреть все строчки записи задачи и выбрать строчку с теми числовыми данными, которые не загромождали бы решение большими вычислениями.

Решение.

1) 1,25 кг риса и  $2\frac{1}{16}$  кг пшена за 12,525 руб.

1,25 кг риса и 3,75 кг пшена за 17,25 руб.

2)  $3,75 = 3\frac{3}{4}$ ;  $3\frac{3}{4}$  кг —  $2\frac{1}{16}$  кг =  $1\frac{12-1}{16}$  кг =  $1\frac{11}{16}$  кг пшена.

3) 17,25 руб. — 12,525 руб. = 4,725 — стоимость  $1\frac{11}{16}$  кг пшена.

4) 4,725 руб. =  $4\frac{29}{40}$  руб.;  $4\frac{29}{40}$  руб. :  $1\frac{11}{16}$  =  $\frac{189 \cdot 16}{40 \cdot 27}$  руб. =  $\frac{28}{10}$  руб. = 2,8 руб. стоит кг пшена.

$$5) 2,8 \text{ руб.} \cdot 3 \frac{3}{4} = \frac{28 \cdot 15}{10 \cdot 4} \text{ руб.} = 10,5 \text{ руб. стоят } 3 \frac{3}{4} \text{ кг пшена.}$$

$$6) 17,25 \text{ руб.} - 10,5 \text{ руб.} = 6,75 \text{ руб. стоят } 1,25 \text{ кг риса.}$$

$$7) 6,75 \text{ руб.} : 1,25 = 5,4 \text{ руб. стоит } 1 \text{ кг риса.}$$

Ответ: 1 кг риса стоит 5 руб. 40 коп.;  
1 кг пшена стоит 2 руб. 80 коп.

**129.** Резервуар наполняется водой через 2 трубы; если открыть первую трубу на 9 час. и вторую на 10 час., в резервуар вольётся  $217 \frac{3}{4}$  бочки воды; если же открыть обе трубы на 12 час., то в резервуар вольётся 270 бочек. Сколько бочек воды вливается через каждую трубу в час?

*1-е решение.* Найдём наименьшее общее кратное для чисел 9 и 12, оно равно 36. Увеличим число часов работы труб и количество влившейся воды в первом случае в 4 раза, во втором случае в 3 раза; получим числа:

$$36 \text{ час.} - 40 \text{ час.} - 871 \text{ боч. в первом случае и}$$

$$36 \text{ час.} - 36 \text{ час.} - 810 \text{ боч. во втором случае.}$$

$$40 \text{ час.} - 36 \text{ час.} = 4 \text{ часа; } 871 \text{ боч.} - 810 \text{ боч.} = 61 \text{ боч.}; 61 : 4 = \\ = 15 \frac{1}{4} \text{ боч. вливается в час через вторую трубу;}$$

$$15 \frac{1}{4} \text{ боч.} \cdot 10 = 152 \frac{1}{2} \text{ боч.}; 217 \frac{3}{4} \text{ боч.} - 152 \frac{1}{2} \text{ боч.} = 65 \frac{1}{4} \text{ боч.};$$

$$65 \frac{1}{4} \text{ боч.} : 9 = 7 \frac{1}{4} \text{ боч. вливается в 1 час через первую трубу.}$$

*2-е решение.* Уменьшим второе число часов действия труб и количество влившейся воды в 12 раз, а полученные числа увеличим в 9 раз,

$$1 \text{ час} - 1 \text{ час} - 22 \frac{1}{2} \text{ боч.}$$

$$9 \text{ час.} - 9 \text{ час.} - 202 \frac{1}{2} \text{ боч.}$$

$$\text{Сравним последний ряд чисел с первым: } 9 \text{ час.} - 10 \text{ час.} - 217 \frac{3}{4} \text{ боч.}$$

$$10 \text{ час.} - 9 \text{ час.} = 1 \text{ час; } 217 \frac{3}{4} \text{ боч.} - 202 \frac{1}{2} \text{ боч.} = 15 \frac{1}{4} \text{ боч. и т. д.}$$

Возможны и другие решения этой задачи

$$\text{Ответ: } 7 \frac{1}{4} \text{ боч.}; 15 \frac{1}{4} \text{ боч.}$$

**130.** Для того чтобы купить 480 куб. м дров для отопления школы, надо взять все дрова, имеющиеся на одном складе, и  $\frac{9}{10}$  дров второго

склада или все дрова второго склада и  $\frac{14}{15}$  дров первого склада. Сколько кубометров дров имеется на каждом складе?

*Решение.* Запишем условие задачи:

480 куб. м — все дрова первого склада +  $\frac{9}{10}$  дров второго склада;  
480 куб. м —  $\frac{14}{15}$  дров первого склада + все дрова второго склада.

Если бы требовалось купить не 480 куб. м, а  $\frac{9}{10}$  этого количества, т. е.  $\frac{480 \cdot 9}{10} = 432$  куб. м, то можно было взять  $\frac{14}{15} \cdot \frac{9}{10} = \frac{21}{25}$  дров первого склада и  $\frac{9}{10}$  дров второго склада.

Отсюда следует, что  $1 - \frac{21}{25} = \frac{4}{25}$  количества дров первого склада равнялось

$$480 \text{ куб. м} - 432 \text{ куб. м} = 48 \text{ куб. м};$$

$$48 \text{ куб. м} : \frac{4}{25} = 300 \text{ куб. м} \text{ было на первом складе};$$

$$480 \text{ куб. м} - 300 \text{ куб. м} = 180 \text{ куб. м};$$

$$180 \text{ куб. м} : \frac{9}{10} = 200 \text{ куб. м} \text{ — на втором складе.}$$

Ответ: 300 куб. м; 200 куб. м.

б) Задачи, решаемые способом исключения неизвестного путём замены.

131. На 4134 руб. куплено 28 куб. м осиновых и 38 куб. м берёзовых дров, причём берёзовые дороже осиновых на 15 руб. за куб. м. Определить цену одного куб. м тех и других дров.

*Решение.* Заменяем берёзовые дрова осиновыми:

1) На сколько рублей 38 куб. м осиновых дров дешевле 38 куб. м берёзовых?

$$15 \cdot 38 = 570 \text{ (руб.)}$$

2) Сколько всего было бы куплено осиновых дров, если 38 куб. м берёзовых заменить осиновыми?

$$28 + 38 = 66 \text{ (куб. м)}$$

3) Сколько рублей пришлось бы уплатить за 66 куб. м одних осиновых дров?

$$4134 - 570 = 3564 \text{ (руб.)}$$

4) Сколько стоит 1 куб. м осиновых дров?

$$3564 : 66 = 54 \text{ (руб.)}$$

5) Сколько стоит 1 куб. м берёзовых дров?

$$54 + 15 = 69 \text{ (руб.)}$$

Проверка:  $54 \cdot 28 + 69 \cdot 38 = 4134$  (руб.).

Ответ: 1 куб. м берёзовых дров стоит 69 (руб.).

При решении задачи мы заменили по цене берёзовые дрова осиновыми. Такого рода приём решения задач часто называется способом исключения неизвестного путём замены одного неизвестного другим.

**132.** На все имеющиеся у меня деньги я могу купить или 18 яблок, или 10 груш, которые на 12 коп. дороже за штуку, чем яблоко. Сколько у меня денег?

*Решение.* 1) На сколько стоимость 10 груш более стоимости 10 яблок?

$$12 \cdot 10 = 120 \text{ (коп.)}$$

2) Чему равна стоимость 10 груш?

$$\text{Стоимости } 10 \text{ яблок} + 1 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$$

3) Сколько стоят 18 яблок?

Столько, сколько стоят 10 груш, или столько же, сколько 10 яблок с добавлением 1 руб. 20 коп.

4) На сколько 18 яблок больше 10 яблок?

$$18 - 10 = 8 \text{ (ябл.)}$$

5) Сколько стоит 1 яблоко?

$$120 : 8 = 15 \text{ (коп.)}$$

6) Сколько было денег?

$$15 \cdot 18 = 270 \text{ (коп.)}$$

Проверка: 1) Сколько стоит 1 груша?

$$15 + 12 = 27 \text{ (коп.)}$$

2) Сколько стоят 10 груш?

$$27 \times 10 = 270 \text{ (коп.)}$$

3) Сколько стоят 18 яблок?

$$15 \cdot 18 = 270 \text{ (коп.)}$$

Трудность задачи заключается в формулировке вопросов.

**133.** 500 г сахара дешевле 1 кг риса на 4 руб. 50 коп., а 2 кг сахара дороже 1 кг риса на 1 руб. 50 коп. Сколько стоит 1 кг риса и 1 кг сахара?



*Решение.* По условию 2 кг сахара дороже 1 кг риса на 1 руб. 50 коп., но 2 кг сахара дешевле 4 кг риса на 4 руб. 50 коп.  $\cdot 4 = 18$  руб. (Это следует из первой части условия, так как  $500 \text{ г} \cdot 4 = 2 \text{ кг}$ ).

Следовательно, цена 1 кг риса, увеличенная на 1 руб. 50 коп., равна цене 4 кг риса, уменьшенной на 18 руб. Поэтому 4 кг риса дороже 1 кг риса на 18 руб. + 1 руб. 50 коп. = 19 руб. 50 коп. Отсюда: 3 кг риса стоят 19 руб. 50 коп.; 1 кг риса стоит 19 руб. 50 коп. : 3 = 6 руб. 50 коп.

Цена 2 кг сахара равна 6 руб. 50 коп. + 1 руб. 50 коп. = 8 руб.

1 кг сахара стоит 8 руб. : 2 = 4 руб.

Ответ: 6 руб. 50 коп.; 4 руб.

**134.** Чернильный карандаш дороже простого на 7 коп., а 6 чернильных карандашей дороже 8 простых на 26 коп. Что стоит простой карандаш?

*Решение с объяснением.*

1)  $7 \text{ коп.} \cdot 6 = 42 \text{ коп.}$ ; 6 чернильных карандашей дороже 6 простых на 42 коп. и дороже 8 простых карандашей на 26 коп.;

2) цена 6 простых карандашей, увеличенная на 42 коп., равна цене 8 простых карандашей, увеличенной на 26 коп.;  $8 \text{ кар.} - 6 \text{ кар.} = 2 \text{ кар.}$ ;

3)  $42 \text{ коп.} - 26 \text{ коп.} = 16 \text{ коп.}$  8 простых карандашей дороже 6 таких же карандашей на 16 коп. Цена 1 простого карандаша:  $16 \text{ коп.} : 2 = 8 \text{ коп.}$

Решение этой задачи может быть объяснено иначе. Сравнение чисел по вопросу: на сколько одно число больше другого, делается посредством вычитания. Имеем две разности: из стоимости 6 чернильных карандашей вычитается стоимость 6 простых, разность равна 42 коп.; с другой стороны: из стоимости 6 чернильных карандашей вычитается стоимость 8 простых, разность равна 26 коп. Уменьшаемые этих разностей равны, 2-е вычитаемое больше 1-го вычитаемого на стоимость 2 простых карандашей, 2-й остаток меньше на 16 коп. Следовательно, 2 простых карандаша стоят 16 коп. и т. д.

Ответ: 8 коп.

**135.** Ученик из 224 листов бумаги сделал 30 тетрадей, положив на один по 7 листов, на другие — по 9 листов. Сколько тетрадей того и другого сорта он сделал?

*Решение.* Предположим, что все 30 тетрадей были по 7 листов.

1) Сколько листов бумаги пошло бы на тетради, если бы все тетради были по 7 листов?

$$7 \cdot 30 = 210 \text{ (листов).}$$

2) На сколько листов меньше пошло бы бумаги?

$$224 - 210 = 14 \text{ (листов).}$$

3) На сколько листов в тетради в 9 листов более, чем в тетради из 7 листов?

$$9 - 7 = 2 \text{ (листа).}$$

4) Сколько раз 2 содержится в 14?

$$14 : 2 = 7 \text{ (тетрадей в 9 листов было 7).}$$

5) Сколько было тетрадей по 7 листов?

$$30 - 7 = 23 \text{ (т.).}$$

Проверка.  $7 \text{ л.} \cdot 23 + 9 \text{ л.} \cdot 7 = 161 \text{ л.} + 63 \text{ л.} = 224 \text{ л.}$

**136.** В колхозном стаде всего 520 голов, из них 200 коров, остальные овцы и телята. Корова съедает в день 10 кг корма, овца 4 кг, телёнок 6 кг. За 4 дня стадо съело 142 ц 40 кг кормов. Сколько в этом стаде овец и сколько телят?

*Анализ (рассуждение).* Необходимо определить вначале (и легко определяется) общее число телят и овец в стаде, а также количество корма, съедаемое всеми этими животными за день. По этим данным определяется число тех и других животных по отдельности.

Если бы все животные были телята, то количество съедаемого за день корма было бы больше, чем в действительности, потому что телёнок съедает в день больше, чем овца. Поэтому увеличение общего количества корма на день зависело бы от увеличения выдачи корма овцам. Во сколько раз разность в общем количестве корма на день больше, чем разность в выдаче корма на день телёнку и овце, — столько было овец. По общему числу овец и телят и числу овец легко определить число телят.

*План решения.*

1. Узнаем общее число телят и овец в стаде.
2. Узнаем, сколько корма съедали все животные за день.
3. Узнаем, сколько корма съедали коровы.
4. Узнаем, сколько корма съедали овцы и телята.
5. Узнаем, сколько корма съедали бы в день все животные, если бы вместо овец были также телята.
6. Узнаем, на сколько больше выходило бы корма в день в этом случае.
7. Узнаем, на сколько больше выдавалось в день корма телёнку, чем овце.
8. Узнаем число овец.
9. Узнаем число телят.

*Решение с последующим пояснением.*

1)  $520 - 200 = 320$  (телят и овец вместе).

2)  $142 \text{ ц } 40 \text{ кг} : 4 = 35 \text{ ц } 60 \text{ кг}$  съедали все животные в день.

- 3)  $10 \text{ кг} \cdot 200 = 20 \text{ ц}$  съедали коровы в день.
- 4)  $35 \text{ ц} 60 \text{ кг} - 20 \text{ ц} = 15 \text{ ц} 60 \text{ кг}$  съедали в день овцы и телята.
- 5)  $6 \text{ кг} \times 320 = 19 \text{ ц} 20 \text{ кг}$  съедали бы в день 320 телят.
- 6)  $19 \text{ ц} 20 \text{ кг} - 16 \text{ ц} 60 \text{ кг} = 3 \text{ ц} 60 \text{ кг}$  увеличение количества корма на день за счёт увеличения выдачи овцам.
- 7)  $6 \text{ кг} - 4 \text{ кг} = 2 \text{ кг}$  — увеличение выдачи одной овце.
- 8)  $3 \text{ ц} 60 \text{ кг} : 2 \text{ кг} = 180$  (раз); 180 овец в стаде.
- 9)  $320 \text{ ж.} - 180 \text{ ж.} = 140 \text{ ж.}$ ; 140 телят в стаде.

Ответ: в стаде 180 овец и 140 телят.

**137.** Поезд составлен из двух-, трёх- и четырёхосных вагонов, причём число трёх- и четырёхосных одинаково. Число всех вагонов 36, а число осей 111. Определить число вагонов каждого рода в отдельности.

*Решение.*

- 1) Если бы все вагоны были трёх- и четырёхосные (поровну); то число осей было бы  $(3 + 4) \cdot (36 : 2) = 126$ .
- 2) В действительности число осей меньше на  $126 - 111 = 15$ .
- 3) Если заменить один трёхосный и один четырёхосный вагон двухосным, то число осей уменьшится на  $7 - 2 \cdot 2 = 3$ .
- 4) Такую замену сделаем  $15 : 3 = 5$  раз.
- 5)  $2 \times 5 = 10$  двухосных вагонов.
- 6)  $18 - 5 = 13$  — вагонов трёх- и четырёхосных.

Сделаем проверку задачи.

Число всех вагонов:  $10 + 13 + 13 = 36$ ; число осей:

$$2 \cdot 10 + 3 \cdot 13 + 4 \cdot 13 = 111,$$

что согласно с условием задачи.

Ответ: 13 вагонов трёхосных.

**138.** По линии водопровода уложены 23 трубы длиной в 470 см и в 825 см. Участок, выложенный более короткими трубами, больше на 5630 см. Сколько уложено тех и других труб?

*Решение.* 1) Если предположить, что все 23 трубы были по 470 см, то общая длина водопровода была бы  $470 \text{ см} \cdot 23 = 10810 \text{ см}$ ; на эту величину участок коротких труб был бы больше участка длинных.

2) Заменяя же короткие трубы длинными в количестве, требуемом задачей, мы должны из  $10810 \text{ см} - 5630 \text{ см} = 5180 \text{ см}$ .

3) Заменяя одну короткую трубу одной длинной, мы при этом уменьшаем участок коротких (уменьшаем) на 470 см и увеличиваем участок длинных (вычитаем) на 825 см, т. е. уменьшаем разность на  $470 \text{ см} + 825 \text{ см} = 1295 \text{ см}$ .

4) Труб по 825 см было  $5180 \text{ см} : 1295 \text{ см} = 4$  (трубы).

5) Труб по 470 см было  $23 - 4 = 19$  (труб).

Ответ: 19 труб по 470 см и 4 трубы по 825 см.

Задачу можно решить, предположив, что все 23 трубы были по 825 см.

139. В купальный бассейн проведены два насоса, которые, действуя один за другим, в течение 2 час. 15 мин. вылили всю воду из бассейна. Через первый насос, выливающий 18 вёдер в минуту, вылито на 351 ведро больше, чем через второй насос. Сколько времени действовал каждый насос, если известно, что второй выливал 15 вёдер в минуту?

*Решение.* Если бы в течение 2 час. 15 мин., т. е. 135 мин., действовал второй насос, то им было бы вылито на 15 вед.  $\times$  135 = 2025 вёдер больше первого насоса. На самом деле вылито больше через первый насос на 351 ведро.

Если заменить второй насос первым на 1 мин., разность между количествами воды, вылитыми вторым и первым насосами, уменьшится на 18 вед. + 15 вед. = 33 ведра. Но она должна измениться на 2025 вед. + 351 вед. = 2376 вед. Значит, первый насос действовал  $2376 : 33 = 72$  (мин.); второй 63 мин.

Ответ: 63 мин. второй.

140. На свои деньги я могу купить или 3 м одной ткани или 10 м другой. Метр ткани первого сорта на  $3\frac{1}{2}$  руб. дороже метра ткани второго сорта. Сколько у меня денег?

*Анализ (рассуждение).* За 3 м дорогой ткани я плачу дороже, чем за 3 м дешёвой ткани. Если же вместо дорогой ткани я покупаю только дешёвую ткань, то на те же деньги я могу купить не 3 м, а 10 м дешёвой ткани т. е. 7 м лишних. Очевидно, на разницу в цене 3 м я покупаю 7 м дешёвой ткани. По этим данным можно определить стоимость 1 м дешёвой ткани, а потом дать ответ и на вопрос задачи.

*План решения.*

1. На сколько рублей 3 м ткани 1 сорта дороже 3 м дешёвой ткани?

2. Сколько метров дешёвой ткани можно купить на разницу в цене 3 м?

3. Сколько стоит 1 м дешёвой ткани?

4. Сколько у меня денег?

*Решение.*

$$1) 3\frac{1}{2} \times 3 = 10,5 \text{ (руб.);} \quad 2) 10 - 3 = 7 \text{ (м).}$$

$$3) 10,5 : 7 = 1,5 \text{ (руб.);} \quad 4) 1,5 \cdot 10 = 15 \text{ (руб.)}$$

Ответ: у меня 15 руб.

*2-й вариант решения.*

Проводя рассуждение, можно записывать действия, не вычисляя их, и запись решения получится в виде числовой формулы.

На свои деньги я могу купить 3 м дорогой ткани, при этом на каждом метре переплачиваю по  $3\frac{1}{2}$  руб., т. е. всего переплачиваю по  $(3\frac{1}{2} \times 3)$  руб. Вместо того, чтобы переплачивать, можно купить лишних (10—3) метра ткани II сорта. Произведение показывает стоимость того количества ткани, которое получили в результате вычитания. Делением стоимости ткани на количество ткани узнаем стоимость 1 м:  $(3\frac{1}{2} \times 2) : (10 - 3)$ . Зная стоимость 1 м дешёвой ткани и количество купленной ткани (15 м — дано в условии), умножением узнаем, сколько у меня было денег. Получаем запись решения задачи:

$$(3\frac{1}{2} \times 3) : (10 - 3) \times 10 = 15.$$

К указанным действиям учащиеся записывают план решения.

*3-й вариант решения.*

При рассуждении можно определить действия (см. вариант 2-й), затем к ним написать вопросы и решение. Запись решения принимает следующий вид.

Выбор действия.	План решения.	Решение.
1. ×	Ск. денег переплачивали за 3 м?	$3\frac{1}{2} \times 3 = 10\frac{1}{2}$ (руб.).
2. —	Ск. метров лишней дешёвой ткани можно купить на эти деньги?	$10 - 3 = 7$ (м).
3.	Ск. стоит 1 м дешёвой ткани?	$10\frac{1}{2} : 7 = 1\frac{1}{2}$ (руб.).
4. ×	Ск. всего у меня денег?	$1\frac{1}{2} \times 10 = 15$ (руб.).

141. С двух участков земли общей площадью 8,5 га собрано всего 58 ц льноволокна. С каждого гектара первого участка собрано в среднем  $8\frac{4}{7}$  ц, с каждого гектара второго участка 5,6 ц. Определить площадь каждого участка.

Краткая запись условия.

I уч. по  $8\frac{4}{7}$  ц.

II уч. по 5,6 ц.

Всего с 8,5 га собрано 58 ц.

Определить площадь каждого участка.

*Анализ (рассуждение).* В данной задаче по общей площади 8,5 га надо определить площадь каждого из двух участков, зная общий урожай с 1 га каждого участка. Если бы с каждого гектара всей площади собирать столько, сколько с 1 га I участка, то собрали бы больше 58 ц. Снижение сбора льноволокна произошло за счёт площади II участка, так как с каждого гектара II участка собирают меньше, чем с 1 га I участка. По разнице сбора льноволокна с общей площади и с 1 га определим площадь II участка, затем легко определить площадь I участка.

*План решения.*

1. Узнаем сбор льноволокна со всей площади, предполагая, что с каждого гектара собирают по  $8\frac{4}{7}$  ц.

2. Узнаем разницу между предполагаемым и действительным сбором.

3. Узнаем, на сколько центнеров снижает сбор каждый гектар II участка.

4. Узнаем площадь II участка.

5. Узнаем площадь I участка.

*Решение.*

1)  $8\frac{4}{7} \times 8\frac{1}{2} = \frac{60 \cdot 17}{7 \cdot 2} = \frac{510}{7} = 72\frac{6}{7}$  (ц) — предполагаемый сбор льноволокна.

2)  $72\frac{6}{7} - 58 = 14\frac{6}{7}$  (ц) — снижение сбора со всей площади за счёт II участка.

3)  $8\frac{4}{7} - 5\frac{3}{5} = 3\frac{55-21}{35} = 2\frac{34}{35}$  (ц); каждый гектар II участка снижал сбор на  $2\frac{34}{35}$  ц.

4)  $14\frac{6}{7} : 2\frac{34}{35} = \frac{104 \cdot 35}{7 \cdot 104} = 5$  (га); 5 га площадь II участка.

5)  $8,5 - 5 = 3,5$  (га) — площадь I участка.

Ответ: 3,5 га — площадь I участка;

5 га — площадь II участка.

*Проверка.*

$8\frac{4}{7} \times 3\frac{1}{2} = \frac{60 \cdot 7}{7 \cdot 2} = 30$  (ц) сбор с I участка.

$5,6 \times 5 = 28$  (ц) — сбор со II участка.

$30 + 28 = 58$  (ц) — весь сбор.

Противоречий с условием задачи нет.

**142.** Слиток из золота и серебра весом в  $3\frac{16}{25}$  кг потерял в воде 265 г. Сколько в нём золота и сколько серебра, если золото теряет в воде  $\frac{1}{19}$ , а серебро  $\frac{1}{10}$  своего веса?

*Запись условия.*

Золото теряет  $\frac{1}{19}$  часть веса.

Серебро „  $\frac{1}{10}$  „ „

$3\frac{16}{25}$  кг; 265 г.

Сколько золота и сколько

серебра в слитке?

*План и решение.*

1. Предположим, что весь слиток состоит только из серебра, сколько бы потерял он тогда в воде?

$$3 \frac{16}{25} \cdot \frac{1}{10} = \frac{91 \cdot 4}{25 \cdot 10 \cdot 4} = 0,364 \text{ (кг)}.$$

2. На сколько граммов больше теряет слиток, если часть золота в слитке заменить серебром?

$$265 \text{ г} = 0,265 \text{ кг}; \quad 0,364 \text{ кг} - 0,265 \text{ кг} = 0,099 \text{ кг}.$$

3. Если серебро теряет  $\frac{1}{10}$  своего веса, следовательно, каждый килограмм серебра теряет  $\frac{1}{10}$  кг; золото теряет  $\frac{1}{19}$  часть своего веса, т. е.  $\frac{1}{19}$  кг. На сколько меньше теряет в весе каждый кг золота по сравнению с серебром?

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{19} = \frac{19 - 10}{190} = \frac{9}{190} \text{ (кг)}.$$

4. Так как изменение в весе произошло от примеси золота, то узнаем, сколько килограммов золота в слитке.

$$0,099 : \frac{9}{190} = \frac{99 \cdot 190}{1000 \cdot 9} = \frac{209}{100} = 2,09 \text{ (2,09 кг)}.$$

5. Сколько килограммов серебра было в слитке?

$$3,64 - 2,09 = 1,55 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 2,09 кг золота; 1,55 кг серебра.

в) Задачи, решаемые способом остатков.

Способ остатков применяется, если известна разность произведения и разность множимых (множителей) при одинаковом неизвестном множителе (множимом); множитель (множимое) будет указывать, сколько раз разность множимых (множителей) содержится в разности произведений.

**143.** За 4 м материи отдан кредитный билет и получено сдачи 7 руб.; если бы купили 6 м той же материи и дали в уплату тот же кредитный билет, то пришлось бы приплатить 4 руб. 50 коп. Сколько стоил 1 м материи и какой кредитный билет был дан в уплату?

*Решение.*

1) 7 руб. + 4 руб. 50 коп. = 11 руб. 50 коп.; 6 м материи стоят дороже 4 м;

2) 6 м - 4 м = 2 м стоят 11 руб. 50 коп.;

3) 11 руб. 50 коп. : 2 = 5 руб. 75 коп. стоит 1 м материи;

4) 5 руб. 75 коп. · 4 = 23 руб. стоят 4 м;

5) 23 руб. + 7 руб. = 30 руб. дано в уплату при покупке 4 м.

11 руб. 50 коп. разность произведений при одинаковом неизвестном множимом (стоимость метра материи);  $2m$  — разность множителей; 5 руб. 75 коп. — неизвестное множимое и т. д.

Ответ: 1 м стоит 5 руб. 75 коп.

144. В школьном зале стояли скамейки. Во время собрания учащихся выяснилось, что если бы на каждую скамейку садилось по 7 человек, то на одной скамейке оказалось бы 5 человек, а если бы на каждую скамейку садилось по 6 человек, то 37 ученикам не оказалось бы места. Сколько скамеек стояло в зале?

*Решение.* 1)  $7 - 5 = 2$ ; при размещении по 7 человек на одной скамейке оказалось бы 2 свободных места;

2)  $7 - 6 = 1$ ; при размещении по 6 человек на скамейке на каждую скамейку село бы меньше на 1 человека;

3)  $37 + 2 = 39$ ; 39 скамеек, так как оставшиеся без места 37 учеников могли сойти с 37 скамеек; кроме того, на 2 учеников, которые могли поместиться на последней скамейке, надо прибавить 2 скамейки. (Если при размещении по 7 человек 2 места были не заняты, то на 2 скамейках сидело всего 7 чел. + 5 чел. = 12 чел., которые потом и разместились по 6 человек).

Ответ: 39 скамеек.

145. По шоссе едут два велосипедиста в одну и ту же сторону. Расстояние между ними 9 км. Первый едет со скоростью 15 км, второй догоняет его со скоростью 18 км в час. Через сколько часов второй догонит первого?

*Решение с графической иллюстрацией.*

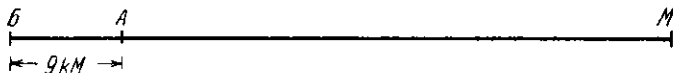


Рис. 3

Изобразим условие задачи чертежом (рис. 3).

Пусть первый велосипедист находится в точке  $A$ , второй в  $B$ , расстояние между ними ( $BA$ ) равно 9 км. За час первый уедет вперёд на 15 км, второй — на 18 км; второй приблизится к первому на  $18 \text{ км} - 15 \text{ км} = 3 \text{ км}$ ; расстояние между ними будет равно 6 км; через час 1-й уедет вперёд ещё на 15 км, второй на 18 км; расстояние между ними уменьшится ещё на 3 км и будет равно 3 км. Ещё через час оба будут в точке встречи  $M$ .

*Решение задачи.* 1)  $18 \text{ км} - 15 \text{ км} = 3 \text{ км}$ . На 3 км приближается второй велосипедист к первому в каждый час.

2)  $9 \text{ км} : 3 \text{ км} = 3$ ; через 3 часа второй велосипедист догонит первого.

Ответ: через 3 часа.



146. Из Москвы по линии Москва—Саратов идёт товарный поезд в Мичуринск со скоростью 25 км в час, другой товарный поезд выходит из Мичуринска в Саратов со скоростью 30 км в час. Расстояние между Мичуринском и Саратовым на 50 км больше, чем между Москвой и Мичуринском. Когда второй поезд отходил из Мичуринска, первый был уже в расстоянии 25 км от Москвы. Определить расстояние от Москвы до Мичуринска и до Саратова, если первый поезд в Мичуринск, а второй в Саратов пришли одновременно.

*Решение с объяснением.*

Первый поезд прошел 25 км от Москвы к моменту выхода второго поезда; значит, первый поезд вышел из Москвы на 1 час раньше, чем второй поезд из Мичуринска.

Расстояние от Мичуринска до Саратова на 50 км больше, чем от Москвы до Мичуринска, а так как при начале одновременного движения поездов первый находится на 25 км ближе к Мичуринску, чем расстояние Москва—Мичуринск, то разность расстояний стала больше на 25 км и равна  $50 \text{ км} + 25 \text{ км} = 75 \text{ км}$ .

Но поезда пришли одновременно — один в Мичуринск, другой в Саратов. Второй шёл в час больше, чем первый, на 5 км (30 км — 25 км); при одновременном движении второй поезд прошёл больше, чем первый, на 75 км, следовательно, они шли одновременно 15 часов (75 км : 5 км).

Первый поезд шёл 15 час. + 1 час. = 16 час. Расстояние от Москвы до Мичуринска  $25 \text{ км} \cdot 16 = 400 \text{ км}$ , от Мичуринска до Саратова  $30 \text{ км} \cdot 15 = 450 \text{ км}$ , от Москвы до Саратова  $400 \text{ км} + 450 \text{ км} = 850 \text{ км}$ .

Ответ: 850 км.

147. По двум параллельным путям железнодорожного полотна движутся в одном и том же направлении два поезда: скорый со скоростью 58 км в час и почтовый со скоростью 40 км в час. Длина скорого поезда 75 м, длина почтового 105 м. Сколько времени скорый поезд будет обгонять почтовый, т. е. сколько времени пройдёт от того момента, когда передняя часть паровоза скорого поезда поравняется с задней частью последнего вагона почтового, до того момента, когда задняя часть последнего вагона скорого поезда поравняется с передней частью паровоза почтового поезда?

*Решение.* 1)  $75 \text{ м} + 105 \text{ м} = 180 \text{ м}$ . Скорый поезд обгоняет почтовый на расстояние 180 м;

2)  $58 \text{ км} - 40 \text{ км} = 18 \text{ км}$ ; на 18 км в час скорый поезд перемещается быстрее почтового; 3)  $18 \text{ км} : 3600 = 5 \text{ м}$ ; на 5 м в секунду скорый поезд перемещается быстрее почтового; 4)  $180 \text{ м} : 5 \text{ м} = 36$ ; скорый поезд обгоняет почтовый в течение 36 сек.

Ответ: 36 сек.

148. Ипподром имеет вид круга, окружность которого 1,14 км. Из двух точек, лежащих на концах диаметра этого круга, начинают скакать по окружности ипподрома, по одному и тому же направле-

нию, две лошади, из которых первая пробегает в секунду 11,5 м, вторая  $14\frac{2}{3}$  м. Через сколько времени вторая лошадь догонит первую и сколько кругов она должна сделать для этого?

*Решение.* 1) Между двумя лошадьми находится полуокружность, длина которой  $1,14 \text{ км} : 2 = 0,57 \text{ км}$ ;

2) вторая лошадь приближается к первой на  $14\frac{2}{3} \text{ м} - 11\frac{1}{2} \text{ м} = 3\frac{1}{6} \text{ м}$  в секунду;

3) вторая лошадь догонит первую через  $570 \text{ м} : 3\frac{1}{6} \text{ м} = 180$ ; 180 секунд;

4) вторая лошадь, чтобы догнать первую, пробежит расстояние  $14\frac{2}{3} \text{ м} \times 180 = 2640 \text{ м}$ ;

5) это расстояние составит  $2640 \text{ м} : 1140 \text{ м} = 2\frac{6}{19}$  окружности.

Ответ: через 3 мин.;  $2\frac{6}{19}$  окружности.

г) Задачи, решаемые способом метатезиса.

Способ метатезиса, или переименования, или придания неизвестному другого значения основан на свойстве произведения не изменяться, если множимое принять за множителя или наоборот.

149. 3 десятка огурцов и 2 кочана капусты стоят 1 руб. 40 коп.; если бы огурцы вздорожали втрое, а капуста вдвое, то за ту же покупку пришлось бы заплатить 3 руб. 40 коп. Что стоит 1 дес. огурцов и кочан капусты?

В данной задаче стоимость второй покупки не изменится, если увеличится втрое не цена, а количество огурцов и вдвое количество капусты.

Получается задача: 3 дес. огурцов и 2 кочана капусты стоят 1 руб. 40 коп., а 9 дес. огурцов и 4 кочана капусты 3 руб. 40 коп.

Увеличим первую покупку в 3 раза и сравним со второй: 9 дес. огурцов и 6 кочанов капусты стоят 4 руб. 20 коп., а 9 дес. огурцов и 4 кочана капусты стоят 3 руб. 40 коп.

Отсюда: 6 коч. — 4 коч. = 2 коч.; 4 руб. 20 коп. — 3 руб. 40 коп. = 80 коп. стоят 2 кочана; 80 коп. : 2 = 40 коп. стоит 1 кочан капусты; 1 руб. 40 коп. — 80 коп. = 60 коп. стоят 3 дес. огурцов; 60 коп. : 3 = 20 коп. стоит 1 дес. огурцов.

Ответ: 1 дес. огурцов стоит 20 коп.

150. Двумя насосами выкачивали воду. Когда один действовал 9 часов, а другой 3 часа, то они дали 69 бочек. Если бы первый работал втрое медленнее, а второй вдвое быстрее, то они дали бы 48 бочек. Сколько бочек выкачивал каждый насос в час?

*Решение с объяснением.*

Условие: первый насос работал втрое медленнее, а второй вдвое быстрее — равносильно тому, что оба насоса работали с той же про-

изводительностью, как в первом случае, но первый работал не 9 часов, а 3 часа, второй же не 3 часа, а 6 часов.

Получаем следующую задачу: за 9 часов работы 1-го насоса и 3 часа работы 2-го они дали 69 бочек воды, а за 3 часа работы первого насоса и 6 часов работы второго — 48 бочек.

Из последней части условия выводим, что за 9 часов работы первого и 18 часов работы второго насоса они дали бы 144 бочки воды (все числа увеличены в 3 раза).

Делаем сравнение первой и второй части условия:  $144 \text{ боч.} - 69 \text{ боч.} = 75 \text{ боч.}$ ;  $18 \text{ час.} - 3 \text{ час.} = 15 \text{ час.}$ ;  $75 \text{ боч.} : 15 = 5 \text{ боч.}$ ; 5 бочек в час даёт второй насос;  $5 \text{ боч.} \cdot 3 = 15 \text{ боч.}$ ;  $69 \text{ боч.} - 15 \text{ боч.} = 54 \text{ боч.}$ ;  $54 \text{ боч.} : 9 = 6 \text{ бочек в час}$  даёт первый насос.

Можно решить задачу, исключив число часов работы второго насоса.

Ответ: 6 бочек в час 1-й насос.

**151.** За  $\frac{1}{4}$  кг сыра и 700 г сливочного масла уплачено 17,5 руб.; если бы сыр подешевел на  $\frac{1}{5}$  его стоимости, а масло на  $\frac{1}{7}$  его стоимости, то за ту же покупку надо было бы заплатить 14,7 руб. Сколько стоит 1 кг сыра и 1 кг масла?

*Решение.*  $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ ;  $1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ ; стоимость сыра (масла) — это произведение стоимости 1 кг на количество сыра (масла).

Величина произведения не изменится, если число, показывающее стоимость 1 кг, будем считать за количество продукта, а число, показывающее количество, — за цену 1 кг.

Тогда вторая часть задачи будет иметь такую форму: если бы сыра было куплено меньше на  $\frac{1}{5}$ , а масла на  $\frac{1}{7}$  прежнего количества, то за покупку надо было бы уплатить 14,7 руб.

$\frac{1}{4}$  кг сыра и  $\frac{7}{10}$  кг масла стоят 17,5 руб.

$\frac{1}{4}$  кг  $\cdot \frac{4}{5}$  сыра и  $\frac{7}{10}$  кг  $\cdot \frac{6}{7}$  масла стоят 14,7 руб., или  $\frac{1}{5}$  кг сыра и  $\frac{3}{5}$  кг масла стоят 14,7 руб.

Увеличим первую покупку в 4, а вторую в 5 раз.

1 кг сыра и 2,8 кг масла стоят 70 руб.

1 кг сыра и 3 кг масла стоят 73,5 руб.

Отсюда 0,2 кг масла стоят 73,5 руб. — 70 руб. = 3,5 руб. (цена 0,2 кг масла).

3,5 руб. : 0,2 = 17,5 руб.

17,5 руб.  $\cdot$  3 = 52,5 руб.

73,5 руб. — 52,5 руб. = 21 руб. (цена 1 кг сыра).

Ответ: 21 руб.; 17,5 руб.

д) Смешанные задачи.

**152.** Со станции вышел поезд со скоростью 25 км в час. Два часа спустя вышел в том же направлении другой поезд, идущий со скоростью 35 км в час. Через сколько часов он догонит первый поезд? Сколько километров пройдёт за это время каждый из них?

*Анализ.* Чтобы узнать, через сколько часов после выхода 2-й поезд догонит 1-й, надо знать:

1) на сколько километров в час он проходит больше 1-го поезда, или на сколько километров они сближаются за час;

2) надо знать, какое расстояние было между поездами в момент выхода 2-го поезда.

Чтобы ответить на первый вопрос, надо знать скорость того и другого поезда (они даны в условии). Чтобы ответить на второй вопрос, надо знать скорость 1-го поезда (дана в условии) и сколько часов он шёл до выхода второго поезда (дано в условии).

Чтобы узнать, какое расстояние прошли поезда, достаточно узнать, какое расстояние прошёл 2-й поезд. Для этого надо знать его скорость (дано в условии) и число часов движения (определяется ниже).

*Решение с объяснением.*

1) Узнаем, на сколько километров 2-й поезд проходит в час больше 1-го, если известно, что 1-й поезд проходит в час 25 км, а 2-й 35 км:

$$35 \text{ км} - 25 \text{ км} = 10 \text{ км}.$$

2) Сколько километров прошёл 1-й поезд за 2 часа, если в час он проходил по 25 км. За 2 часа поезд прошёл больше 25 км в 2 раза:

$$25 \text{ км} \times 2 = 50 \text{ км}.$$

3) Через сколько часов 2-й поезд догонит 1-й, если за час поезда сближаются на 10 км, а расстояние между поездами было 50 км. Поезда сближаются через столько часов, сколько раз в 50 км содержится по 10 км:

$$50 \text{ км} : 10 \text{ км} = 5.$$

4) Какое расстояние прошёл второй поезд, если он шёл 5 часов со скоростью 35 км в час. За 5 часов поезд прошёл в 5 раз больше, чем за 1 час:

$$35 \text{ км} \times 5 = 175 \text{ км}.$$

Ответ: Второй поезд придет 175 км.

**153.** Переднее колесо экипажа на некотором расстоянии сделало на 120 оборотов больше заднего. Найти это расстояние, если окружности колёс экипажа соответственно равны 2 м и 3 м?

*Решение.* 1) Сколько оборотов сделает переднее колесо на расстоянии 6 м?

$$6 \text{ м} : 2 \text{ м} = 3 \text{ (оборота)}.$$

2) Сколько оборотов сделает заднее колесо на расстоянии 6 м?

$$6 \text{ м} : 3 \text{ м} = 2 \text{ (оборота)}.$$

3) Сколько лишних оборотов делает переднее колесо сравнительно с задним на расстоянии 6 м?

$$3 \text{ об.} - 2 \text{ об.} = 1 \text{ об.}$$

4) Каково было расстояние?

Расстояние содержит столько раз по 6 м, сколько раз один оборот содержится в 120 оборотах.

$$6 \text{ м} \cdot 120 = 720 \text{ м.}$$

Проверка. 1)  $720 : 2 = 360$  (оборотов) сделает переднее колесо.

2)  $720 : 3 = 240$  (оборотов) сделает заднее колесо.

3)  $360 - 240 = 120$  (оборотов), что согласуется с условием задачи; следовательно, задача решена верно.

**154.** Когда один буксирный пароход отходил от Горького, другой только шёл сверху к этому городу и был на расстоянии 96 км от него. Первый буксир шёл со скоростью 8 км в час, второй — 12 км в час. Сколько километров от Горького до Ульяновска, если второй буксир нагнал первый в расстоянии 468 км, не доходя до Ульяновска?

*Решение.* 1)  $12 \text{ км} - 8 \text{ км} = 4 \text{ км}$ ; на 4 км в час уменьшалось расстояние между буксирами;

2)  $96 \text{ км} : 4 \text{ км} = 24$ ; через 24 часа второй буксир догнал первый;

3) первый буксир прошёл за 24 часа по направлению от Горького к Ульяновску расстояние  $8 \text{ км} \cdot 24 = 192 \text{ км}$ ;  $192 \text{ км} + 468 \text{ км} = 660 \text{ км}$ .

Ответ: 660 км.

**155.** Мотоциклист, отправляясь в экскурсию, рассчитал, что если он будет проезжать по 20 км в час, то придет на место на 15 мин. раньше, чем если поедет со скоростью 900 м в 3 мин. Какое расстояние он должен проехать?

*1-е решение.* Скорость  $900 \text{ м} : 3 = 300 \text{ м}$ ;  $300 \text{ м} \times 60 = 18 \text{ км}$ . На 1 км тратится 3 мин. при скорости 20 км в час; на 1 км тратится при скорости 18 км в час 3 мин. 20 сек.; выигрыш при первой скорости на 1 км — 20 сек. Расстояние равно 45 км (15 мин. : 20 сек.).

*2-е решение.* Если бы из пункта отправления выехали одновременно два мотоциклиста со скоростями 20 км и 18 км, то первый приехал бы на место 15 мин. раньше, т. е. опередил бы второго на 4 км 500 м ( $18 \text{ км} : 4$ ). Но за час первый мог опередить второго только на 2 км ( $20 \text{ км} - 18 \text{ км}$ ); значит, надо узнать, во сколько раз 4 км 500 м больше 2 км (столько часов первый провёл бы в пути);  $4 \text{ км} : 2 \text{ км} = 2$  (раза), а 500 м составляют четвертую часть 2 км; значит, первый ехал бы 2 часа 15 мин. и проехал  $20 \text{ км} + 20 \text{ км} + 5 \text{ км} = 45 \text{ км}$ .

Сделаем проверку решения обратным путём. Если расстояние в 45 км проехать со скоростью 20 км в час, то понадобится на 40 км — 2 часа, а на 5 км — 15 мин. (четвёртая часть часа).

Если бы то же расстояние проехать со скоростью 18 км в час, то на 36 км понадобится 2 часа и на 9 км — 30 мин., итого — 2 часа 30 мин. При первой скорости экономия времени составит 15 мин., что согласно с условием задачи.

Ответ: 45 км.

**156.** Несколько литров кислоты ценою по 6 руб. за литр разбавили для технических целей 5 л воды. Если оценить стоимость 1 л раствора по 4 руб. 50 коп., то стоимость всего раствора будет на 3 руб. больше первоначальной стоимости кислоты. Сколько кислоты было первоначально?

*Решение.* 1) Стоимость 5 л раствора, полученных за счёт 5 л воды, представляет прибыль на растворе 4 руб. 50 коп. · 5 = 22 руб. 50 коп.; 2) если бы эта прибыль была меньше на 3 руб., т. е. равнялась бы 22 руб. 50 коп. — 3 руб. = 19 руб. 50 коп., то она покрыла бы убыток на кислоте;

3) на 1 л кислоты получается убыток: 6 руб. — 4 руб. 50 коп. = 1 руб. 50 коп.;

4) значит, кислоты было столько литров, сколько раз в 19 руб. 50 коп. содержится 1 руб. 50 коп.; 19 руб. 50 коп. : 1 руб. 50 коп. = 13; 13 л.

Ответ: 13 л.

**157.** Если из куска серебра сделать чайные ложки весом по 16,5 г, то останется 0,5 г; если же сделать столько же ложек весом по 20 г каждая, то нехватит 150 г. Каков вес куска серебра?

*Решение.* 1) 20 г — 16,5 г = 3,5 г — на столько увеличивается вес одной ложки;

2) 150 г + 0,5 г = 150,5 г — на столько надо больше серебра для изготовления ложек большего размера;

3) 150,5 г : 3,5 г = 43 — число тех и других ложек;

4) 20 г · 43 = 860 г;

5) 860 г — 150 г = 710 г.

Ответ: 710 г.

**158.** Если поезд, вышедший со станции А, будет проходить километр в  $\frac{1}{25}$  часа, то придёт на станцию В на  $\frac{1}{2}$  часа позже назначенного времени, если же будет делать километр в  $\frac{1}{30}$  часа, то придёт на станцию на 2 часа раньше срока. Найти расстояние между станциями.

*Решение.* 1)  $\frac{1}{25}$  часа —  $\frac{1}{30}$  часа =  $\frac{1}{150}$  часа — на столько больше времени во втором случае тратит поезд на прохождение 1 км;

2)  $\frac{1}{2}$  часа + 2 часа =  $2\frac{1}{2}$  часа — на столько времени больше нужно поезду на пробег всего расстояния во втором случае;

3)  $2\frac{1}{2}$  часа :  $\frac{1}{150}$  часа = 375; 375 км — искомое расстояние.

Ответ: 375 км.

159. Колхозник отправился из колхоза в город и проезжал первые 5 час. по 8 км, потом по  $6\frac{1}{2}$  км в час. Спустя  $1\frac{1}{2}$  часа из того же колхоза отправился по тому же направлению другой колхозник, проезжавший в час по  $9\frac{1}{2}$  км. Через сколько времени второй колхозник догнал первого?

*Рассуждение.* Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать, на каком расстоянии первый колхозник был впереди второго в момент выезда второго. Скорость первого колхозника и промежуток времени, в течение которого он уезжал вперёд, даны. Далее надо узнать, на сколько километров второй колхозник приближался к первому за час движения. Скорость второго колхозника одна и та же во всё время движения. Первый же едет сначала с большей скоростью, потом с меньшей. Узнаем, в течение какого времени он едет с большей скоростью одновременно со вторым колхозником и разность их скоростей при этом движении. По этим данным определим, на какое расстояние они сблизилась. На остальную часть разделявшего их расстояния (которую легко определить) они сближаются при меньшей скорости первого колхозника. Найдём разность скоростей. Наконец, можно определить число часов движения во второй части пути и всё число часов движения 2-го колхозника.

*План решения.*

1. Какое расстояние разделяло колхозников в момент выезда второго колхозника?
2. Сколько часов первый колхозник ехал с большой скоростью одновременно со вторым колхозником или сколько часов второй колхозник догонял первого, ехавшего со скоростью 8 км?
3. На сколько километров в час сближались колхозники, пока первый проезжал по 8 км в час?
4. На сколько километров уменьшилось разделявшее колхозников расстояние?
5. Сколько километров разделяло колхозников в тот момент, когда первый стал проезжать по  $6\frac{1}{2}$  км в час?
6. Разность скоростей колхозников в этой части пути.
7. Сколько часов догонял второй колхозник первого в этой части пути?
8. Сколько часов ехал второй колхозник, чтобы догнать первого?

*Решение с последующим пояснением.*

1)  $8 \times 1\frac{1}{2} = 12$  (км); на 12 км первый колхозник был впереди в момент выезда второго.

2)  $5 - 1\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$  (часа);  $3\frac{1}{2}$  часа второй колхозник догонял первого, ехавшего со скоростью 8 км в час.

3)  $9\frac{1}{2} - 8 = 1\frac{1}{2}$  (км); разность их скоростей за час  $1\frac{1}{2}$  км.

4)  $1\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = 5\frac{1}{4}$  (км); на  $5\frac{1}{4}$  км сократилось в этой части пути расстояние между колхозниками.

5)  $12 - 5\frac{1}{4} = 6\frac{3}{4}$  (км) разделяло колхозников, когда первый стал двигаться со скоростью  $6\frac{1}{2}$  км.

6)  $9\frac{1}{2} - 6\frac{1}{2} = 3$  (км); 3 км — разность их скоростей этой части пути.

7)  $6\frac{3}{4} : 3 = 2\frac{1}{4}$  (часа);  $2\frac{1}{4}$  часа догонял второй колхозник первого в этой части пути.

8)  $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = 5\frac{3}{4}$  (часа); через  $5\frac{3}{4}$  часа после начала движения второй колхозник догнал первого.

Ответ: через  $5\frac{3}{4}$  часа второй колхозник догнал первого.

160. В  $2\frac{1}{2}$  часа дня выступил из города воинский отряд и шёл со скоростью 4 км в час. В 9 час. 15 мин. вечера того же дня послан был из города вестовой с тем, чтобы догнать отряд через  $4\frac{1}{2}$  часа и передать ему приказание вернуться в город к  $8\frac{1}{2}$  часам утра следующего дня. По сколько километров в час должен ехать вестовой, чтобы догнать отряд, и по сколько километров в час должен идти обратно отряд, чтоб прибыть в назначенное время?

Запись условия.

Отряд в  $2\frac{1}{2}$  часа, скор. 4 км.

Вестовой в  $9\frac{1}{4}$  часа, догоняет  
через  $4\frac{1}{2}$  часа.

Отряд возвращается к  $8\frac{1}{2}$  час.  
утра.

Найти:

- 1) скорость вестового;
- 2) скорость отряда при обратном движении.

Составим план решения.

Зная, время выезда вестового и сколько часов его езды до встречи с отрядом, узнаем, в котором часу утра вестовой догнал отряд. Зная, когда отряд закончил своё движение вперёд и когда он вышел из города, узнаем, сколько часов он двигался вперёд.

Скорость отряда дана — значит, можно определить, на какое расстояние отряд и вестовой продвинулись вперёд. По этому расстоя-



нию и числу часов движения вестового узнаем его скорость. В  $8\frac{1}{2}$  час. отряд должен вернуться в город, но время, когда он начнёт двигаться обратно, определено, следовательно, можно найти число часов его обратного движения, а потом и скорость его (расстояние до города известно).

*План решения.*

1. В котором часу вестовой догнал отряд?
2. Сколько часов шёл отряд до встречи с вестовым?
3. Какое расстояние прошёл отряд?
4. Скорость вестового.
5. Сколько часов отряд шёл обратно?
6. Скорость отряда при обратном движении.

*Решение.*

1)  $9\frac{1}{4} + 4\frac{1}{2} = 13\frac{3}{4}$  (часа);  $13\frac{3}{4} - 12 = 1\frac{3}{4}$  (часа).

2)  $13\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2} = 11\frac{1}{4}$  (часа).

3)  $4 \times 11\frac{1}{4} = 45$  (км).

4)  $45 : 4\frac{1}{2} = 10$  (км).

5)  $8\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$  (часа).

6)  $45 : 6\frac{3}{4} = 6\frac{2}{3}$  (км).

Ответ: скорость вестового 10 км, скорость отряда при обратном движении  $6\frac{2}{3}$  км.

**161.** Брат имел в 7 раз больше денег, чем сестра. Если бы брат имел на 12 руб. меньше, а сестра на 8 руб. больше, то у брата было бы денег только втрое больше, чем у сестры. Сколько денег у брата и у сестры?

*Решение.* Деньги сестры равняются 1 части, деньги брата равняются 7 частям. Но если увеличить деньги сестры втрое и на 24 руб., то они будут равны деньгам брата, уменьшенным на 12 руб.

Итак, 7 частей больше 3 частями на 36 руб. Отсюда 1 часть равняется 9 руб.

Ответ: у брата 63 руб.; у сестры 9 руб.

**162.** На двух полках лежат книги. Если с верхней полки переложить на нижнюю одну книгу, то на обеих полках книг будет поровну; если же переложить одну книгу с нижней полки на верхнюю, то на верхней будет в 2 раза больше книг, чем на нижней. Сколько книг лежит на каждой полке?

*Решение.* Первое число, уменьшенное на 1, равно второму числу, увеличенному на 1. Значит первое число больше второго на 2 единицы, т. е. разность между числами равна 2. Когда же первое увеличится на единицу и второе уменьшится на единицу, эта разность увеличится на 2 и будет равна 4. Но первое число вместе с тем стало больше второго в 2 раза. Отсюда 2 части — 1 часть = 1 часть. 1 часть равна 4; 2 части равны 8;  $8 - 1 = 7$  (большее число);  $7 - 2 = 5$ . На верхней полке 7 книг, на нижней 5.

Ответ: 7 книг; 5 книг.

**163.** Молочная ферма имела 364 коровы, из которых часть давала в среднем 29 гл молока в год, другая часть 43,5 гл и третья 58 гл. Сколько было коров каждого рода, если за год от каждой группы коров имели одинаковое число литров молока?

*Решение.* 1) Так как каждая группа коров давала в год одинаковое количество молока, то первая группа должна быть больше второй в  $43,5 : 29 = 1,5$  раза;

2) а вторая больше третьей в  $58 : 43,5 = 1\frac{1}{3}$  раза;

3) если число коров третьей группы примем за 1, то число коров во второй группе будет  $1\frac{1}{3}$ , а в первой  $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} = 2$  таких единицы;

4)  $2 + 1\frac{1}{3} + 1 = 4\frac{1}{3}$  (единицы или числа коров третьей группы).

5)  $364 : \frac{13}{3} = 84$  (коровы в третьей группе);

6)  $84 \cdot \frac{4}{3} = 112$  (коров во второй группе);

7)  $84 \cdot 2 = 168$  (коров в первой группе).

Ответ: 168, 112, 84.

**164.** В двух рабочих посёлках было 24600 жителей. Когда население первого посёлка увеличилось в  $1\frac{2}{7}$  раза, а население второго посёлка уменьшилось на  $\frac{4}{25}$  своего количества, в первом посёлке оказалось в  $2\frac{1}{7}$  раза больше, чем во втором. Определить первоначальное количество жителей каждого посёлка.

*Решение.* Примем за 1 первоначальное количество населения первого посёлка.

$$1) 1 \cdot 1\frac{2}{7} = \frac{9}{7};$$

$$2) \frac{9}{7} : 2\frac{1}{7} = \frac{3}{5};$$

$$3) \frac{3}{5} : \left(1 - \frac{4}{25}\right) = \frac{3 \cdot 25}{5 \cdot 21} = \frac{5}{7};$$

$$4) 1 + \frac{5}{7} = \frac{12}{7};$$

$$5) 24600 : \frac{12}{7} = 14350 \text{ (жителей в первом посёлке);}$$

$$6) 14350 \cdot \frac{5}{7} = 10250 \text{ (жителей во втором посёлке).}$$

Ответ: 14350; 10250.

**165.** Яблоко дороже сливы на 0,09 руб., а 5 яблок дешевле двух десятков слив на 0,15 руб. Что стоит яблоко и что стоит слива?

*Решение.* Яблоко дороже сливы на 0,09 руб., откуда 5 яблок дороже 5 слив на 0,45 руб., или стоимость 5 яблок равна стоимости 5 слив, увеличенной на 0,45 руб. Но 5 яблок дешевле 20 слив на 0,15 руб., или стоимость 5 яблок равна стоимости 20 слив, уменьшенной на 0,15 руб. Значит 20 слив дороже 5 слив на 0,45 руб. + + 0,15 руб. = 0,6 руб.; 20 сл. — 5 сл. = 15 слив стоят 0,6 руб.; слива стоит 0,6 руб. : 15 = 0,04 руб.; яблоко стоит 0,09 руб. + 0,04 руб. = = 0,13 руб.

Ответ: 0,13 руб.; 0,04 руб.

**166.** Лотошник продал 4 груши с прибылью 0,3 руб.; в другой раз он продал 11 груш и получил 0,3 руб. убытку. Какова себестоимость груши, если вторая выручка вдвое больше первой?

*Решение.* Если бы в первый раз были проданы 8 груш, то на них было бы получено 0,6 руб. прибыли, а выручка была бы равна второй выручке.

Следовательно, себестоимость 8 груш, увеличенная на 0,6 руб., равна себестоимости 11 груш, уменьшенной на 0,3 руб. (так как при второй продаже получено 0,3 руб. убытку).

Отсюда себестоимость 11 груш больше себестоимости 8 груш на 0,3 руб. + 0,6 руб. = 0,9 руб.; себестоимость груши 0,9 руб. : 3 = = 0,3 руб.

Ответ: 0,3 руб.

**167.** Полк должен прибыть из местечка А в В через 8 дней. Спустя 2 дня после его выступления в В был послан вестовой, которому приказано прибыть в В через 5 дней. Через сколько времени он догонит полк?

*Решение.* 1) Полк должен проходить в день  $1 : 8 = \frac{1}{8}$  расстояния АВ;

2) полк был впереди вестового в момент выезда последнего на  $\frac{1}{8} \cdot 2 = \frac{1}{4}$  расстояния АВ;

3) вестовой проезжает за день  $1 : 5 = \frac{1}{5}$  расстояния АВ;

4) вестовой приближается к полку за день на  $\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{3}{40}$  расстояния АВ;

5) вестовой догонит полк через  $3 \frac{1}{3}$  дня  $\left( \frac{1}{4} : \frac{3}{40} = 3 \frac{1}{3} \right)$ .

Ответ: через  $3 \frac{1}{3}$  дня.

168. В мастерской имеется 2 куска ткани различного сорта. Первый кусок ценою по  $3\frac{3}{4}$  руб. за метр стоит на  $7\frac{1}{2}$  руб. дешевле второго; второй кусок, материал которого стоит по  $4\frac{1}{2}$  руб. за метр, короче первого на  $1\frac{1}{2}$  м. Найти длину каждого куска.

*Решение.* 1) Сколько стоит  $1\frac{1}{2}$  м первого куска?

$$3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{2} = 5\frac{1}{8} \text{ (руб.)}$$

2) На сколько рублей дешевле был бы первый кусок, если бы в нём было такое же количество ткани, как во втором куске?

$$5\frac{5}{8} + 7\frac{1}{2} = 13\frac{1}{8} \text{ (руб.)}$$

3) На сколько 1 м ткани первого куска дешевле, чем 1 м второго куска?

$$4\frac{1}{2} - 3\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \text{ (руб.)}$$

4) Сколько метров было бы в каждом куске, если бы в первом было столько же, сколько во втором? или сколько метров ткани во втором куске?

$$13\frac{1}{8} : \frac{3}{4} = 17\frac{1}{2}$$

5) Сколько метров ткани было в первом куске?

$$17\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 19 \text{ (м)}$$

Ответ: 19 м;  $17\frac{1}{2}$  м.

169. Часы показывают 12 часов. В котором часу минутная стрелка будет снова совпадать с часовой? Указать время трёх последовательных (после 12 часов) совпадений.

*Решение.* Минутная стрелка обгонит часовую на 60 делений — 5 делений = 55 делений в час; чтобы обогнать на 60 делений, т. е. снова совпасть с часовой, она должна двигаться вперёд  $66 : 55 = 1\frac{1}{11}$  (часа) — значит, через 1 час  $5\frac{5}{11}$  мин.

Итак совпадение стрелок произойдет: в 1 час  $5\frac{5}{11}$  мин.; в 2 часа  $10\frac{10}{11}$  мин.; в 3 часа  $16\frac{4}{11}$  мин.

Ответ: 1 час  $5\frac{5}{11}$  мин.; 2 часа  $10\frac{10}{11}$  мин.; 3 часа  $16\frac{4}{11}$  мин.

170. Во всякий данный момент минутная и часовая стрелка часов имеют каждая своё определённое положение на циферблате. Определив положение той и другой стрелок для 3 час.  $21\frac{57}{143}$  мин., показать, что существует такой момент, когда часовая стрелка прини-

мает направление минутной, а минутная — направление часовой для 3 час.  $21\frac{57}{143}$  мин., и определить этот момент.

*Решение.* В 3 часа минутная стрелка часов будет совпадать с XII делением циферблата. К моменту, когда часы будут показывать 3 часа  $21\frac{57}{143}$  мин. минутная стрелка пройдёт  $21\frac{57}{143}$  минутных деления, а часовая стрелка к этому времени переместится на  $21\frac{57}{143} : 12 = 1\frac{112}{143}$  минутных деления, так как она движется в 12 раз медленней минутной.

Когда же стрелки поменяются местами, то часы будут показывать 4 часа + 15 мин. +  $1\frac{112}{143}$  мин. = 4 часа  $16\frac{112}{143}$  мин.

Ответ: 4 часа  $16\frac{112}{143}$  мин.

171. В 6 часов минутная и часовая стрелки часов составляют прямую линию. Когда они опять будут расположены в направлении одной прямой?

*Решение.* Когда минутная и часовая стрелка будут направлены по прямой линии, минутная пройдёт (после 6 часов) на 60 делений циферблата и в 12 раз больше, чем часовая стрелка; следовательно, часовая пройдёт:  $\frac{60}{12-1} = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$  делений после цифры 6. Часы будут показывать

$$7 \text{ час.} + \frac{12 \text{ мин.} \cdot 5}{11} = 7 \text{ час.} 5\frac{5}{11} \text{ мин.}$$

Ответ: 7 час.  $5\frac{5}{11}$  мин.

172. Командир отряда рассчитал, что он догонит свой отряд к назначенному сроку, если будет ехать по 15 км в час. На самом деле он ехал первые  $1\frac{1}{2}$  часа по  $16\frac{2}{3}$  км, а затем по  $15\frac{3}{8}$  км; вследствие этого он догнал свой отряд на  $\frac{1}{2}$  часа раньше назначенного срока. Сколько времени командир догонял свой отряд, если отряд проходил по  $4\frac{1}{4}$  км в час?

*Решение.* Командиру надо было наверстать то расстояние, которое отряд прошёл до его выезда:

$16\frac{2}{3} - 4\frac{1}{4} = 12\frac{5}{12}$  (км);  $12\frac{5}{12} \cdot 1\frac{1}{2} = 18\frac{5}{8}$  (км) он наверстал за первые  $1\frac{1}{2}$  часа;

$15\frac{3}{8} - 4\frac{1}{4} = 11\frac{1}{8}$  (км); те же  $18\frac{5}{8}$  км, двигаясь со скоростью  $15\frac{3}{8}$  км, он наверстал бы в  $18\frac{1}{8} : 11\frac{1}{8} = 1\frac{60}{89}$  (часа).

Следовательно, двигаясь всё время со скоростью  $15\frac{3}{8}$  км в час, командир выгадает во времени только  $\frac{1}{2}$  часа  $\left(1\frac{60}{89}$  часа  $- 1\frac{1}{2}$  часа  $\right) = \frac{1}{2}$  часа  $- \frac{31}{178}$  часа  $= \frac{29}{89}$  часа.

Двигаясь со скоростью  $15\frac{3}{8}$  км в час, чтобы наверстать 1 км, командир затрачивает  $1 : 11\frac{1}{8} = \frac{8}{89}$  (часа), а двигаясь со скоростью 15 км в час на 1 км затрачивает  $1 : \left(15 - 4\frac{1}{4}\right) = 1 : 10\frac{3}{4} = \frac{4}{43}$  (часа).

Таким образом, выигрывая на каждом километре, который надо наверстать,  $\frac{4}{43} - \frac{8}{89} = \frac{12}{3827}$  (часа), он на всём расстоянии выигрывает  $\frac{29}{89}$  часа.

Всё расстояние, которое надо наверстать,  $\frac{29}{89} : \frac{12}{3827} = 103\frac{11}{12}$  (км);  $103\frac{11}{12}$  км  $- 18\frac{5}{8}$  км  $= 85\frac{7}{24}$  км, это расстояние он наверстывал в  $85\frac{7}{24} : 11\frac{1}{8} = 7\frac{2}{3}$  (часа); всего командир догонял отряд  $1\frac{1}{2} + 7\frac{2}{3} = 9\frac{1}{6}$  (часа).

Ответ:  $9\frac{1}{6}$  часа.

173. Скорость течения реки 2 км в час. Чтобы проплыть некоторое расстояние по течению, лодочник употребляет вдвое менее времени, чем плывя против течения. Найти скорость лодки в стоячей воде.

*Решение.* Скорость лодки в час при движении по течению равна скорости её в стоячей воде  $+ 2$  км; скорость лодки в час при движении против течения равна скорости лодки в стоячей воде  $- 2$  км.

По условию время движения по течению вдвое меньше, чем время движения против течения (на одном и том же расстоянии). Следовательно, скорость движения по течению вдвое больше, чем скорость движения против течения: 2 части  $- 1$  часть  $= 1$  часть; но скорость в час движения по течению на  $2$  км  $+ 2$  км  $= 4$  км больше, чем скорость в час движения против течения; скорость по течению равна  $4$  км  $\cdot 2 = 8$  км, против течения  $4$  км,  $8$  км  $- 2$  км  $= 6$  км скорость в час движения в стоячей воде.

Ответ: 6 км.

174. Поезд идёт 15 сек. мимо телеграфного столба и 45 сек. проходит тоннель в 450 м. Вычислить скорость и длину поезда.

*Решение.* В 45 сек. поезд проходит расстояние, равное 450 м плюс длина поезда, в 15 сек. — расстояние, равное длине поезда.

1) 45 сек.  $- 15$  сек.  $= 30$  сек.;

2) 450 м : 30  $= 15$  м;

3)  $15 \text{ м} \cdot 60 \cdot 60 = 54 \text{ км}$  — скорость поезда в час;

4)  $15 \text{ м} \cdot 15 = 225 \text{ м}$  — его длина.

Ответ: длина 225 м.

**175.** Поезд, идущий со скоростью 80 км в час, даёт свисток, проходя мимо станции без остановки, потом он даёт свисток на расстоянии 1,25 км от неё. Через какой промежуток времени начальник станции услышит второй свисток, если звук проходит 340 м в секунду? Первый свисток был услышан в тот момент, когда он был дан.

*Решение.* 1)  $1,25 \text{ км} : 80 \text{ км} = \frac{1}{64}$  (часа);  $\frac{1}{64}$  часа =  $56 \frac{1}{4}$  сек.;

2)  $1,25 \text{ км} : 340 \text{ м} = 3 \frac{23}{34}$  (сек.);

3)  $56 \frac{1}{4}$  сек. +  $3 \frac{23}{34}$  сек. =  $59 \frac{63}{68}$  сек.

Ответ:  $59 \frac{63}{68}$  сек.

**176.** Два автомобиля вышли из города В в одном направлении; первый в 8 час. утра, второй в 10 час. 50 мин. После того как второй автомобиль догнал первый, они ещё продолжали путь в течение  $2 \frac{1}{2}$  час., и в момент остановки оказалось, что второй автомобиль обошёл первый на 30 км. В котором часу второй автомобиль догнал первый и какое расстояние прошли автомобили до этого, если скорость первого равна  $\frac{3}{5}$  скорости второго?

*Решение.* 1)  $30 \text{ км} : 2 \frac{1}{2} = 12 \text{ км}$  — на 12 км в час скорость второго автомобиля больше скорости первого;

2) скорость второго 1;  $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ ;

3)  $12 \text{ км} : \frac{2}{5} = 30 \text{ км}$  — скорость второго;

4)  $30 \text{ км} \cdot \frac{3}{5} = 18 \text{ км}$  — скорость первого;

5) 10 час. 50 мин. — 8 час. = 2 часа 50 мин. =  $2 \frac{5}{6}$  часа;

6)  $18 \text{ км} \cdot 2 \frac{5}{6} = 51 \text{ км}$ ;

7)  $51 \text{ км} : 12 \text{ км} = 4 \frac{1}{4}$  (часа);

8) 10 час. 50 мин. + 4 часа 15 мин. = 15 час. 5 мин.; в 3 часа 5 мин. пополудни;

9)  $30 \text{ км} \cdot 4 \frac{1}{4} = 127 \frac{1}{2} \text{ км}$ .

Ответ: в 3 часа 5 мин. пополудни;  $127 \frac{1}{2} \text{ км}$ .

177. Два самолёта вылетели одновременно из Москвы в одном и том же направлении, один со скоростью 350 км, другой со скоростью 280 км в час. Через 2 часа первый самолёт уменьшил скорость до 230 км в час. На каком расстоянии от Москвы второй самолёт догонит первый?

*Решение.* 1) Первый самолёт обгонял второй на  $350 \text{ км} - 280 \text{ км} = 70 \text{ км}$  в час.

2) Первый самолёт был через 2 часа впереди второго на  $70 \text{ км} \times 2 = 140 \text{ км}$ .

3) После уменьшения скорости первого самолёта второй стал нагонять его на  $280 \text{ км} - 230 \text{ км} = 50 \text{ км}$  в час.

4) Второй самолёт догнал первый через столько часов, сколько раз в 140 км содержится по 50 км;  $140 \text{ км} : 50 \text{ км} = 2$  (ост. 40); 10 км составляют пятую часть 50 км, на 10 км самолёты сблизятся за 12 мин. (60 мин. : 5); на 40 км (за 48 мин.); за 2 часа 48 мин. второй самолёт догнал первый.

6) Всего до встречи второй самолёт пролетел 2 часа + 2 часа 48 мин. = 4 часа 48 мин.

7) Второй самолёт догнал первый на расстоянии 1344 км от Москвы ( $280 \text{ км} \cdot 4$ ) = 1120 км; за 12 мин. он пролетел  $280 \text{ км} : 5 = 56 \text{ км}$ ; за 48 мин. пролетел  $56 \text{ км} \cdot 4 = 224 \text{ км}$ ;  $1120 \text{ км} + 224 \text{ км} = 1344 \text{ км}$ .

Ответ: 1344 км.

178. Из колхоза в город, до которого 48 км, отправились одновременно колхозник на лошади со скоростью 7 км в час и писемносец на велосипеде со скоростью 13 км в час. Через сколько часов остаток пути до города будет для писмоносца в 3 раза меньше, чем для колхозника?

*Решение.* 1) Колхозник отставал от велосипедиста за час на  $13 \text{ км} - 7 \text{ км} = 6 \text{ км}$ .

Предположим, что через час остаток пути до города для колхозника был втрое больше, чем для велосипедиста, т. е. составлял 1 часть пути для велосипедиста и 3 части для колхозника;

2) 3 части — 1 часть = 2 части;

3) 2 части = 6 км;

4)  $6 \text{ км} : 2 = 3 \text{ км}$  — было бы расстояние до города для велосипедиста;

5)  $3 \text{ км} + 13 \text{ км} = 16 \text{ км}$  — было бы расстояние от колхоза до города;

6)  $48 \text{ км} : 16 \text{ км} = 3$  (раза).

Через 3 часа велосипедист будет в 3 раза ближе к городу, чем колхозник.

Ответ: через 3 часа.

179. Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они после полудня разделились: одна половина осталась на первом лугу и к вечеру его докосила, в другая половина.



перешла косить на второй луг, площадью вдвое меньше первого. До полудня работали столько же времени, сколько после полудня. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня оставшуюся часть работы выполнил один косец? (Задача Л. Н. Толстого.)

*Решение.* 1)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  рабочей силы надо для первого луга;

2)  $\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{8}$  рабочей силы надо для второго луга;

3)  $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$  — работа одного косца в день;

4)  $1 : \frac{1}{8} = 8$  (рабочих косили луга).

Ответ: 8 рабочих.

**180.** Из города А в город В вышли автомобиль и товарный поезд. Поезд вышел на 16 мин. позже автомобиля и догнал его через  $1\frac{1}{3}$  часа после своего выхода из А, пройдя  $\frac{8}{15}$  всего расстояния от А до В. За сколько часов поезд и автомобиль пройдут расстояние от А до В?

*Решение.* 1)  $\frac{8}{15} : \frac{4}{3} = \frac{2}{5}$ ;

2)  $1 : \frac{2}{5} = 2\frac{1}{2}$ ;  $2\frac{1}{2}$  часа идёт поезд от А до В;

3)  $1\frac{1}{3}$  час. +  $\frac{16}{60}$  час. =  $1\frac{1}{3}$  час. +  $\frac{4}{15}$  час. =  $1\frac{3}{5}$  часа;

4)  $\frac{8}{15} : \frac{8}{5} = \frac{1}{3}$ ;

5)  $1 : \frac{1}{3} = 3$ ; 3 часа идёт автомобиль от А до В.

Ответ: 2,5 часа; 3 часа.

**181.** Две бригады рабочих должны были рыть оросительную канаву, начав работу в один день и прокладывая в 5 дней по 60 м каждая, навстречу одна другой. Но одна из бригад начала работать на 5 дней позже срока и, чтобы встретиться с другой в условленном месте, пополнила бригаду и прокладывала по 75 м в 5 дней. Обе бригады встретились в назначенное время в назначенном месте. Найти длину канавы.

*Решение.* 1) Бригада, начавшая работы позднее на 5 дней, закончила в срок работу на своём участке, потому что вместо 60 м прокладывала по 75 м в 5 дней, т. е. на  $75 м - 60 м = 15 м$  больше.

2) Другая бригада обогнала её за 5 дней на 60 м; значит, чтобы догнать другую бригаду на 60 м, надо было работать  $60 м : 15 м = 4$  раза по 5 дней.

3) Длина части канавы, прорытой этой бригадой,  $75 м \cdot 4 = 300 м$ .

4) Длина всей канавы  $300 м + 300 м = 600 м$ .

Ответ: 600 м.

182. Одному рабочему платили по 2 руб. 50 коп., другому по 2 руб. за час. Первый работал на 2 часа меньше, чем второй, но заработал на 4 руб. больше второго. Сколько часов работал каждый?

*Решение.* 1) 2 руб. 50 коп.  $\cdot$  2 = 5 руб. заработал бы первый рабочий за 2 часа;

2) 4 руб. + 5 руб. = 9 руб.; на 9 руб. он заработал бы больше второго, если бы работал столько же часов, сколько второй;

3) 2 руб. 50 коп.  $-$  2 руб. = 50 коп.;

4) 9 руб. : 50 коп. = 18 (часов) — работал второй;

5) 18 час.  $-$  2 часа = 16 час. — работал первый.

Ответ: 18 час. работал второй.

## VII. ЗАДАЧИ НА ТРОЙНОЕ ПРАВИЛО.

Для решения задач на тройное правило необходимо отчётливое представление о пропорциональности величин. Задачи на это правило делятся на две группы: простое тройное правило и сложное тройное правило.

Задачи, в которых по соответствующим друг другу значениям двух пропорциональных величин требуется найти значение одной из них, соответствующее данному значению другой, называются задачами простого тройного правила. В этих задачах даются три числа, из которых два выражают соответствующие друг другу значения двух пропорциональных величин, третье — значение одной из них, для которого требуется определить соответствующее значение другой.

Задачи, в которых по данному ряду соответствующих друг другу значений нескольких (более двух) пропорциональных величин требуется найти значение одной из них, соответствующее другому ряду данных значений остальных величин, называются задачами сложного тройного правила.

Задачи на простое тройное правило учащиеся начинают решать с первых шагов изучения школьной арифметики.

Эти задачи учащиеся решают в курсе целых и дробных чисел по соображению, в конце же изучения курса арифметики они знакомятся с упрощенной формой записи решения этих задач.

### 1. Простое тройное правило.

Задачи на простое тройное правило решаются различными приёмами:

а) Способ приведения к единице.

Этот способ получил своё название оттого, что в нём, прежде чем находить требуемое значение одной из пропорциональных величин, находится значение одной из них, соответствующее единичному значению другой.

К единице приводится величина, оба значения которой даны.

**183.** Из 6 кг свекловицы получается 600 г сахара рафинада. Сколько сахара получится из 500 кг свекловицы?

*Решение.* 1) Из 1 кг свекловицы получается  $600 \text{ г} : 6 = 100 \text{ г}$  сахара рафинада;

2) из 500 кг свекловицы получается:  $100 \text{ г} \cdot 500 = 50 \text{ кг}$  сахара рафинада.

*Формула решения.*  $(600 : 6) \cdot 500 = 50 \text{ (кг)}$ .

Ответ: 50 кг.

**184.** На 54 км пробега грузовой автомобиль потратил 16 кг 200 г бензину. Сколько бензина истратит автомобиль на пробег в 42 км?

*Анализ.* Чтобы определить, сколько бензина истрачено автомобилем на пробег в 42 км, надо знать, сколько бензина тратит автомобиль на пробег в 1 км. Для того чтобы ответить на этот вопрос, надо знать, сколько километров прошёл автомобиль и сколько бензина истратил на пробег этого расстояния. То и другое есть в условии.

Итак, план решения задачи будет следующий:

1. Узнаем, сколько бензина тратил автомобиль на пробег 1 км, если известно, что на пробег 54 км истрачено 16 кг 200 г. На пробег 1 км истрачено в 54 раза меньше, чем на пробег 54 км, поэтому 16 кг 200 г делим на 54. Для уменьшения числа в несколько раз надо это число делить на целое число.

$$16 \text{ кг } 200 \text{ г} : 54 = 300 \text{ г.}$$

2. Узнаем, сколько бензина истрачено на пробег 42 км, если на пробег 1 км тратили 300 г.

$$300 \text{ г} \times 42 = 12600 \text{ г} = 12 \text{ кг } 600 \text{ г.}$$

На пробег 42 км истрачено топлива в 42 раза больше, чем на пробег 1 км. Для увеличения числа 300 г в 42 раза надо 300 г умножить на 42.

Ответ: на пробег 42 км истрачено 12 кг 600 г.

**185.** Школьное помещение 3 уборщицы могут убрать за 8 часов. Во сколько времени будет убрано то же помещение, если будут работать 4 уборщицы?

*Решение.* 1) Одна уборщица уберёт помещение за 8 час.  $\cdot 3 = 24 \text{ часа}$ ;

2) 4 уборщицы — за 6 часов ( $24 \text{ часа} : 4 = 6 \text{ час.}$ ).

Ответ: в 6 часов.

б) Способ обратного приведения к единице.

При употреблении этого способа к единице приводится величина, для которой дано одно значение.

**186.** Стахановец добыл за 5 часов 150 т угля. Сколько времени проработал он, чтобы добыть 360 т?

*Решение.* 1)  $150 \text{ т} : 5 = 30 \text{ т}$  угля добывает стахановец за 1 час;  
2)  $360 \text{ т} : 30 \text{ т} = 12$  — за 12 часов он добывает 360 т угля.

*Формула решения.*  $360 : (150 : 5) = 12$  (час.).

Ответ: 12 часов.

При решении задачи мы сначала узнали, сколько тонн угля добыл стахановец за 1 час, т. е. привели к единице величину — время, для которой дан один размер (5 час.). Этот приём решения называется способом обратного приведения к единице.

187. Колхозник получал за 5 трудодней 42 кг 500 г зерна. Сколько трудодней выработал он и его семья, если получили всего 129 ц 20 кг зерна?

*Решение.* 1)  $42 \text{ кг } 500 \text{ г} : 5 = 8 \text{ кг } 500 \text{ г}$  зерна — выдавали на 1 трудодень;

2)  $129 \text{ ц } 20 \text{ кг} : 8 \text{ кг } 500 \text{ г} = 1520$ ; 1520 трудодней выработали колхозник и его семья.

Ответ: 1520 трудодней.

188. 10 куб. дм железа весят 78 кг. Каков объём куска железа, если его вес 163,8 кг?

*Решение.* 1)  $78 \text{ кг} : 10 = 7,8 \text{ кг}$  — вес 1 куб. дм железа.

2)  $163,8 \text{ кг} : 7,8 \text{ кг} = 21$  (куб. дм) — объём куска железа.

Ответ: 21 куб. дм.

в) Способ приведения к общему делителю,  
к общей мере.

189. Маятник делает 35 колебаний в 50 сек. Во сколько времени он делает 21 колебание?

Задача легко решается методом прямого или обратного приведения к единице при условии знания дробей.

Если задача такого типа решается впервые, то предварительно следует прорешать более простые задачи подготовительного характера.

Например, изменить вопрос: во сколько времени маятник сделает 7 качаний? После этого можно перейти к решению поставленной задачи.

35 колеб. . . . . 50 сек.

21 колеб. . . . . ?

1) Во сколько секунд маятник сделает 7 колебаний?

Число секунд будет во столько раз меньше 50, во сколько раз 7 меньше 35, т. е. в 5 раз.

$50 \text{ сек.} : 5 = 10 \text{ сек.}$

2) Во сколько секунд маятник сделает 21 колебание?

Число секунд во столько раз будет более 10 сек., во сколько 21 более 7, т. е. в 3 раза.

$10 \text{ сек.} \cdot 3 = 30 \text{ сек.}$

**190.** Когда переднее колесо экипажа делает 60 оборотов, заднее делает их 40. Сколько оборотов сделает заднее колесо, когда переднее сделает 48 оборотов?

*Решение.* Переход от числа 60 к числу 48 можно сделать через Н О Д (60 и 48) = 12. 1) 60 больше 12 в  $60 : 12 = 5$  раз; 2) 48 больше 12 в  $48 : 12 = 4$  раза; 3) когда переднее колесо сделает 12 оборотов (в 5 раз меньше 60), заднее сделает  $40 : 5 = 8$  (оборотов в 5 раз меньше 40); 4) когда переднее колесо сделает 48 оборотов (в 4 раза больше 12), заднее сделает  $8 \text{ об.} \cdot 4 = 32$  оборота (в 4 раза больше 8).

Ответ: 32 оборота.

**191.** 1 кг белого хлеба стоит 3 руб. 60 коп. Сколько надо заплатить за 825 г этого хлеба?

*Решение.* 1)  $825 \text{ г} = 500 \text{ г} + 250 \text{ г} + 50 \text{ г} + 25 \text{ г} = 1000 \text{ г} : 2 +$

$+ 1000 \text{ г} : 4 + 1000 \text{ г} : 20 + 1000 \text{ г} : 40.$

2) 3 руб. 60 коп. : 2 = 1 руб. 80 коп.;

3) 3 руб. 60 коп. : 4 = 90 коп.;

4) 3 руб. 60 коп. : 20 = 18 коп.;

5) 3 руб. 60 коп. : 40 = 9 коп.;

6) 1 руб. 80 коп. + 90 коп. + 18 коп. + 9 коп. = 2 руб. 97 коп.

Ответ: 2 руб. 97 коп.

г) Способ отношений, пропорционального изменения.

Этот способ заключается в следующем: находится отношение данных значений одной величины и изменяется в этом отношении или в обратном, смотря по тому, будут ли величины задачи прямо пропорциональные или обратно пропорциональные, данное значение другой величины.

**192.** Один косец может скосить в среднем 50 а за такое же время, за какое время косилка при конной тяге скосит 6 га. Сколько дней потребуется косцу, чтобы скосить ту же площадь, какую косилка скосит в 6 дней?

*Решение.* 1)  $6 \text{ га} : 50 \text{ а} = 12$ ; в 12 раз производительность труда косца меньше, чем косилки;

2)  $6 \text{ дн.} \cdot 12 = 72$  дня потребуется косцу для работы, которую косилка выполнит в 6 дней.

Ответ: 72 дня.

**193.** Из 9 кг муки выходит 12 кг печёного хлеба. Сколько печёного хлеба выйдет из 45 кг муки?

*Решение с объяснением.*

1) Во сколько раз последнее количество муки больше первоначального, если сначала было 9 кг муки, потом взяли 45 кг? Кратное отношение двух чисел находится делением по содержанию, поэтому 45 кг делим на 9 кг.

$45 \text{ кг} : 9 \text{ кг} = 5$  (раз); в 5 раз.

2) Надо узнать, сколько вышло хлеба из 45 кг муки, если из первоначального количества муки выходило 12 кг печёного хлеба, а потом количество муки увеличилось в 5 раз. Количество печёного хлеба увеличится во столько же раз, во сколько раз увеличилось количество муки. Поэтому 12 кг множим на 5, получается 60 кг.

Ответ: 60 кг.

194. Делая в среднем по 36 км в час, поезд прошёл расстояние между двумя городами за 24 часа. С какой скоростью должен идти поезд, чтобы пройти тот же путь за 18 часов?

При уменьшении времени пробега поезда в несколько раз, скорость поезда на таком же расстоянии должна во столько же раз увеличиться.

*Анализ.* Числа 24 часа и 18 часов имеют общий делитель, равный 6. Поэтому переход от числа 24 часа к 18 час. можно сделать через этот общий делитель. Чтобы узнать, с какой скоростью должен идти поезд, чтобы пройти данное расстояние за 18 час., надо:

1) Знать, во сколько раз это время пробега больше сравнительно с 6 час.

2) Для того чтобы ответить на вопрос задачи, надо ещё знать скорость, с которой прошёл бы поезд данное расстояние, если бы время пробега было 6 час. Чтобы ответить на такой вопрос, надо знать первоначальную скорость (она дана в условии), а также, во сколько раз уменьшилось время пробега (6 час. сравнительно с первоначальным 24 час.). На этот вопрос легко ответить, так как оба числа даны.

Итак, задача решается по такому плану:

*Решение с объяснением.*

1) Во сколько раз уменьшится время пробега, если вместо 24 час. поезд то же расстояние пройдёт за 6 час.?

Чтобы узнать, во сколько раз одно число меньше другого, надо большее число разделить на меньшее  $24 : 6 = 4$ . Итак, время пробега уменьшится, а скорость поезда увеличится в 4 раза.

2) Какова будет скорость поезда, если вместо 36 км в час, он будет идти в час в 4 раза больше?

$$36 \times 4 = 144 \text{ (км)}.$$

3) Во сколько раз увеличится время пробега поезда (и уменьшится его скорость), если вместо 6 час. он будет проходить данное расстояние в 18 час.?

Чтобы узнать, во сколько раз одно число больше другого, надо выполнить деление большего числа на меньшее.

$$18 : 6 = 3 \text{ (раза)}.$$

4) Какова будет скорость поезда, если вместо 6 час. он будет идти в 3 раза больше и если скорость его при движении в 6 час. была бы

144 км? С увеличением времени пробега в 3 раза скорость на том же расстоянии должна быть меньше в 3 раза.

$$144 : 3 = 48 \text{ (км)}.$$

Ответ: 48 км.

**195.** Делая в среднем по 42 км в час, поезд прошёл расстояние между двумя городами в 30 часов. С какой скоростью должен идти поезд, чтобы пройти то же расстояние в 24 часа?

Ответ: 52 км 500 м.

д) Способ пропорций.

**196.** Дуга, разделяющая два города, лежащих на меридиане, равна  $27^\circ$ . Найти расстояние между ними в километрах.

(Окружность меридиана  $360^\circ$ , или 40000 км.)

*Решение.* Запишем данные условия в одну строчку, а данные вопроса в другую так, чтобы числа, относящиеся к одной величине, подписывались одно под другим. Они должны быть выражены в единицах одного названия. Число, однородное с искомым, можно выразить в любых единицах, причём неизвестное число выразится всегда в тех же единицах, в каких выражено число, с ним однородное.

$$360^\circ \text{ — } 40000 \text{ км}$$

$$27^\circ \text{ — } x \text{ км}$$

(Через  $x$  обозначено расстояние между городами в километрах.) Число километров расстояния (дуги) прямо пропорционально числу градусов дуги, потому составим пропорцию:  $x \text{ км} : 40000 \text{ км} = 27^\circ : 360^\circ$ , т. е.  $x$  меньше 40000 во столько же раз, во сколько раз 27 меньше 360;

$$x = \frac{40000 \cdot 27}{360} = 3000 \text{ (км)}.$$

Ответ: 3000 км.

**197.** Зубчатое колесо делает 50 оборотов в минуту. Другое зубчатое колесо, сцепленное с первым, делает 75 оборотов в минуту. Найти число зубцов второго колеса, если число зубцов первого 30.

*Решение.* Оба сцепленные зубчатые колеса передвинутся за минуту на одинаковое число зубцов; поэтому число их зубцов обратно пропорционально числу оборотов, которое они делают.

$$50 \text{ обор. — } 30 \text{ зубц.}$$

$$75 \text{ обор. — } x \text{ зубц.}$$

( $x$  — число зубцов второго колеса).

$$x : 30 = 50 : 75; \quad x = \frac{30 \cdot 50}{75} = 20 \text{ (зубцов)}.$$

Ответ: 20 зубцов.

**198.** Чертёж предмета сделан в масштабе  $\frac{1}{40}$ ; расстояние между двумя его точками равно 4,8 см. Какое расстояние будет между соответственными точками на другом чертеже, сделанном в масштабе  $\frac{1}{75}$ ?

*Решение.*  $x$  — расстояние между двумя точками на втором чертеже.

$$\frac{1}{40} — 4,8 \text{ см}$$

$$\frac{1}{75} — x \text{ см}$$

Длина линии на чертеже прямо пропорциональна численному масштабу, поэтому  $x : 4,8 = \frac{1}{75} : \frac{1}{40}$ , т. е.  $x$  относится к 4,8 так же, как  $\frac{1}{75}$  к  $\frac{1}{40}$ ; отсюда

$$x = \frac{40 \cdot 1 \cdot 40}{75 \cdot 1} = \frac{64}{25} = 2,56 \text{ (см)}.$$

Ответ: 2,56 см.

е) Смешанные задачи на все приёмы.

**199.** За время с половины первого часа до 3 часов с четвертью часы отстают на  $3\frac{2}{3}$  сек. На сколько они отстанут в течение суток?

*Решение.*

1)  $3\frac{1}{4}$  часа —  $\frac{1}{2}$  часа =  $2\frac{3}{4}$  часа;

2)  $3\frac{2}{3}$  сек. :  $2\frac{3}{4}$  =  $1\frac{1}{3}$  сек. — на  $1\frac{1}{3}$  сек. часы отстают за 1 час;

3)  $\frac{4}{3}$  сек. · 24 = 32 сек.; на 32 сек. они отстанут за сутки.

Ответ: на 32 сек.

**200.** На одной из сцепляющихся шестерён 36 зубцов, на другой 24. Сколько оборотов сделает вторая шестерня в то время, как первая делает 120 оборотов?

*Решение.*

1)  $36 : 24 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ ; число зубцов второй шестерни в  $1\frac{1}{2}$  раза меньше, чем первой;

2)  $120 \cdot 1\frac{1}{2} = 180$  (оборотов); 180 оборотов сделает вторая шестерня, когда первая сделает 120 оборотов.

Ответ: 180 оборотов.

**201.** Подводная лодка, идя со средней скоростью 15,6 км в час, пришла к месту назначения за 4,5 часа. С какой скоростью она должна была идти, если бы надо было пройти весь путь за 3 часа?





**203.** Сколько суток потребуется на вспашку 1080 га, если будут работать 24 трактора круглые сутки и если 1 трактор за 8 час. может вспахать 4 га?

*Анализ.* Чтобы узнать, сколько часов (потом их превратим в сутки) требуется на вспашку всей площади несколькими тракторами, надо знать: 1) сколько было тракторов (дано в условии) и 2) сколько часов требуется на вспашку всей площади одним трактором.

Чтобы ответить на 2-й вопрос, надо знать: а) величину площади (дано в условии) и б) сколько часов требуется для вспашки 1 га одним трактором. Чтобы решить этот вопрос, надо иметь такие данные: сколько часов требуется на вспашку нескольких гектаров одним трактором. Эти данные в условии есть.

*План и решение с объяснением.*

Итак, узнаем: 1) сколько часов требуется для 1 трактора, чтобы вспахать 1 га, если для вспашки 4 га нужно 8 час. Для вспашки 1 трактором 1 га нужно времени в 4 раза меньше, чем для вспашки 4 га.

$$8 : 4 = 2 \text{ (часа).}$$

2) Узнаем, сколько часов потребуется для вспашки одним трактором всей площади, если известно, что площадь была равна 1080 га, а на вспашку 1 га одним трактором требуется 2 часа. Для вспашки 1080 га нужно времени в 1080 раз больше, чем для вспашки 1 га.

$$2 \times 1080 = 2160 \text{ (час.)}$$

3) Узнаем, сколько часов понадобится для вспашки всей площади, если будет работать не 1 трактор, а 24 трактора и если для обработки этой площади 1 трактором требовалось 2160 час. При обработке данной площади 24 тракторами и времени понадобится в 24 раза меньше, чем при обработке этой площади одним трактором.

$$2160 : 24 = 90 \text{ (час.)}, \text{ т. е. } 3 \text{ сут. } 18 \text{ час.}$$

Ответ: 3 сут. 18 час.

**204.** 36 грузчиков, работая в течение 5 дней по 8 часов ежедневно, выгрузили с баржи 56700 т груза. Сколько грузчиков, работающих с такой же производительностью, выгрузят в 10 дней, при 6 часах ежедневной работы, груз в 113400 т?

*Решение.* 1) 10 дн. : 5 дн. = 2; в 2 раза срок работы увеличился;

2) 36 грузч. : 2 = 18 грузчиков выгрузили бы в 10 дней при 8 часах работы в день груз в 56700 т;

3) 113400 т : 56700 т = 2; груз увеличился в 2 раза;

4) 18 грузч. · 2 = 36 грузчиков выгрузили бы 113400 т в 10 дней при 8 часах работы в день;

5) 36 грузч. · 8 = 288 грузчиков выгрузили бы 113400 т в 10 дней при 1 часе работы в день;

6) 288 грузч. : 6 = 48 грузчиков выгрузили бы этот груз в 10 дней при 6 часах работы в день.

Ответ: 48 грузчиков.

**205.** Два товарища, путешествуя вместе, израсходовали в 10 дней 410 руб. Потом к ним присоединилось ещё 4 человека, и они путешествовали все вместе ещё 20 дней. Сколько израсходовали они во вторую часть путешествия, если ежедневный расход каждого остался прежним?

*Решение.* 1) 2 чел. + 4 чел. = 6 чел.

2) Во сколько раз увеличилось число людей во втором путешествии сравнительно с первым? 6 чел. : 2 чел. = 3 (раза).

3) Во сколько раз продолжительность второго путешествия была больше, чем первого? 20 дн. : 10 дн. = 2 (раза).

4) Каков был бы расход на путешествие в течение 10 дней, если число путешественников увеличилось в 3 раза? 410 руб. · 3 = 1230 руб.

5) Каков был расход 6 путешественников за 20 дней? 1230 руб. × 2 = 2460 руб.

Ответ: 2460 руб.

**206.** Совхоз имеет запас сена для 30 коров на 42 дня из расчёта по 4 кг в день каждой. Если он продаст четвертую часть сена и 2 коровы, а остальным будет давать по 5 кг в день, сколько времени он может прокормить их оставшимся запасом сена?

*Решение.* 1) 4 · 30 = 120 (кг);

2) 120 · 42 = 5040 (кг);

3) 5040 : 4 = 1260 (кг);

4) 5040 — 1260 = 3780 (кг);

5) 30 — 2 = 28 (кор.);

6) 5 · 28 = 140 (кг);

7) 3780 : 140 = 27 (дней).

Ответ: 27 дней.

**207.** 36 рабочих закончили работу в 20 дней, работая по 8 часов в день. Во сколько дней 40 рабочих выполнят ту же работу, работая по 6 часов в день?

Запись условия задачи.

36 раб. в 20 дн. по 8 час.

40 „ „ x „ „ 6 „

*Решение с объяснением.*

Задача разбивается на две задачи: сначала подсчитаем, во сколько дней будет выполнена работа, если вместо 36 рабочих будут работать 40 человек, но продолжительность рабочего дня не изменим; потом решим вторую задачу, подсчитаем, во сколько дней будет закончена работа, если будут работать не по 8 часов, а по 6 часов в день.

Первая задача.

36 раб. 20 дн. по 8 час.

40 „ „ x „ „ 8 „

Если рабочих будет меньше, то вся работа будет выполнена в большее число дней при одном и том же числе рабочих часов в день. 36 и 40 имеют общий делитель 4, следовательно, зная, во сколько дней будет выполнена работа 4 рабочими, можно найти, во сколько дней будет выполнена работа и 40 рабочими.

Если вместо 36 рабочих будут работать только 4 рабочих, т. е. в 9 раз меньше, то рабочих дней понадобится не 20 дней, а в 9 раз больше, т. е.  $20 \text{ дн.} \times 9 = 180 \text{ дн.}$

Если же вместо 4 рабочих будут работать 40 рабочих, т. е. в 10 раз больше, то работа будет выполнена в 10 раз быстрее, т. е.  $180 \text{ дн.} : 10 = 18 \text{ дн.}$

Теперь решим вторую задачу. В 18 дней будет выполнена работа, если ежедневно 40 человек будут работать по 8 часов. Во сколько времени будет выполнена работа, если те же 40 человек будут работать по 6 часов?

Вторая задача.

40 раб. 18 дн. по 8 час.

40 „ x „ „ 6 „

Если рабочий день короче, то вся работа будет выполнена в большее число дней при одном и том же количестве рабочих. 8 и 6 имеют общий делитель 2, следовательно, зная, во сколько дней будет выполнена работа при 2 часах ежедневной работы, можно найти, во сколько дней будет выполнена работа при 6 часах ежедневной работы.

Если вместо 8 часов в день будут работать только по 2 часа, т. е. в 4 раза меньше, то рабочих дней понадобится не 18 дней, а в 4 раза больше, т. е.  $18 \text{ дн.} \times 4 = 72 \text{ дня.}$

Если же вместо 2 часов ежедневной работы будут ежедневно работать по 6 часов, т. е. в 3 раза дольше, то работа будет выполнена в 3 раза скорее, т. е.  $72 \text{ дн.} : 3 = 24 \text{ дня.}$

Запись решения этой задачи может быть дана в следующем виде.

36 раб. 20 дн. по 8 час.

40 „ x „ „ 6 „

I. 36 раб. 20 дн. по 8 час.

40 „ x „ „ 8 „

1) Во сколько дней будет выполнена работа, если будут работать 4 человека?

$$36 : 4 = 9; \quad 20 \text{ дн.} \times 9 = 180 \text{ дн.}$$

2) Во сколько дней будет выполнена работа, если будут работать 40 человек?

$$40 : 4 = 10; \quad 180 \text{ дн.} : 10 = 18 \text{ дн.}$$

II. 40 чел. 18 дн. по 8 час.

40 „ x „ „ 6 „

3) Во сколько дней будет выполнена работа, если ежедневно будут работать по 2 часа?

$$8 : 2 = 4; \quad 18 \text{ дн.} \times 4 = 72 \text{ дня.}$$

4) Во сколько дней будет выполнена работа, если ежедневно будут работать по 6 часов?

$$6 : 2 = 3; \quad 72 \text{ дн.} : 3 = 24 \text{ дня.}$$

Ответ: работа будет выполнена в 24 дня.

**208.** 25 рабочих, работая по 5 часов ежедневно, успели в 15 дней сделать 0,(27) работы. Для выполнения остальной работы к ним присоединилось ещё 15 человек. Во сколько дней была окончена работа, если все рабочие работали по  $6\frac{1}{4}$  часа в день?

*Решение.*

$$25 \text{ рабоч.} \text{ — } 5 \text{ час.} \text{ — } 0,(27) \text{ — } 15 \text{ дней.}$$

$$40 \text{ ,,} \text{ — } 6\frac{1}{4} \text{ час.} \text{ — } \frac{8}{11} \text{ — } x \text{ ,,}$$

Решение задачи расположим следующим образом:

$$25 \text{ рабоч.} \text{ — } 15 \text{ дн.}$$

$$40 \text{ рабоч.} \text{ — } y \text{ дн.}$$

$$y : 15 = 25 : 40.$$

$$5 \text{ час.} \text{ — } y \text{ дн.}$$

$$6\frac{1}{4} \text{ час.} \text{ — } z \text{ дн.}$$

$$z : y = 5 : 6\frac{1}{4}.$$

$$\frac{3}{11} \text{ — } z \text{ дн.}$$

$$\frac{8}{11} \text{ — } x \text{ дн.}$$

$$x : z = \frac{8}{11} : \frac{3}{11}.$$

Предположим, что 40 рабочих работали при тех же условиях, как 25 рабочих:

$$25 \text{ раб.} \text{ — } 5 \text{ час.} \text{ — } \frac{3}{11} \text{ — } 15 \text{ дней,}$$

$$40 \text{ раб.} \text{ — } 5 \text{ час.} \text{ — } \frac{3}{11} \text{ — } y \text{ дней.}$$

(Неизвестное число дней обозначаем через  $y$ , так как искомое не соответствует ещё всем условиям задачи.)

Число рабочих и число дней работы обратно пропорциональны:

$$y : 15 = 25 : 40.$$

Изменим число часов работы согласно условию.

$$40 \text{ раб.} \text{ — } 5 \text{ час.} \text{ — } \frac{3}{11} \text{ — } y \text{ дней.}$$

$$40 \text{ раб.} \text{ — } 6\frac{1}{4} \text{ час.} \text{ — } \frac{3}{11} \text{ — } z \text{ дней.}$$

Число часов ежедневной работы и число дней работы обратно пропорционально:

$$z : y = 5 : 6 \frac{1}{4}.$$

Введём последнее условие задачи.

$$40 \text{ раб.} - 6 \frac{1}{4} \text{ час.} - \frac{3}{11} - z \text{ дней.}$$

$$40 \text{ раб.} - 6 \frac{1}{4} \text{ час.} - \frac{8}{11} - x \text{ дней.}$$

Количество работы и число дней работы прямо пропорциональны:

$$x : z = \frac{8}{11} : \frac{3}{11}.$$

Перемножим три пропорции:  $y : 15 = 25 : 40$ ,

$$z : y = 5 : 6 \frac{1}{4},$$

$$x : z = \frac{8}{11} : \frac{3}{11},$$

$$(y \cdot z \cdot x) : (15 \cdot y \cdot z) = \left(25 \cdot 5 \cdot \frac{8}{11}\right) : \left(40 \cdot \frac{25}{4} \cdot \frac{3}{11}\right).$$

Сократим члены первого отношения на  $y \cdot z$ , члены второго отношения — на  $\left(25 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{11}\right)$ .

$$x : 15 = 1 : \frac{3}{4}; \quad x : 5 = 1 : \frac{1}{4}; \quad x = 20 \text{ (дней).}$$

Ответ: 20 дней.

**209.** Колесо, имеющее в окружности 3 м 50 см, в  $6 \frac{3}{4}$  часа прошло 35 км 500 м. Какое расстояние пройдёт в  $7 \frac{1}{2}$  часа колесо, окружность которого на 75 см короче, если оно делает 63 оборота в то время, в какое первое делает 71 оборот?

*Решение.*

$$3,5 \text{ м} - 6 \frac{3}{4} \text{ часа} - 71 \text{ об.} - 35,5 \text{ км.}$$

$$2,75 \text{ м} - 7 \frac{1}{2} \text{ часа} - 63 \text{ об.} - x \text{ км.}$$

Предположим, что число оборотов и число часов для второго колеса такие же, как для первого. Тогда пройденные ими расстояния прямо пропорциональны окружностям колёс. Расстояние, пройденное вторым колесом  $y$  км ( $y$  не соответствует всем условиям задачи).

$$y : 35,5 = 2,75 : 3,5.$$

В  $6\frac{3}{4}$  часа второе колесо прошло  $y$  км, в  $7\frac{1}{2}$  часов оно пройдёт  $z$  км (число оборотов 71 за некоторое время осталось без изменения). Расстояния, пройденные колёсами, прямо пропорциональны времени их движения.

$$z : y = 7,5 : 6,75.$$

Делая в известное время вместо 71 оборота по 63 оборота, колесо пройдёт  $x$  км. Расстояния прямо пропорциональны числу оборотов колёс за одинаковое время.

$$x : z = 63 : 71.$$

Определив  $y$  из первой пропорции, подставим его значение во вторую:

$$y = \frac{35,5 \cdot 2,75}{3,5}; \quad z : \frac{35,5 \cdot 2,75}{3,5} = 7,5 : 6,75.$$

Значение  $z$  из второй пропорции подставим в третью пропорцию.

$$z = \frac{35,5 \cdot 2,75 \cdot 7,5}{3,5 \cdot 6,75}; \quad x = \frac{z \cdot 63}{71}.$$

$$x = \frac{35,5 \cdot 2,75 \cdot 7,5 \cdot 63}{3,5 \cdot 6,75 \cdot 71} = 27,5.$$

Ответ: 27,5 км.

**210.** Пруд наполнится водою через канаву шириною 2,5 м, глубиною 0,6 м за 30 часов, если вода будет вливаться со скоростью 1,2 м в минуту. Во сколько времени наполнился бы тот же пруд, если бы приток воды совершался со скоростью 2 м в минуту через канаву шириною 3 м, глубиною 1 м?

*Решение.*

$$2,5 \text{ м} — 0,6 \text{ м} — 1,2 \text{ м} — 30 \text{ час.}$$

$$3 \text{ м} — 1 \text{ м} — 2 \text{ м} — x \text{ час.}$$

Если ширина канавы будет 1 м, глубина 0,6 м и скорость притока воды 1,2 м в минуту, то для наполнения пруда понадобится больше 30 часов в 2,5 раза или  $30 \text{ час.} \cdot 2,5$ .

При ширине канавы в 1 м, глубине в 1 м и скорости притока воды в 1,2 м для наполнения пруда понадобится времени не  $30 \text{ час.} \times 2,5$ , а меньше в  $1 : 0,6 = \frac{5}{3}$  раза или:

$$30 \text{ час.} \cdot 2,5 : \frac{5}{3} = \frac{30 \text{ час.} \cdot 2,5 \cdot 3}{5}.$$

При ширине и глубине канавы по 1 м и скорости притока воды в 1 минуту 1 м для наполнения пруда потребуется не  $\frac{30 \text{ час.} \cdot 2,5 \cdot 3}{5}$ , а больше в 1,2 раза, или  $\frac{30 \text{ час.} \cdot 2,5 \cdot 3 \cdot 1,2}{5}$ .

При ширине канавы в 3 м, глубине 1 м и скорости притока воды 1 м в минуту для наполнения пруда надо в 3 раза меньше времени, чем  $\frac{30 \text{ час.} \cdot 2,5 \cdot 3 \cdot 1,2}{5}$  или  $\frac{30 \text{ час.} \cdot 2,5 \cdot 3 \cdot 1,2}{5 \cdot 3}$ .

При ширине канавы в 3 м, глубине 1 м и скорости притока воды в 2 м время наполнения пруда уменьшится в 2 раза и будет равно

$$x = \frac{30 \text{ час.} \cdot 2,5 \cdot 3 \cdot 1,2}{5 \cdot 3 \cdot 2} = 9 \text{ час.}$$

Решение методом приведения к единице располагается так:

*Решение.*

При 2,5 м ширины канавы, 0,6 м глубины, 1,2  $\frac{\text{м}}{\text{мин.}}$  скорости вливания пруд наполняется в 30 час.

При 1 м шир., 0,6 м глуб., 1,2  $\frac{\text{м}}{\text{мин.}}$  скорости вливания пруд наполняется в  $30 \cdot 2,5$  час.

При 1 м шир., 1 м глуб., 1,2  $\frac{\text{м}}{\text{мин.}}$  скорости вливания пруд наполняется  $30 \cdot 2,5 \cdot 0,6$  час.

При 1 м шир., 1 м глуб., 1  $\frac{\text{м}}{\text{мин.}}$  скорости вливания пруд наполняется  $30 \cdot 2,5 \cdot 0,6 \cdot 1,2$  час.

При 3 м шир., 1 м глуб., 1  $\frac{\text{м}}{\text{мин.}}$  скорости вливания пруд наполняется

$$\frac{30 \cdot 2,5 \cdot 0,6 \cdot 1,2 \text{ час.}}{3}$$

При 3 м шир., 1 м глуб., 2  $\frac{\text{м}}{\text{мин.}}$  скорости вливания пруд наполняется

$$\frac{30 \cdot 2,5 \cdot 0,6 \cdot 1,2}{3 \cdot 2} = 9 \text{ (час.)}$$

Ответ: 9 часов.

211. Ручной молотью 5 человек при десятичасовом рабочем дне обмолотили 175 копён ржи в 35 дней. Во сколько дней может обмолотить 270 копён молотилка при 9 часах работы в день, если её производительность в 30 раз больше производительности одного человека?

*Решение.* Записав условие в 2 строки, отметим знаком „пр.“ значения величин, прямо пропорциональных искомой, и знаком „обр.“ значения величин, обратно пропорциональных искомой.

обр.	обр.	пр.	пр.	обр.
5 чел.	при 10 час. раб.	обмол.	175 коп. при произв.	1 в 35 дн.
1 мол.	„ 9 „ „ „	„ „	270 „ „ „ „	30 „ x „

Составим формулу, дающую ответ на вопрос задачи.

Для этого значение искомой величины, соответствующее  $x$ , надо делить на все значения величины, прямо пропорциональные искомой, стоящие в верхней строке, и множить на значения тех же величин,



стоящие в нижней строке. По отношению к величинам, обратно пропорциональным искомой, поступают наоборот: умножают на значения этих величин, стоящие в верхней строке; делят на значения их, стоящие в нижней строке. Поэтому:

$$x = \frac{35 \text{ дн.} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 270}{1 \cdot 9 \cdot 30 \cdot 175} = 10 \text{ дней.}$$

Ответ: 10 дней.

### VIII. ЗАДАЧИ НА ДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА НА ЧАСТИ, КРАТНО НЕРАВНЫЕ.

Часто встречаются такие задачи, для решения которых требуется разложить данное число на несколько неравных между собою слагаемых. Задача о разложении числа на неравные слагаемые будет вполне определённой, если будет известно, в какой зависимости друг от друга должны находиться искомые слагаемые.

Случай, когда между искомыми слагаемыми дано разностное отношение (деление числа на части, разностно неравные) уже выше рассмотрен.

Теперь рассмотрим случай, когда между искомыми слагаемыми даётся кратное отношение. Приходится делить число на части, кратно неравные. Частично они уже встречались до этого. Теперь рассмотрим их более подробно.

Задачи этого раздела составляют большую, разнообразную группу задач, встречающихся в школьной практике. Эти задачи решаются по соображению различными приёмами. Один из основных приёмов носит название пропорциональное деление, и потому этот раздел задач нередко носит название — пропорциональное деление.

В этом разделе встречаются задачи на деление числа на части, пропорциональные числам данного ряда, на части в кратном отношении, когда одной и той же части в разных отношениях соответствуют разные числа (см. № 241), деление числа обратно пропорционально числам данного ряда и т. д.

Разберём основные приёмы решения задач этого раздела.

а) Задачи, решаемые способом равных частей (паёв).

212. Три брата разделили между собой 1000 руб. так, что средний взял втрое более старшего, а младший столько же, сколько взяли старший и средний вместе. Сколько денег взял каждый?

Старший — 1 часть. Средний — 3 части. Младший — 4 части.

1) Сколько было всего частей?

$$1 \text{ ч.} + 3 \text{ ч.} + 4 \text{ ч.} = 8 \text{ ч.}$$

2) Сколько рублей приходится на одну часть?

$$1000 \text{ руб.} : 8 = 125 \text{ руб.}$$

У старшего брата было 125 руб.

3) Сколько рублей было у среднего?

$$125 \text{ руб.} \cdot 3 = 375 \text{ руб.}$$

4) Сколько рублей было у младшего?

$$125 \text{ руб.} \cdot 4 = 500 \text{ руб.}$$

*Проверка.* 125 руб. + 375 руб. + 500 руб. = 1000 руб.

**213.** Рабочий, купив сыну пальто, платье и бельё, дал в уплату две сторублевые бумажки и получил сдачи 74 руб. Сколько стоила каждая вещь, если бельё стоило вдвое дешевле платья, а платье вдвое дешевле пальто?

*Анализ.* Чтобы узнать, сколько стоила каждая вещь, надо знать:

- 1) сколько равных частей заключалось в цене каждой вещи и
- 2) скольким рублям равна каждая часть.

Число частей, заключавшихся в цене белья и платья, видно из условия, число частей в цене пальто надо вычислить, зная (из условия), во сколько раз пальто дороже платья. Чтобы узнать величину одной из равных частей, надо знать, сколько рублей заключалось во всех частях и сколько было всех частей. Чтобы узнать, сколько рублей было истрачено, надо знать, какую сумму дали в уплату (указано в условии) и сколько получили сдачи (дано). Задача решается по следующему плану.

*Решение с объяснением.*

1) Цена белья принимается за 1 часть, цена платья за 2 части, так как она вдвое больше. Узнаем, сколько частей заключалось в цене пальто, которая была в 2 раза больше цены платья:  $2 \text{ ч.} \times 2 = 4 \text{ ч.}$

2) Узнаем, сколько частей заключалось в цене трёх вещей, если известно, что цена белья составила 1 ч., цена платья 2 ч., цена пальто 4 ч.;  $1 \text{ ч.} + 2 \text{ ч.} + 4 \text{ ч.} = 7 \text{ ч.}$

3) Чтобы узнать, сколько рублей заплатили за 3 вещи, надо из 200 руб. вычесть 74 руб., потому что вещи стоили меньше 200 руб. на 74 руб., а для уменьшения числа на несколько единиц надо выполнить вычитание:  $200 \text{ руб.} - 74 \text{ руб.} = 126 \text{ руб.}$

4) Узнаем, сколько рублей заключалось в 1 части. В 7 частях — 126 руб., в 1 в семь раз меньше, чем в 7;  $126 \text{ руб.} : 7 = 18 \text{ руб.}$

5) Цена белья — 18 руб., а цена платья в 2 раза больше. Узнаем цену платья, увеличив число 18 руб. в два раза (умножением):  $18 \text{ руб.} \times 2 = 36 \text{ руб.}$

6) Узнаем цену пальто, увеличив 36 руб. в 2 раза (или 18 руб. в 4 раза):  $36 \text{ руб.} \times 2 = 72 \text{ руб.}$

Ответ: пальто стоило 72 руб.

**214.** Разделить 540 на три части так, чтобы первая была в 3 раза, а вторая в 5 раз больше третьей.

*Решение.* Допустим, что третье искомое число (обозначим его III) содержит одну часть, тогда в первом (I) будет 3, во втором (II) 5 таких же частей. Данное число 540 должно содержать  $1 + 3 + 5 = 9$  таких же частей. В 1 части  $540 : 9 = 60$  единиц;  $I = 60 \cdot 3 = 180$ ;  $II = 60 \cdot 5 = 300$ ;  $III = 60$ .

*2-е решение.* 1 число, содержащее 3 части, во столько раз меньше 540, в котором 9 частей, во сколько раз 3 меньше 9, отсюда пишем пропорцию:  $1 : 540 = 3 : 9$ ;

$$I = \frac{540 \cdot 3}{9} = 180; \text{ точно так же } II : 540 = 5 : 9;$$

$$II = \frac{540 \cdot 5}{9} = 300; \quad III : 540 = 1 : 9;$$

$$III = \frac{540 \cdot 1}{9} = 60.$$

*3-е решение.* Если бы третье искомое число равнялось единице, то второе должно было равняться 5, а первое 3; сумма их была бы  $1 + 5 + 3 = 9$ , в действительности она больше:  $540 : 9 = 60$  (в 60 раз), поэтому каждое слагаемое надо увеличить в 60 раз;  $3 \cdot 60 = 180$ ;  $5 \cdot 60 = 300$ .

**215.** В I и IV классах 75 учащихся. Когда из I класса выбыли 5 учеников, то в нём стало в 4 раза больше, чем в IV. Сколько учеников было в каждом классе?

*Анализ.* Чтобы узнать число учащихся I и IV классов до отсева, надо знать: 1) отсев из I класса (дано) и 2) сколько учащихся осталось в I классе после отсева. Число учащихся IV класса до отсева и после отсева 5 человек осталось то же. Дальше задачу можно решить способом частей.

Чтобы определить число учащихся каждого класса после ухода 5 человек, надо знать: 1) число частей в количестве учащихся того и другого класса (это видно из условия) и 2) сколькоким единицам равна каждая часть. Чтобы ответить на второй вопрос, надо знать, сколько равных частей заключалось во всём числе учащихся и общее число учащихся, составлявших эти части.

Итак, задача решается по следующему плану.

*Решение с объяснением.*

1) Сколько учащихся осталось в двух классах, когда выбыло 5 учащихся?

$$75 - 5 = 70 \text{ (уч.)}$$

2) Сколько равных частей составляло число учащихся I и IV класса, если известно, что число учащихся IV класса принято за 1 часть, а I класса за 4 части, так как оно в 4 раза больше?

$$1 + 4 = 5 \text{ (частей)}$$

3) Сколько единиц заключалось в каждой из 5 равных частей, если во всех 5 было 70?

В 1 части в 5 раз меньше, чем в 5;  $70 \text{ уч.} : 5 = 14 \text{ уч.}$

4) Итак, в IV классе было 14 уч., в I в 4 раза больше, т. е.

$$14 \text{ уч.} \times 4 = 56 \text{ уч.}$$

5) Сколько учащихся было в I классе до ухода 5 учеников, если после ухода осталось 56 учеников?

$$56 \text{ уч.} + 5 \text{ уч.} = 61 \text{ уч.}$$

Ответ: в I классе сначала было 61 учен.

**216.** Один инженер, проезжая в вагоне трамвая, заметил знакомого, шедшего пешком вдоль линии трамвая в противоположную сторону. Спустя 10 секунд он вышел из вагона и отправился догонять знакомого. Зная, что инженер шёл вдвое быстрее его знакомого и в 5 раз медленнее трамвая, определить, через сколько времени он догонит знакомого.

*Решение.* Скорость знакомого в 1 секунду примем за 1 часть, тогда скорость инженера составит 2 таких же части, а скорость трамвая  $2 \cdot 5 = 10$  частей. За 10 секунд трамвай прошёл  $10 \cdot 10 = 100$  частей пути в одном направлении, знакомый же 10 частей пути в противоположном направлении. Расстояние, которое разделяло инженера и его знакомого, равнялось:  $100 \text{ частей} + 10 \text{ частей} = 110 \text{ частям}$ . Это расстояние уменьшалось на 2 части — 1 часть = 1 части в секунду. Инженер догнал знакомого через 110 секунд, т. е. через 1 мин. 50 сек.

Ответ: через 1 мин. 50 сек.

**217.** Частное двух чисел равно 5; если к каждому из них прибавить по 20, то частное их будет равно 4. Найти эти числа.

*Решение.* Частное показывает, что первое число больше второго в 5 раз. Если делитель примем за 1 часть, то делимое будет равно 5 таким частям. К делимому и делителю прибавляем по 20. Если второе число увеличить в 4 раза и прибавить  $20 \cdot 4$ , то оно будет равно первому числу, увеличенному на 20. Значит, первое число (5 частей) больше учетверённого второго (4 части) на  $20 \cdot 4 - 20$ . Отсюда 1 часть равна 60.

Ответ: второе число 60.

**218.** В одном кошельке 52 руб., в другом 34 руб. После того, как из обоих вынули поровну, в первом оказалось в  $1\frac{9}{10}$  раза больше, чем в другом. По сколько рублей вынули из каждого кошелька?

*Решение.* 1)  $52 \text{ руб.} - 34 \text{ руб.} = 18 \text{ руб.}$  (когда вынули поровну, разность осталась та же).

2) Примем за 1 сумму, оставшуюся во 2-м кошельке;  $1\frac{9}{10} - 1 = \frac{9}{10}$ ,  $\frac{9}{10}$  денег, оставшихся во втором кошельке, равны 18 руб.;

3)  $19 \text{ руб.} : \frac{9}{10} = 20 \text{ руб.}$ ; во втором кошельке осталось 20 руб.;

4)  $34 \text{ руб.} - 20 \text{ руб.} = 14 \text{ руб.}$ ; 14 руб. вынули из каждого кошелька.

Ответ: 14 руб.

**219.** Три брата имели 99,5 руб. Старший имел втрое больше младшего и еще 8,5 руб., а средний в 4 раза больше младшего без 5 руб. Сколько денег имел каждый брат?

*Решение.* Если деньги младшего принять за 1 пай, то деньги старшего составляют 3 пая, увеличенные на 8,5 руб., а деньги среднего 4 пая без 5 руб. 8 паев ( $1 + 3 + 4$ ), увеличенные на 8,5 руб. — 5 руб. = 3,5 руб., составляют 99,5 руб.

Отсюда: 8 паев равны 99,5 руб. — 3,5 руб. = 96 руб.; 96 руб. : 8 = 12 руб. (у младшего);

12 руб. · 3 = 36 руб.; 36 руб. + 8,5 руб. = 44,5 руб. (у старшего);

12 руб. · 4 = 48 руб., 48 руб. — 5 руб. = 43 руб. (у среднего).

Ответ: 44,5 руб.; 43 руб.; 12 руб.

**220.** За январь, февраль и март Госстрах уплатил 5934 руб. страхового вознаграждения, в феврале Госстрах уплатил в  $2\frac{1}{2}$  раза больше, чем в январе, а в январе  $\frac{3}{5}$  того, что в марте. Сколько рублей страхового вознаграждения уплатил Госстрах за каждый месяц?

*Замечание.* Если в условии задачи дано кратное отношение величин, то ту величину, с которой сравнивается однородная величина, принимают за 1 единицу. В краткую запись условия входит и величина, обозначаемая единицей.

При чтении условия задачи выясняется, что выплата за январь и за февраль может быть выражена в частях мартовской выплаты. Удобнее всего выплату за март месяц принять за единицу. Тогда запись условия задачи принимает следующий вид:

Всего уплачено 5394 руб.

Из них в январе  $\frac{3}{5}$  части единицы;

в феврале  $\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$  части единицы;

в марте 1 единицу.

Сколько выплачено за каждый месяц?

*Рассуждение.* Чтобы определить, сколько рублей уплатили в январе, надо знать выплату в марте, так как в январе выплатили определённую часть того, что уплатили в марте. Чтобы определить, сколько уплатили в феврале, можно воспользоваться выплатой в январе, а можно также использовать выплату в марте, так как выплата в феврале выражена в частях мартовской выплаты. В условии задачи

дана выплата за все три месяца именованным числом. Выплату в марте мы обозначили через единицу и в частях этой единицы выразили выплату и января и февраля. Чтобы знать выплату в марте, т. е. величину одной единицы, надо знать, скольким частям единицы соответствует число 5394 руб.; 5394 руб. является суммой трёх слагаемых: уплаты в январе, в феврале и в марте. По отдельным слагаемым найдём выплату за все три месяца, выраженную в частях мартовской выплаты, принятой за единицу. Зная, скольким частям единицы соответствует 5394 руб., найдём, сколько рублей приходится на единицу, т. е. на март, затем найдём выплату в январе и, наконец, в феврале.

*План и решение задачи.*

1. Сколько частей или единиц мартовской выплаты уплочено в феврале?

$$\frac{3}{5} \times 2 \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 2} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}.$$

2. Сколько единиц мартовской выплаты уплочено за все три месяца?

$$\frac{3}{5} + 1 \frac{1}{2} + 1 = 2 \frac{6+5}{10} = 3 \frac{1}{10}.$$

3. Сколько рублей уплатили в марте?

$$5394 \text{ руб.} : 3 \frac{1}{10} = 1740 \text{ руб.}$$

4. Сколько рублей выплатили в январе?

$$1740 \text{ руб.} \times \frac{3}{5} = 1044 \text{ руб.}$$

5. Сколько рублей выплатили в феврале?

$$1044 \text{ руб.} \times 2 \frac{1}{2} = 2610 \text{ руб.}$$

Ответ: в январе 1044 руб.; в феврале 2610 руб.;  
в марте 1740 руб.

*Проверка.* За 3 месяца уплатили

$$1044 \text{ руб.} + 2610 \text{ руб.} + 1740 \text{ руб.} = 5394 \text{ руб.}$$

*Объяснение выбора действий.*

1. Посредством умножения увеличиваем число в  $2 \frac{1}{2}$  раза.
2. Посредством сложения находим целое, когда даны его части.
3. Посредством деления находим величину одной из равных частей.

4. Посредством умножения на дробь находим дробь от числа.

5. Простой задачей на умножение увеличиваем число в  $2\frac{1}{2}$  раза.

221. В двух ящиках находится чай и в одном в  $3\frac{5}{7}$  раза больше, чем в другом. Если из одного пересыпать в другой  $8\frac{5}{16}$  кг, то в обоих будет поровну. Сколько чая было в каждом ящике?

В условии задачи дано кратное отношение количеств чая в двух ящиках. Следовательно, количество чая в одном из ящиков (меньшее) принимаем за 1 единицу.

Запись условия.

I ящик 1 единица, прибавлено  $8\frac{5}{16}$  кг.  
II ящик  $3\frac{5}{7}$  един., взято  $8\frac{5}{16}$  кг;  
I = II.

Сколько чая было  
в каждом ящике?

*Рассуждение.* Из большего ящика взяли  $8\frac{5}{16}$  кг, добавили эти  $8\frac{5}{16}$  кг в меньший ящик, и чая оказалось поровну. По этим данным можно узнать, какая была разница в весе чая в двух ящиках. Если бы только взяли из большего ящика и не добавили в меньший ящик, тогда разница в весе чая была бы  $8\frac{5}{16}$  кг. Но пришлось  $8\frac{5}{16}$  добавить в меньший ящик, следовательно, разница была вдвое больше, чем  $8\frac{5}{16}$  кг. Эту разницу в количествах чая хорошо иллюстрировать чертежом (рис. 4).

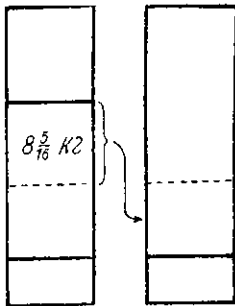


Рис. 4.

До пересыпания разница была

$$8\frac{5}{16} \text{ кг} \cdot 2 = 16\frac{5}{8} \text{ кг}.$$

*План решения задачи следующий.*

1. На сколько килограммов в одном ящике больше чая, чем в другом ящике?
2. На сколько единиц (частей) в одном ящике больше, чем в другом?
3. Сколько килограммов чая в меньшем ящике?
4. Сколько килограммов чая в большем ящике?

Примечание. При рассуждении для краткости употребляли термины „большой“ и „меньший“ ящик вместо „ящик с большим количеством чая“ и „ящик с меньшим количеством чая“.

*Решение.*

$$1) 8 \frac{5}{16} \cdot 2 = 16 \frac{5}{8} \text{ (кг)}.$$

$$2) 3 \frac{5}{7} - 1 = 2 \frac{5}{7} \text{ (един.)}.$$

$$3) 16 \frac{5}{3} : 2 \frac{5}{7} = \frac{133 \cdot 7}{8 \cdot 19} = \frac{49}{8} = 6 \frac{1}{8} \text{ (кг)}.$$

$$4) 6 \frac{1}{8} \cdot 3 \frac{5}{7} = \frac{49 \cdot 26}{8 \cdot 7} = \frac{91}{4} = 22 \frac{3}{4} \text{ (кг)}.$$

Ответ:  $22 \frac{3}{4}$  кг и  $6 \frac{1}{8}$  кг.

*Проверка.* Найдём, во сколько раз  $22 \frac{3}{4}$  кг больше  $6 \frac{1}{8}$  кг:

$$\frac{91}{4} : \frac{49}{8} = \frac{91 \cdot 8}{4 \cdot 49} = \frac{26}{7} = 3 \frac{5}{7}; \text{ из } 22 \frac{3}{4} \text{ кг брали } 8 \frac{5}{16} \text{ кг,}$$

$$22 \frac{3}{4} \text{ кг} - 8 \frac{5}{16} \text{ кг} = 14 \frac{7}{16} \text{ кг осталось; к } 6 \frac{1}{8} \text{ кг добавили } 8 \frac{5}{16} \text{ кг.}$$

$6 \frac{1}{8} \text{ кг} + 8 \frac{5}{16} \text{ кг} = 14 \frac{7}{16} \text{ кг}$  (оказалось), в обоих ящиках чая оказалось поровну. Задача решена правильно.

**222.** В квартире живут 3 семьи. Одна из них платит за 6 электрических ламп, другая за 4 и третья за 5 ламп. Всего по счёту следует уплатить 15 руб. 60 коп. Сколько денег причитается с каждой семьи?

*Анализ.* Чтобы ответить на вопрос задачи: сколько платит за освещение каждая семья, надо знать, за сколько лампочек платит каждая семья и какая сумма платится за одну лампу. Количество ламп, имеющихся у каждой семьи, дано в условии. Чтобы узнать, сколько стоит освещение одной лампы, надо знать, сколько уплачено за все лампы (это дано в условии) и сколько было всех ламп. Последнее можно определить, зная из условия количество всех ламп в каждой семье.

Итак, решение задачи идёт по такому плану:

*Решение с объяснением.*

1) Узнаем, сколько ламп было в квартире, если известно, что у одной семьи было 6 ламп, у другой семьи 4 лампы и у третьей 5 ламп.

$$6 + 4 + 5 = 15 \text{ (ламп)}.$$

2) Узнаем, сколько платили за 1 лампу, если известно, что за 15 ламп уплатили 15 руб. 60 коп. Так как за 1 лампу заплатили в 15 раз меньше, чем за 15 ламп, то для решения вопроса надо 15 руб. 60 коп. разделить на 15.

$$15 \text{ руб. 60 коп.} : 15 = 1 \text{ руб. 04 коп.}$$



3) Узнаем, сколько заплатила первая семья за 6 ламп, если за 1 лампу платили 1 руб. 04 коп. За 6 ламп уплачено в 6 раз больше, чем за одну лампу; поэтому умножаем 1 руб. 04 коп. на 6.

$$1 \text{ руб. } 04 \text{ коп.} \times 6 = 6 \text{ руб. } 24 \text{ коп.}$$

4) Сколько заплатила вторая семья за 4 лампы, если за каждую платили 1 руб. 04 коп.?

$$1 \text{ руб. } 04 \text{ коп.} \times 4 = 4 \text{ руб. } 16 \text{ коп. (объяснение то же).}$$

5) Сколько заплатила третья семья за 5 ламп, если за 1 лампу платили 1 руб. 04 коп.?

$$1 \text{ руб. } 04 \text{ коп.} \times 5 = 5 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$$

Ответ: третья семья заплатила за электричество 5 руб. 20 коп.

**223.** В кассе были трёхрублёвые, пятирублёвые и десятирублёвые денежные знаки, в одинаковом количестве каждого достоинства, всего на 540 руб. На какую сумму было трёхрублёвых, пятирублёвых и десятирублёвых бумажек?

*Решение.* В кассе на каждую трёхрублёвую бумажку приходится пятирублёвая и десятирублёвая, т. е. все деньги разделяются на три части: в одной 3 пая, в другой 5 паёв, в третьей 10 паёв; всего в 540 руб. содержится 3 пая + 5 паёв + 10 паёв = 18 паёв; в одном пае 540 руб. : 18 = 30 руб.; 30 руб. · 3 = 90 руб. заключались в трёхрублёвых бумажках; 30 руб. · 5 = 150 руб. в пятирублёвых бумажках; 30 руб. · 10 = 300 руб. в десятирублёвых бумажках.

Ответ: десятирублёвок на 300 руб.

**224.** Английская латунь состоит из цинка, свинца и красной меди, причём металлы берут в отношении: 50 : 3 : 97. Сколько каждого металла войдёт в 6 кг латуни?

*Анализ.* Весовое количество цинка в сплаве примем за 50 равных частей, тогда количество свинца составит 3 части, количество меди 97 частей.

Чтобы узнать, сколько войдёт в сплав каждого металла, надо знать: а) сколько частей каждого металла войдёт в сплав (это известно из условия задачи) и б) чему равна одна весовая часть.

Чтобы ответить на второй вопрос, надо знать общий вес сплава (дан в условии) и общее число весовых частей в сплаве.

Для определения общего числа весовых частей надо знать число этих частей в каждом металле, и эти данные есть в условии задачи. Итак, задачу можно решать по такому плану.

*Решение с объяснением.*

1) Узнаем, сколько равных весовых частей содержал сплав: цинк — 50 частей, олово — 3 части, красная медь 97 частей.

$$50 + 3 + 97 = 150 \text{ (частей).}$$

2) Узнаем, чему равна одна весовая часть, если 150 частей составляют 6 кг; 1 часть меньше в 150 раз, чем 150 частей.

$$6 \text{ кг} : 150 = 6000 \text{ г} : 150 = 40 \text{ г.}$$

3) Узнаем, сколько цинка было в сплаве, если известно, что он составлял 50 частей, а каждая часть содержала 40 г.

$$40 \text{ г} \times 50 = 2000 \text{ г} = 2 \text{ кг.}$$

4) Узнаем таким же путём вес олова в сплаве:

$$40 \text{ г} \times 3 = 120 \text{ г.}$$

5) Узнаем точно так же вес красной меди:

$$40 \text{ г} \times 97 = 3880 \text{ г} = 3 \text{ кг } 880 \text{ г.}$$

Ответ: 2 кг; 120 г; 3 кг 880 г.

**225.** Ученица купила 8 блокнотов, 1 ручку и 2 карандаша и заплатила 92 коп. Сколько стоил каждый предмет, если карандаш вдвое дороже ручки, а 4 блокнота стоят столько же, сколько 9 ручек?

*Решение.* Примем цену ручки за 1 часть, тогда цена карандаша составит 2 такие же части; цена 4 блокнотов равна 9 частям; цена 8 блокнотов равна 9 частям  $\cdot 2 = 18$  частям; всего частей: 18 частей + 1 часть + 4 части = 23 части; 92 коп. : 23 = 4 коп. — цена ручки; 4 коп.  $\cdot 2 = 8$  коп. — цена карандаша; 4 коп.  $\cdot 9 = 36$  коп. стоят 4 блокнота; 36 коп. : 4 = 9 коп. — цена блокнота.

Ответ: цена блокнота — 9 коп.

б) Задачи, решаемые способом подобия.

Метод подобия или метод проверяемого допущения состоит в следующем: одному из неизвестных задачи даётся произвольное значение, потом определяются по этому значению числовые значения всех остальных неизвестных и суммы, затем определяется отношение между данным и полученным результатом и в том же отношении изменяются все числовые значения неизвестных.

**212.** Шнурок длиной в 180 см нужно разрезать на 3 части так, чтобы вторая часть была втрое больше первой, а третья вдвое больше второй. Найти длину каждой части.

*Решение.* Положим, что меньшая часть содержит 1 см, тогда вторая должна иметь 3 см (втрое больше первой), а третья 6 см (вдвое больше второй). Весь шнурок должен быть длиной в 1 см + 3 см + 6 см = 10 см. Так как на самом деле шнурок длиннее в 18 раз (180 : 10 = 18), то каждая часть должна быть увеличена в 18 раз. Итак, длина первой части 18 см, второй  $3 \cdot 18 = 54$  (см), третьей  $6 \cdot 18 = 108$  (см).

Ответ: длина третьей части 108 см.

**226.** Куплены 3 книги, за первую заплатили втрое более, а за третью в 5 раз более, чем за вторую. Что стоит каждая книга, если третья дороже первой на 8 руб.?

*Решение.* Допустим, что вторая книга стоила 1 руб., тогда первая будет стоить в 3 раза больше, т. е. 3 руб. и третья в 5 раз больше, т. е. 5 руб. При таком предположении разность цен третьей и первой книги была бы равна 2 руб. (5 руб. — 3 руб. = 2 руб.). В действительности эта разность больше в 4 раза. Следовательно, каждое число должно быть увеличено в 4 раза. Итак, вторая книга стоит не 1 руб., а 4 рубля, первая книга не 3 руб., а 3 руб.  $\times$  4 = 12 руб., и третья не 5 руб., а 5 руб.  $\times$  4 = 20 руб.

Эту задачу можно решить способом равных частей, предположив, что за вторую книгу заплатили 1 часть, за первую 3 части, за третью 5 частей.

Ответ: 12 руб.; 4 руб.; 20 руб.

**227.** В двух закромах насыпано 3680 кг ржи; если переложить из первого во второй 150 кг, то в первом окажется ржи втрое больше, чем во втором. Сколько ржи было в каждом закроме?

*Решение.*

1)  $3 + 1 = 4$ ;

2)  $3680 \text{ кг} : 4 = 920 \text{ кг}$ ;

3)  $920 \text{ кг} \cdot 3 = 2760 \text{ кг}$ ;

4)  $2760 \text{ кг} + 150 \text{ кг} = 2910 \text{ кг}$ ;

5)  $920 \text{ кг} - 150 \text{ кг} = 770 \text{ кг}$ .

Задачу можно решить, предположив, что во втором закроме 1 кг; тогда в первом должно быть 3 кг, всего  $1 \text{ кг} + 3 \text{ кг} = 4 \text{ кг}$ ; на самом деле общее количество ржи и количество её в каждом закроме больше в  $3680 : 4 = 920$  (раз) и т. д.

Ответ: 770 кг во втором закроме.

**228.** Сестре теперь втрое больше лет, чем было тогда, когда брат был в её возрасте. Когда сестре будет столько лет, сколько теперь брату, то им обоим будет 96 лет. Сколько лет сестре и сколько лет брату?

*Решение.* Предположим, что сестре был 1 год, когда брат был в её возрасте; значит, ей сейчас 3 года, а ему было тогда также 3 года; таким образом, брат старше сестры на 3 года — 1 год = 2 года. Так как сейчас сестре 3 года, то брату 3 года + 2 года = 5 лет. Когда же сестре будет 5 лет, брату будет 5 лет + 2 года = 7 лет;  $5 \text{ лет} + 7 \text{ лет} = 12 \text{ лет}$ .

$96 \text{ лет} : 12 \text{ лет} = 8$ ; сестре не 3 года, а в 8 раз больше, т. е.  $3 \text{ года} \cdot 8 = 24 \text{ года}$ ; брату  $5 \text{ лет} \cdot 8 = 40 \text{ лет}$ .

Ответ: брату 40 лет.

**229.** Вес четырёх кусков меди 144,5 кг. Вес трёх последних кусков составляет одну треть веса первого куска, вес двух последних — половину веса второго куска, вес третьего составляет 0,7 веса четвёртого куска. Сколько весит каждый из четырёх кусков меди?

*Решение.* Предположим, что вес четвёртого куска 1 кг, тогда вес третьего был бы равен 0,7 кг;

$(1 \text{ кг} + 0,7 \text{ кг}) \cdot 2 = 3,4 \text{ кг}$  — был бы вес второго куска;  $(1 \text{ кг} + 0,7 \text{ кг} + 3,4 \text{ кг}) \cdot 3 = 15,3 \text{ кг}$  — был бы вес первого куска;

$1 \text{ кг} + 0,7 \text{ кг} + 3,4 \text{ кг} + 15,3 \text{ кг} = 20,4 \text{ кг}$  — предполагаемый вес четырёх кусков.

$144,5 \text{ кг} : 20,4 \text{ кг} = 7 \frac{1}{12}$  (раза). Действительный вес:  $7 \frac{1}{12}$  кг (четвёртый кусок);

$7 \frac{1}{12} \text{ кг} \times 0,7 = 4 \frac{23}{24} \text{ кг}$  (третий кусок);

$3,4 \text{ кг} \times 7 \frac{1}{12} = 24 \frac{1}{12} \text{ кг}$  (второй кусок);

$15,3 \text{ кг} \times 7 \frac{1}{12} = 108 \frac{3}{8} \text{ кг}$  (первый кусок).

Ответ:  $108 \frac{3}{8} \text{ кг}$ ;  $24 \frac{1}{12} \text{ кг}$ ;  $4 \frac{23}{24} \text{ кг}$ ;  $7 \frac{1}{12} \text{ кг}$ .

**230.** База отправила 420 кг риса в палатку и 2 магазина. Первый магазин получил вдвое больше палатки, или  $\frac{3}{4}$  того, что получила палатка и второй магазин вместе. Сколько риса получила палатка и каждый магазин?

*Решение.* 1) Допустим, что палатка получила 1 кг риса, тогда первый магазин должен получить 2 кг; но 2 кг — это  $\frac{3}{4}$  количества риса, полученного палаткой и вторым магазином; узнаем это количество:  $2 \text{ кг} : \frac{3}{4} = 2 \frac{2}{3} \text{ кг}$ ;

2)  $2 \frac{2}{3} \text{ кг} - 1 \text{ кг} = 1 \frac{2}{3} \text{ кг}$  риса получил второй магазин;

3)  $1 \text{ кг} + 2 \text{ кг} + 1 \frac{2}{3} \text{ кг} = 4 \frac{2}{3} \text{ кг}$ ;

4)  $420 \text{ кг} : \frac{14}{3} \text{ кг} = 90$  (раз); 90 кг получила палатка;

5)  $90 \text{ кг} \cdot 2 = 180 \text{ кг}$  получил первый магазин;

6)  $1 \frac{2}{3} \text{ кг} \cdot 90 = 150 \text{ кг}$  получил второй магазин.

Ответ: 90 кг; 180 кг; 150 кг.

**231.** Лодка может проплыть 28 м в минуту по течению и только 14 м против течения. Какое расстояние проплыла лодка по течению, если отправившись в 10 час. 30 мин. утра она возвратилась в 2 часа 15 мин. пополудни?

*Решение с объяснением.*

1) Скорость лодки по течению больше, чем скорость против течения, в  $28 \text{ м} : 14 \text{ м} = 2$  раза;

2) время движения по течению в 2 раза меньше, чем при движении против течения.

Допустим, что лодка шла по течению 1 мин., тогда против течения она прошла бы 2 мин.;  $1 \text{ мин.} + 2 \text{ мин.} = 3 \text{ мин.}$ ;

3) лодка была в отсутствии 12 час. — 10 час. 30 мин. = 1 час. 30 мин. до полудня;

4) всего лодка плавала 1 час. 30 мин. + 2 час. 15 мин. = 3 час. 45 мин.;

5) лодка плавала дольше предположенного времени в 75 раз (3 час. 45 мин. : 3 мин. = 75 раз);

6) лодка проплыла по течению  $28 \text{ м} \cdot 75 = 2100 \text{ м}$ , или 2 км 100 м. Определение времени движения лодки по течению или обратно можно сделать и методом равных частей.

Ответ: 2 км 100 м.

**232.** Двое измерили длину аллеи шагами, причём первый сделал на её протяжении на 40 шагов меньше, чем второй. Зная, что шаг первого равнялся в среднем 70 см, а шаг второго 50 см, определить длину аллеи.

*Решение.* 1) Допустим, что от одного конца аллеи до другого первый сделал 5 шагов, тогда второй должен сделать 7 шагов ( $70 \text{ см} \cdot 5 = 50 \text{ см} \cdot 7$ ); второй сделал на 7 шаг. — 5 шаг. = 2 шага больше первого;

2)  $40 \text{ шаг.} : 2 \text{ шаг.} = 20$ ; но предполагаемые числа и их разность меньше искомым чисел и их разности в 20 раз;

3) первый сделал  $5 \cdot 20 = 100$  (шагов);

4)  $70 \text{ см} \cdot 100 = 7000 \text{ см} = 70 \text{ м}$ .

Задачу можно решить иначе.

1) В тот момент когда первый дошёл до конца аллеи, второй отстал от него на 40 своих шагов, т. е. на  $50 \text{ см} \cdot 40 = 20 \text{ м}$ ;

2) первый обгонял второго на  $70 \text{ см} - 50 \text{ см} = 20 \text{ см}$  при каждом шаге;

3) первый обогнал второго, сделав  $20 \text{ м} : 20 \text{ см} = 100$ ; 100 шагов;

4)  $70 \text{ см} \cdot 100 = 70 \text{ м}$  — длина аллеи.

Ответ: 70 м.

**233.** Так как при оптовой покупке карандаш одного сорта обходится на  $2\frac{3}{4}$  коп. дороже, чем карандаш второго сорта, то 50 карандашей первого сорта стоят столько же, сколько 61 карандаш второго сорта. Определить цену одного карандаша каждого сорта.

*1-е решение.* Допустим, что карандаш первого сорта стоил 61 коп., тогда карандаш второго сорта должен стоить 50 коп., чтобы стоимость 50 карандашей первого сорта равнялась стоимости 61 карандаша второго сорта.

1)  $61 \text{ коп.} - 50 \text{ коп.} = 11 \text{ коп.}$ ;      2)  $11 \text{ коп.} : 2\frac{3}{4} \text{ коп.} = 4$  (раза);

3)  $61 \text{ коп.} : 4 = 15\frac{1}{4} \text{ коп.}$ ;      4)  $50 \text{ коп.} : 4 = 12\frac{1}{2} \text{ коп.}$

*2-е решение.* 1) Если бы карандашей того и другого сорта было по 50, карандаши первого сорта стоили бы дороже карандашей второго сорта на  $\frac{11}{4} \text{ коп.} \times 50 = 1 \text{ руб. } 37\frac{1}{2} \text{ коп.}$ ;

2) 1 руб.  $37\frac{1}{2}$  коп. — это стоимость 61 кар. — 50 кар. = 11 кар. второго сорта;

3)  $137\frac{1}{2}$  коп. : 11 =  $12\frac{1}{2}$  коп. стоил 1 кар. второго сорта;

4)  $12\frac{1}{2}$  коп. +  $2\frac{3}{4}$  коп. =  $15\frac{1}{4}$  коп. стоил 1 кар. первого сорта.

Ответ:  $15\frac{1}{4}$  коп.;  $12\frac{1}{2}$  коп.

**234.** Одно и то же количество керосина сгорает в одной лампе в 3 дня, а в другой в 2 дня, потому что вторая лампа сжигает в сутки на  $\frac{5}{16}$  л больше первой. Сколько керосина сгорает в первой лампе в 15 дней?

*Решение.* Допустим, что в первой лампе сгорало по 2 л, во второй по 3 л в сутки;

$$1) 3 \text{ л} - 2 \text{ л} = 1 \text{ л};$$

$$2) 1 \text{ л} : \frac{5}{16} \text{ л} = 3\frac{1}{5}; \quad 2 \text{ л} : \frac{16}{5} = \frac{5}{8} \text{ л}; \quad \frac{5}{8} \text{ л} \cdot 15 = 9\frac{3}{8} \text{ л}.$$

Ответ:  $9\frac{3}{8}$  л.

**235.** Речной пароход прошёл расстояние между пристанями по течению в 20,72 часа, а в обратном направлении — в 27,2 часа, делая в час меньше на 3,24 км. Сколько километров между пристанями?

*Решение.* Если бы пароход проходил в час 27,2 км по течению и 20,72 км против течения, разность скоростей была бы 27,2 км — 20,72 км = 6,48 км в час; на самом деле она меньше в 6,48 км : 3,24 км = 2 раза.

Скорость парохода по течению  $27,2 \text{ км} : 2 = 13,6 \text{ км}$ ; расстояние между пристанями:  $13,6 \text{ км} \cdot 20,72 = 281,792 \text{ км}$ . Возможно и другое решение задачи.

Ответ:  $\approx 281,8 \text{ км}$ .

в) Задачи, решаемые способом пропорционального деления.

Этот метод употребляется в тех случаях, когда известны сумма или разность неизвестных и их отношения (см. Киселев, Арифметика. Учебник для средней школы, 1945, § 209—214).

**236.** Разделить 2736 в отношении 13 : 24 : 35, т. е. пропорционально 13, 24 и 35.

*Решение.* Искомые числа: I, II, III.

$$13 + 24 + 35 = 72;$$

$$\text{I} : 2736 = 13 : 72; \quad \text{I} = \frac{2736 \cdot 13}{72} = 494;$$

$$\text{II} : 2736 = 24 : 72; \quad \text{II} = \frac{2736 \cdot 24}{72} = 912;$$

$$\text{III} : 2736 = 35 : 72; \quad \text{III} = \frac{2736 \cdot 35}{72} = 1330.$$

Ответ: 494; 912; 1330.

**237.** Разложить 360 на три слагаемые так, чтобы частные от деления первого на 3, второго на 7 и третьего на 10 были равны.

*Решение.* Частные равны между собой, поэтому делимые прямо пропорциональны делителям.

Обозначим искомые числа I, II и III.

$$I : II : III = 3 : 7 : 10; \quad 3 + 7 + 10 = 20; \quad 360 : 20 = 18$$

(число единиц в одной части);  $I = 18 \cdot 3 = 54$ ;  $II = 18 \cdot 7 = 126$ ;  $III = 18 \cdot 10 = 180$ .

Ответ: 54; 126; 180.

**238.** Разделить 195 на 4 части, пропорциональные  $1\frac{1}{4}$ ,  $\frac{7}{8}$ , 0,75 и 0,171875, чтобы

$$I : II : III : IV = 1\frac{1}{4} : \frac{7}{8} : 0,75 : 0,171875.$$

*Решение.* Освободим от дробей данный ряд отношений:

$$I : II : III : IV = \frac{5}{4} : \frac{7}{8} : \frac{3}{4} : \frac{11}{64}; \quad I : II : III : IV = 80 : 56 : 48 : 11$$

(умножили все члены ряда отношений на 64).

$$80 + 56 + 48 + 11 = 195; \quad 195 : 195 = I;$$

$$I = 80, \quad II = 56, \quad III = 48, \quad IV = 11.$$

Ответ: 80; 56; 48; 11.

**239.** В мастерской имеются 3 одинакового объёма куска железа, меди и свинца, общий вес которых 69 кг. Определить вес каждого куска, если железо тяжелее воды в 7,8 раза, медь в 8,5 раза, а свинец в 11,3 раза.

*Решение.* Так как объёмы трёх кусков равны, то веса кусков пропорциональны удельным весам металлов 7,8; 8,5; 11,3.

Обозначим вес железа I, вес меди II, вес свинца III.

$$I : II : III = 7,8 : 8,5 : 11,3; \quad I : II : III = 78 : 85 : 113.$$

$$I = \frac{69 \cdot 78}{78 + 85 + 113} = 19,5 \text{ (кг)}; \quad II = \frac{69 \cdot 85}{78 + 85 + 113} = 21,25 \text{ (кг)};$$

$$III = 28,25 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 19,5 кг; 21,25 кг; 28,25 кг.

**240.** Длина трёх канатов вместе равна 124 м. Длина первого каната равна 0,6 длины второго, а длина второго  $\frac{2}{3}$  длины третьего. Найти длину каждого каната.

*Решение.* Длину третьего каната примем за 1; тогда длина второго каната составит  $\frac{2}{3}$  единицы, а длина первого  $\frac{2}{3} \cdot 0,6 = 0,4$  единицы.

Длины трёх канатов (I, II, III) пропорциональны числам  $0,4, \frac{2}{3}, 1$ ;  
 $I : II : III = 0,4 : \frac{2}{3} : 1$ ;  $I : II : III = 6 : 10 : 15$ ;  $6 + 10 + 15 = 31$ .

Длина первого каната равна  $\frac{6}{31}$  от 124 м =  $124 \text{ м} \cdot \frac{6}{31} = 24 \text{ м}$ ;

длина второго каната равна  $\frac{10}{31}$  от 124 м =  $\frac{124 \text{ м} \cdot 10}{31} = 40 \text{ м}$ ;

III =  $124 \text{ м} \cdot \frac{15}{31} = 60 \text{ м}$ .

Ответ: 24 м; 40 м; 60 м.

**241.** Разделить 245 на 3 части так, чтобы I : II = 3 : 8; I : III = 2 : 9.

*Решение.* Если, пользуясь первой пропорцией, предположить, что I часть равна 3 паям (частям), то получим несоответствие со второй пропорцией, по которой для I части должны быть 2 пая. Изменим пропорции так, чтобы I часть содержала одинаковое число паяв в обеих пропорциях. Найдём наименьшее кратное для 3 и 2, оно равно 6, умножим оба члена первого отношения на 2, второго на 3:

$$I : II = 6 : 16$$

$$I : III = 6 : 27$$

$$I : II : III = 6 : 16 : 27.$$

$$I = \frac{245 \cdot 6}{6 + 16 + 27} = 30;$$

$$II = \frac{245}{49} \cdot 16 = 80;$$

$$III = \frac{245}{49} \cdot 27 = 135.$$

Сделаем проверку:

$$I : II = 30 : 80; \quad I : II = 3 : 8.$$

$$I : III = 30 : 135; \quad I : III = 2 : 9.$$

$$I + II + III = 245.$$

Задача решена верно.

Ответ: 30; 80; 135.

**242.** Найти три числа по следующим условиям I : II = 32 : 15; III : II = 9 : 20; первое число равно 1280.

*Решение.* Чтобы уравнивать число паёв (долей) во II числе, найдём наименьшее кратное 15 и 20; оно равно 60; оба члена первого отношения множим на 4, второго отношения на 3.

$$I : II = 128 : 60$$

$$III : II = 27 : 60$$

$$I : II : III = 128 : 60 : 27$$

$$I \text{ пай} = 1280 : 128 = 10; \quad II = 10 \cdot 60 = 600; \quad III = 10 \cdot 27 = 270.$$

Ответ: II = 600; III = 270.

**243.** Разделить 1082 на 4 части так, чтобы I : II =  $\frac{2}{7} : 0,(3)$ ; IV : III =  $0,5 : 1\frac{1}{3}$ ; II : III =  $\frac{1}{5} : \frac{2}{3}$ .



*Решение.* Отношение дробных чисел заменим отношениями целых чисел.

$$\begin{array}{l|l} \text{I} : \text{II} = 6 : 7 & 3 \cdot 4 \\ \text{IV} : \text{III} = 3 : 8 & 7 \cdot 5 \\ \text{II} : \text{III} = 3 : 10 & 7 \cdot 4 \end{array} \quad \text{I} : \text{II} : \text{III} : \text{IV} = 72 : 84 : 280 : 105.$$

Уравняем число паёв II числа в первой и третьей пропорциях, для этого члены первого отношения умножим на 3, третьего отношения на 7; чтобы уравнять число паёв III числа, надо члены второго отношения умножить на 7 · 5, члены третьего отношения на 4; но второе число входит в первое отношение, поэтому члены первого отношения также множим на 4.

$$72 + 84 + 280 + 105 = 541; \quad 1082 : 541 = 2;$$

$$\text{I} = 72 \cdot 2 = 144; \quad \text{II} = 84 \cdot 2 = 168;$$

$$\text{III} = 280 \cdot 2 = 560; \quad \text{IV} = 105 \cdot 2 = 210.$$

Ответ: 144; 168; 560; 210.

**244.** В городе 1970 домов. На каждые 15 каменных домов приходится 8 полукаменных, а на каждые 14 полукаменных 9 деревянных. Сколько в городе каменных, полукаменных и деревянных домов?

*Решение.* Число домов каменных, полукаменных, деревянных обозначим соответственно через I, II и III число.

$$\text{I} : \text{II} = 15 : 8$$

$$\text{II} : \text{III} = 14 : 9$$

Число паёв II числа в двух пропорциях надо уравнять, умножив члены первого отношения на 7, второго на 4 (общее наименьшее кратное 8 и 14 равно 56).

$$\text{I} : \text{II} = 105 : 56$$

$$\text{II} : \text{III} = 56 : 36$$

$$\text{I} : \text{II} : \text{III} = 105 : 56 : 36;$$

$$\text{I} = \frac{1970 \cdot 105}{105 + 56 + 36} = 1050; \quad \text{II} = 10 \cdot 56 = 560; \quad \text{III} = 10 \cdot 36 = 360.$$

Ответ: 1050 каменных домов.

**245.** Разделить 4408,6 руб. между пятью лицами так, что если А получит 4 рубля, то В — 5 рублей; если В получит 3 рубля, то С должен получить 2 рубля, если С получит 8 рублей, то D — 5 рублей; если D — 6 рублей, то E — 7 рублей. Сколько получит каждый?

*1-е решение.* Суммы, полученные А, В, С, D, E, обозначим соответственно через I, II, III, IV, V число.

$$\text{I} : \text{II} = 4 : 5$$

$$\text{III} : \text{IV} = 3 : 5$$

$$\text{II} : \text{III} = 3 : 2$$

$$\text{IV} : \text{V} = 6 : 7$$

Если предположить, что I число состоит из 4 паёв, то II должно иметь 5 таких же паёв. Число паёв III числа узнаем из пропорции: II : III = 3 : 2 или 5 : III = 3 : 2;

$$\text{III} = \frac{5 \cdot 2}{3} = 3 \frac{1}{3} \text{ (паёв).}$$

Число паёв IV числа узнаем из третьей пропорции:

$$3 \frac{1}{3} : \text{IV} = 3 : 5; \quad \text{IV} = \frac{10 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{50}{9} = 5 \frac{5}{9} \text{ (паёв);}$$

$$5 \frac{5}{9} : \text{V} = 6 : 7; \quad \text{V} = \frac{50 \cdot 7}{6 \cdot 9} = \frac{175}{9};$$

$$\text{I} : \text{II} : \text{III} : \text{IV} : \text{V} = 4 : 5 : 3 \frac{1}{3} : 5 \frac{5}{9} : \frac{175}{9};$$

$$\text{I} : \text{II} : \text{IV} : \text{V} = 108 : 135 : 90 : 150 : 175.$$

$$\text{I} = \frac{4408,6 \cdot 108}{108 + 135 + 90 + 150 + 175} = 723,6 \text{ (руб.);}$$

$$\text{II} = \frac{4408,6}{658} \cdot 135 = 904,5 \text{ (руб.);} \quad \text{III} = 6,7 \cdot 90 = 603 \text{ (руб.);}$$

$$\text{IV} = 6,7 \cdot 150 = 1005 \text{ (руб.);} \quad \text{V} = 1172,5 \text{ (руб.).}$$

2-е решение.

$$\begin{array}{l|l} \text{I} : \text{II} = 4 : 5 & 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ \text{II} : \text{III} = 3 : 2 & 5 \cdot 3 \cdot 3 \\ \text{III} : \text{IV} = 3 : 5 & 5 \cdot 2 \cdot 3 \\ \text{IV} : \text{V} = 3 : 7 & 5 \cdot 5 \end{array}$$

Чтобы уравнивать число паёв во II числе в первой и второй пропорции, надо помножить члены 1-го отношения на 3, второго на 5; вместе с тем члены 3-го и 4-го отношений также умножаем на 5.

Чтобы уравнивать число паёв III числа во 2-м и 3-м отношениях, надо члены 2-го и 1-го отношений множить на 3, члены 3-го отношения на 2. Чтобы уравнивать число долей IV числа в последних двух отношениях, можем на 3 члены 3-го, 2-го и 1-го отношений и на 5 члены 4-го отношения. Получим:

$$\text{I} : \text{II} : \text{III} : \text{IV} : \text{V} = 108 : 135 : 90 : 150 : 175 \text{ и т. д.}$$

Ответ: 723,6 руб.; 904,5 руб.; 603 руб.; 1005 руб.; 1172,5 руб.

**246.** В трёх кассах 950 кредитных билетов, во всех кассах на одну и ту же сумму. В первой кассе десятирублёвые, во второй пятирублёвые, в третьей трёхрублёвые билеты.

Сколько билетов в каждой кассе?

*Решение.* Узнаем сначала число билетов в каждой кассе. В десятирублёвых и пятирублёвых билетах одна и та же сумма; это значит, что число билетов по 10 руб. меньше числа билетов по 5 руб. во столько раз, во сколько раз 10 больше 5 или 5 меньше 10. Точно так

же число билетов по 5 руб. и по 3 руб., если они составляют равные суммы, должны относиться, как 3 к 5.

$$\text{Пропорции: } I : II = 5 : 10$$

$$II : III = 3 : 5,$$

$$\text{или: } I : II = \frac{1}{10} : \frac{1}{5}$$

$$II : III = \frac{1}{5} : \frac{1}{3},$$

$$\text{отсюда: } I : II : III = \frac{1}{10} : \frac{1}{5} : \frac{1}{3}.$$

Деление числа 950 пропорционально  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{3}$  можно объяснить так. Если бы во всех кассах были билеты равной стоимости, именно по 1 руб., то суммы денег в трёх кассах составляли бы  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{5}$  и  $\frac{1}{3}$  действительных сумм; тогда 950 билетов надо разделить прямо пропорционально числам  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{5}$  и  $\frac{1}{3}$ :

$$I : II : III = 3 : 6 : 10;$$

$$I = \frac{950}{3 + 6 + 10} \cdot 3 = 150 \text{ (бил.)};$$

$$II = \frac{950}{19} \cdot 6 = 300 \text{ (бил.)};$$

$$III = 50 \cdot 10 = 500 \text{ (бил.)}.$$

Ответ: 150 бил.; 300 бил.; 500 бил.

**247.** Одна бригада рабочих может выполнить работу в 12 дней, другая в 24 дня, третья в 8 дней. Сколько рабочих в каждой бригаде, если во всех вместе 60 человек, и если производительность труда всех рабочих одинакова?

*Решение.* Так как производительность труда всех рабочих одинакова, время работы бригад обратно пропорционально числу рабочих в бригадах. Разделим 60 обратно пропорционально 12, 24, 8.

Первая бригада выполняет в день  $\frac{1}{12}$  всей работы, вторая  $\frac{1}{24}$ , третья  $\frac{1}{8}$ . Так как производительность труда всех рабочих одинакова, число рабочих в бригадах прямо пропорционально количеству работы, сделанной за день.

$$I : II : III = \frac{1}{12} : \frac{1}{24} : \frac{1}{8}; \quad I : II : III = 2 : 1 : 3;$$

$$I = \frac{60}{6} \cdot 2 = 20 \text{ (раб.)}; \quad II = \frac{60}{6} \cdot 1 = 10 \text{ (раб.)}; \quad III = \frac{60}{6} \cdot 3 = 30 \text{ (раб.)}.$$

Ответ: 20 раб.; 10 раб.; 30 раб.

248. Крестьянин шёл из деревни в город со скоростью 3 км в час; обратно он ехал на лошади со средней скоростью 6 км в час. На весь путь в оба конца он употребил 6 часов. Какое расстояние от деревни до города?

*Решение.* Время движения на одном и том же расстоянии обратно пропорционально скорости движения. Поэтому 6 час. надо разделить обратно пропорционально 3 и 6;

$$I : II = \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = 2 : 1; \quad I = \frac{6 \cdot 2}{3} = 4 \text{ (часа);}$$

$$3 \text{ км} \cdot 4 = 12 \text{ км.}$$

Деление 6 час. пропорционально  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{1}{6}$  можно объяснить так: идя пешком, крестьянин употреблял на 1 км  $\frac{1}{3}$  часа, проезжая на лошади  $\frac{1}{6}$  часа. Время движения пешком и на лошади, при одном и том же расстоянии, пропорционально  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{1}{6}$ .

Ответ: 12 км.

249. Число 12000 разделить на 3 части так, чтобы  $\frac{2}{3}$  первой части равнялись  $\frac{1}{2}$  второй и  $\frac{2}{5}$  третьей.

*Решение.* Произведение  $I \cdot \frac{2}{3} = II \cdot \frac{1}{2}$ ; поэтому  $I : II = \frac{1}{2} : \frac{2}{3}$ ;  $I : II = \frac{3}{2} : 2$ ;  $II \cdot \frac{1}{2} = III \cdot \frac{2}{5}$ ; поэтому  $II : III = \frac{2}{5} : \frac{1}{2}$ ;  $II : III = 2 : \frac{5}{2}$ ; отсюда (искомые числа, которые обратно пропорциональны  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{2}{5}$ , прямо пропорциональны числам, обратным  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{5}$ , т. е. числам  $\frac{3}{2}$ , 2,  $\frac{5}{2}$ ):

$$I : II : III = \frac{3}{2} : 2 : \frac{5}{2}; \quad I : II : III = 3 : 4 : 5;$$

$$I = \frac{12000}{3+4+5} \cdot 3 = 3000;$$

$$II = \frac{12000}{12} \cdot 4 = 4000;$$

$$III = 1000 \cdot 5 = 5000.$$

Ответ: 3000; 4000; 5000.

250. Два рабочих работали один после другого в течение 15 дней. Первому платили по 14 руб., второму по 12 руб. в день. Сколько дней работал каждый, если первому пришлось получить на 28 руб. больше, чем второму?

*1-е решение.* 1) 28 руб. : 14 руб. = 2 (дня);

2) 15 дн. — 2 дн. = 13 дн.; если бы первый не работал 2 дня, то они проработали бы 13 дней;

3) 13 дней разделить обратно пропорционально 14 и 12;

$$I : II = \frac{1}{14} : \frac{1}{12} = 6 : 7; \quad I = \frac{13}{13} \cdot 6 = 6 \text{ (дней)}; \quad II = 7 \text{ дн.};$$

4) 6 дн. + 2 дн. = 8 дн. работал первый.

2-е решение. 1) 28 руб. : 12 руб. =  $2\frac{1}{3}$  (дня);

2) 15 дн. +  $2\frac{1}{3}$  дн. =  $17\frac{1}{3}$  дня; если бы второй проработал ещё  $2\frac{1}{3}$  дня, то они проработали бы  $17\frac{1}{3}$  дня;

3)  $17\frac{1}{3}$  дня разделить обратно пропорционально 14 и 12.

$$I : II = \frac{1}{14} : \frac{1}{12} = 6 : 7; \quad I = \frac{17\frac{1}{3} \cdot 6}{6+7} = 8 \text{ (дн.)}; \quad II = 7 \text{ дн.}$$

Ответ: 8 дней; 7 дней.

**251.** Из склада отправлен товар трём покупателям. 5 вагонов отправлено за 609 км, 12 вагонов за 258 км и 10 вагонов за 240 км. За перевоз трёх партий уплачено 3672 руб. 63 коп. Во что обошёлся провоз каждой партии товара?

*Решение.* Оплату провоза надо разделить прямо пропорционально числу вагонов товара и расстоянию, на которое товар отправлен, т. е. пропорционально двум рядам чисел. Приведём два ряда чисел к одному, предположив, что один ряд состоит из равных чисел, например, заменим числа вагонов одним вагоном. Первый покупатель уплатил за провоз 5 вагонов на расстояние 609 км. Он уплатил бы столько же, если бы ему отправили 1 вагон на расстояние, в 5 раз большее, чем 609 км, т. е. на  $609 \cdot 5$  км. Второй покупатель заплатил за 12 вагонов, отправленных на расстояние 258 км; за ту же провозную плату ему могли отправить 1 вагон на расстояние  $258 \cdot 12$  км; третьему могли отправить 1 вагон на расстояние  $240 \cdot 10$  км. Разделим 3672 руб. 63 коп. пропорционально числам:  $(609 \cdot 5)$ ;  $(258 \cdot 12)$ ;  $(240 \cdot 10)$ :

$$I : II : III = (609 \cdot 5) : (258 \cdot 12) : (240 \cdot 10) = (203 \cdot 5) : (258 \cdot 4) : (80 \cdot 10).$$

$$I : II : III = 1015 : 1032 : 800;$$

$$I = \frac{367263 \cdot 1015}{1015 + 1032 + 800} = 130935 \text{ (коп.)}$$

$$II = \frac{367263 \cdot 1032}{2847} = 133128 \text{ (коп.)};$$

$$III = 1032 \text{ руб.}$$

Ответ: 1309 руб. 35 коп.; 1331 руб. 28 коп.; 1032 руб.

Практические задачи, решаемые помощью пропорционального деления, носят название задач на сложное правило товара ищества. Разобранная задача будет типичной для названной группы задач.

Обыкновенно задачи на сложное правило товарищества приводят к простому правилу товарищества (когда требуется найти значения одной величины, соответствующие данным значениям другой, ей пропорциональной величины, если сумма искомых значений первой величины известна) путём введения составных единиц или приведением значений одной из пропорциональных величин к единице.

**252.** Учреждение очищает от снега три участка на разных улицах. Длина первого по улице втрое больше второго и вдвое меньше третьего; ширина же улицы перед первым вдвое меньше, чем перед вторым и составляет  $\frac{3}{4}$  ширины улицы перед третьим. За очистку улицы от снега по всем участкам уплачено 520 руб. Сколько уплачено за очистку каждого участка?

*Решение с объяснением.*

Если длину второго участка примем за 1, то длина первого составит 3 и длина третьего  $3 \cdot 2$  единиц; длины трёх участков относятся, как 3 : 1 : 6.

Если ширину первого участка примем за 1, то ширина второго составит 2, а ширина третьего  $1 : \frac{3}{4}$  единицы; ширины участков относятся как  $1 : 2 : \frac{4}{3}$ .

Чтобы разделить 520 руб. прямо пропорционально двум рядам чисел, заменим один ряд равными числами и соответственно изменим числа другого ряда. Предположим, например, что ширины участков были равны ширине первого, т. е. 1. За ту же сумму, какая уплачена, можно было вместо второго участка с шириной в 2 единицы очистить участок с шириной 1 и длиной  $1 \cdot 2$ ; вместо третьего участка с шириной  $\frac{4}{3}$  и длиной 6 можно было бы за ту же сумму очистить участок с шириной 1 и длиной  $6 \cdot \frac{4}{3}$ .

Итак, 520 руб. разделим в отношении

$$(1 \cdot 3) : (1 \cdot 2) : \left(6 \cdot \frac{4}{3}\right) = 3 : 2 : 8.$$

$$I = \frac{520}{13} \cdot 3 = 120 \text{ (руб.)}; \quad II = \frac{520}{13} \cdot 2 = 80 \text{ (руб.)}; \quad III = 320 \text{ (руб.)}.$$

Ответ: 120 руб.; 80 руб.; 320 руб.

**253.** На двух равных лесных участках работают две бригады лесорубов. Одна бригада из 21 человека работает по местным условиям 6 часов в день, другая — из 15 человек по 7 часов в день. Вторая бригада кончила вырубку участка на 2 дня позже первой. Сколько дней работала каждая бригада?

*Решение.* Обе бригады выполнили равную работу, поэтому число дней, затраченное на работу каждой бригадой, обратно пропорционально числу рабочих и числу часов ежедневной работы.

$$\text{Если число дней работы обозначим через I и II числа, то } I : II = \\ = 15 : 21 = \frac{1}{21} : \frac{1}{15} \text{ и } I : II = 7 : 6 = \frac{1}{6} : \frac{1}{7}.$$

Таким образом:

$$I : II = \left( \frac{1}{21} \cdot \frac{1}{6} \right) : \left( \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{7} \right); \quad I : II = 5 : 6.$$

$$II - I = 6 \text{ дол.} - 5 \text{ дол.} = 1 \text{ доля};$$

$$I = 2 \text{ дня} \cdot 5 = 10 \text{ дней}; \quad II = 2 \text{ дня} \cdot 6 = 12 \text{ дней}.$$

Ответ: 10 дней; 12 дней.

Перемножение чисел двух отношений подтверждается таким рассуждением. Если бы каждая бригада работала по 1 часу в день, то на первом участке должны были работать  $21 \cdot 6$  рабочих, на втором  $15 \cdot 7$ ; один рабочий первой бригады выполнил бы в день  $\frac{1}{21 \cdot 6}$  часть работы, второй  $\frac{1}{15 \cdot 7}$ ; число дней работы прямо пропорционально количеству выполненной работы.

**254.** Для наполнения водой трёх бассейнов равной ёмкости проведены в каждый бассейн по несколько труб: в первый 2 трубы одинакового поперечного сечения, во второй 3, в третий 2. Площади поперечных сечений труб в первом бассейне 4 кв. дм, во втором 2 кв. дм, в третьем 3 кв. дм. Скорость притока воды в первом бассейне 30 л в минуту через каждую трубу, во втором 24 л, в третьем 25 л. Первый бассейн наполняется скорее третьего на 54 минуты. Сколько времени надо для наполнения каждого бассейна?

*Решение.* Время наполнения бассейнов равной ёмкости обратно пропорционально числу труб, площади их поперечного сечения и скорости притока воды в трубах.

Время наполнения трёх бассейнов обозначим: I, II, III число;

$$I : II : III = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$$

$$I : II : III = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$$

$$I : II : III = \frac{1}{30} : \frac{1}{24} : \frac{1}{25}$$

$$I : II : III = \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{30} \right) : \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{24} \right) : \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{25} \right)$$

$$I : II : III = \frac{1}{40} : \frac{1}{24} : \frac{1}{25} = 15 : 25 : 24$$

$$III - I = 24 \text{ дол.} - 15 \text{ дол.} = 9 \text{ дол.}; \quad 9 \text{ дол.} \text{ равны } 54 \text{ мин.}$$

$$I = \frac{54}{9} \cdot 15 = 90 \text{ (мин.)}; \quad 1 \text{ час } 30 \text{ мин.};$$

$$II = \frac{54}{9} \cdot 25 = 150 \text{ (мин.)}; \quad 2 \text{ часа } 30 \text{ мин.};$$

$$III = \frac{54}{9} \cdot 24 = 144 \text{ (мин.)}; \quad 2 \text{ часа } 24 \text{ мин.}$$

Решение задачи можно объяснить иначе. Если бы все бассейны имели по одной трубе с поперечным сечением в 1 кв. дм, то для наполнения бассейнов в такое же время, как при данных условиях, скорость притока воды в 1 мин. должна быть в трубе первого бассейна больше 30 л в 2 · 4 раза, в трубе второго бассейна 24 л в 3 · 2, в трубе третьего 25 л в 2 · 3. Если бы скорость притока воды была 1 л в минуту через каждую трубу, то за такое же время, как при данных условиях, наполнились бы  $\frac{1}{30 \cdot 2 \cdot 4}$ ,  $\frac{1}{24 \cdot 3 \cdot 2}$  и  $\frac{1}{25 \cdot 2 \cdot 3}$  части бассейнов одинаковой ёмкости. Время наполнения бассейнов прямо пропорционально этим числам.

Ответ: 90 мин.; 150 мин.; 144 мин.

**255.** Пешеход прошёл за 14 дней 196 км, идя с одной и той же средней скоростью. Сначала он прошёл за несколько дней 48 км, идя по 4 часа в день; затем он сделал путь в 70 км, находясь в пути по  $3\frac{1}{2}$  часа в день, наконец, остальную часть пути проходил по  $3\frac{1}{4}$  часа в день. Сколько дней он потратил на каждую часть пути?

*Решение.*

1)  $196 \text{ км} - 48 \text{ км} - 70 \text{ км} = 78 \text{ км};$

2) число дней, потраченное на каждую из трёх частей пути, прямо пропорционально длине части пути и обратно пропорционально числу часов ежедневного хода. Числа дней (I, II и III) прямо пропорциональны 48, 70, 78 и обратно пропорциональны  $4$ ,  $3\frac{1}{2}$ ,  $3\frac{1}{4}$ .

Если бы пешеход шёл по 1 часу в день на всём пути, то первая пройденная часть была бы меньше в 4 раза, вторая в  $3\frac{1}{2}$  раза, третья в  $3\frac{1}{4}$  раза. Число дней прямо пропорционально длинам трёх частей пути, т. е. числам  $\frac{48}{4}$ ,  $\frac{70}{3,5}$  и  $\frac{78}{3\frac{1}{4}}$ .

$$I : II : III = 48 : 70 : 78;$$

$$I : II : III = \frac{1}{4} : \frac{2}{7} : \frac{4}{13};$$

$$I : II : III = \frac{48 \cdot 1}{4} : \frac{70 \cdot 2}{7} : \frac{78 \cdot 4}{13};$$

$$I : II : III = 12 : 20 : 24 = 3 : 5 : 6.$$

$$I = \frac{14}{3 + 5 + 6} \cdot 3 = 3 \text{ (дня)};$$

$$II = \frac{14}{14} \cdot 5 = 5 \text{ (дней)};$$

$$III = 6 \text{ дней.}$$



Проверим, одинакова ли скорость движения на трёх участках пути:

$$48 \text{ км} : 3 : 4 = 4 \text{ км}; \quad 70 \text{ км} : 5 : \frac{7}{2} = 4 \text{ км}; \quad 78 \text{ км} : 6 : 3 \frac{1}{4} = 4 \text{ км}.$$

Задача решена правильно.

Ответ: 3 дня; 5 дней; 6 дней.

**256.** В столовую купили 90 кг муки трёх сортов, причём за муку первого сорта уплатили 80 руб., за муку второго и третьего сорта по 72 руб. Сколько муки каждого сорта куплено, если 3 кг первого сорта стоят столько же, сколько 5 кг второго, и 6 кг второго сорта столько же, сколько 8 кг третьего?

*Решение.* Число 90 кг надо разделить прямо пропорционально всей стоимости каждого сорта и обратно пропорционально стоимости 1 кг каждого сорта. Найдём отношение стоимостей 1 кг каждого сорта. При одинаковой стоимости различных количеств сортов муки, количества сортов обратно пропорциональны ценам за 1 кг различных сортов. Поэтому цены за 1 кг первого и второго сортов относятся как 5 : 3, а второго и третьего, как 8 : 6 или 4 : 3. Количества же муки трёх сортов при равной стоимости относятся, как 3 : 5 и 3 : 4.

$$\begin{aligned} \text{I} : \text{II} &= 3 : 5 & \text{I} : \text{II} : \text{III} &= 9 : 15 : 20, \\ \text{II} : \text{III} &= 3 : 4 \end{aligned}$$

но, кроме того,

$$\text{I} : \text{II} : \text{III} = 80 : 72 : 72;$$

отсюда

$$\text{I} : \text{II} : \text{III} = (90 \cdot 80) : (15 \cdot 72) : (20 \cdot 72) = 10 : 15 : 20 = 2 : 3 : 4;$$

$$\text{I} = \frac{90}{2+3+4} \cdot 2 = 20 \text{ (кг)};$$

$$\text{II} = \frac{90}{9} \cdot 3 = 30 \text{ (кг)};$$

$$\text{III} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 20 кг; 30 кг; 40 кг.

г) Смешанные задачи.

К задачам на пропорциональные величины относятся многие задачи на смешение, движение, работу, бассейны и т. п.

**257.** Смешано два сорта яблок: в 6 руб. и в 3 руб. за килограмм. Смесь получилась стоимостью в 5 руб. за килограмм. Сколько яблок каждого сорта взято для составления смеси, если первого сорта взято на 4 кг больше, чем второго?

*Решение.*

1) 6 руб. — 5 руб. = 1 руб. убытка давал 1 кг первого сорта;

2) 5 руб. — 3 руб. = 2 руб. прибыли давал 1 кг второго сорта;

3) чтобы прибыль покрыла убыток, первого сорта взяли в 2 раза больше, чем второго, т. е. 2 части первого и 1 часть второго; 2 части — 1 часть = 1 часть; первого сорта взяли больше на 1 часть, которая и равна 4 кг;  $4 \text{ кг} \cdot 2 = 8 \text{ кг}$  взяли первого сорта.

Ответ: 8 кг первого и 4 кг второго сорта.

**258.** Продано некоторое количество муки двух сортов, причём средняя продажная цена оказалась 3,4 руб. за килограмм. Количество проданной муки первого сорта составляет  $\frac{5}{12}$  количества второго сорта. Мука первого сорта продавалась по 4,6 руб. за килограмм. По какой цене продавали 1 кг муки второго сорта?

*Решение.* На каждые 5 кг проданной муки первого сорта приходилось 12 кг второго сорта.

- 1)  $5 + 12 = 17$  (кг);
- 2)  $3,4 \cdot 17 = 57,8$  (руб.);
- 3)  $4,6 \cdot 5 = 23$  (руб.);
- 4)  $57,8 - 23 = 34,8$  (руб.);
- 5)  $34,8 : 12 = 2,9$  (руб.).

Ответ: 2,9 руб.

**259.** Из сушёных яблок по 6,6 руб. за 1 кг и по 8,4 руб. за 1 кг составить 12 кг смеси ценою по 7,05 руб. за 1 кг. Сколько килограммов яблок каждого сорта войдёт в смесь?

*1-е решение.* 1) Допустим, что 12 кг взяты из дешёвого сорта яблок, цена которого 6,6 руб. за 1 кг. В этом случае стоимость смеси была бы:  $6,6 \cdot 12 = 79,2$ . Стоимость смеси в действительности:  $7,05 \cdot 12 = 84,6$  (руб.).

2) Предполагаемую стоимость смеси надо увеличить на  $84,6 - 79,2 = 5,4$  (руб.).

3) Если заменить 1 кг яблок по 6,6 руб. 1 кг по 8,4 руб., то количество смеси не изменится, стоимость же её увеличится на  $8,4 - 6,6 = 1,8$  (руб.).

4) Чтобы увеличить стоимость смеси на 5,4 руб., надо взять столько килограммов яблок по 8,4 руб. вместо яблок по 6,6 руб., сколько раз в 5,4 содержится 1,8, т. е.  $5,4 : 1,8 = 3$  (кг);  $12 \text{ кг} - 3 \text{ кг} = 9 \text{ кг}$ .

*2-е решение.* Если бы были взяты 12 кг яблок по 6,6 руб., то при продаже по 7,05 руб. получили бы прибыль, равную  $7,05 - 6,6$  руб. = 0,45 руб. на 1 кг и  $0,45 \text{ руб.} \cdot 12 = 5,4$  руб. на 12 кг.

Но смесь продана без прибыли и убытка, следовательно, надо сделать её более дорогой заменив часть яблок по 6,6 руб. яблоками по 8,4 руб. за 1 кг. Заменив 1 кг яблок, увеличим стоимость смеси на 1,8 руб. ( $8,4 - 6,6 = 1,8$ ); стоимость её повысится на 5,4 руб., если вместо 3 кг ( $5,4 : 1,8 = 3$ ) по 6,6 руб. взять 3 кг по 8,4 руб.

*3-е решение.*

1)  $7,05 - 6,6 = 0,45$  (руб.) прибыль на 1 кг первого сорта;

2)  $8,4 - 7,05 = 1,35$  (руб.) убыток на 1 кг второго сорта;

3) чтобы смесь не дала ни прибыли, ни убытка, надо, чтобы прибыль на одном сорте равнялась убытку на другом сорте, а для этого количество каждого из смешиваемых веществ обратно пропорционально разности цены единицы этого

вещества и цены единицы смеси; количество первого сорта так относится к количеству второго сорта, как  $1,35 : 0,45 = 3 : 1$ . Отсюда:  $12 \text{ кг} : (3 + 1) \cdot 3 = 9 \text{ кг}$  первого сорта.

*4-е решение.*

1) 7 руб. 0,5 коп. — 6 руб. 60 коп. = 45 коп.;

2) 8 руб. 40 коп. — 7 руб. 0,5 коп. = 1 руб. 35 коп.;

3) 1 коп. прибыли получается с  $\frac{1}{45}$  кг первого сорта; 1 коп. убытка с  $\frac{1}{135}$  кг второго сорта; чтобы смесь не дала ни прибыли, ни убытка, надо на каждую  $\frac{1}{45}$  кг первого сорта взять  $\frac{1}{135}$  кг второго сорта; поэтому количество первого сорта будет относиться к количеству второго сорта, как  $\frac{1}{45} : \frac{1}{135}$  или как 3 : 1 и т. д.

Ответ: 9 кг; 3 кг.

*Примечание.* Цены единицы смеси должны заключаться между ценами единиц смешиваемых веществ, поэтому если в задаче на смешение цены единицы смеси меньше обеих цен каждого сорта или больше обеих цен, то такую задачу решить невозможно.

**260.** Серебро 875-й пробы сплавляют с медью и получают 3 кг серебра 700-й пробы. Сколько каждого металла входит в сплав?

*Решение.*

1)  $700 \cdot 3 = 2100$ ; 2100 г чистого серебра в сплаве;

2)  $875 \cdot 3 = 2625$ ; 2625 г чистого серебра было бы в сплаве, если бы он состоял из 3 кг 875-й пробы;

3)  $2625 - 2100 = 525$ ; на 525 г надо уменьшить количество чистого серебра;

4)  $525 : 875 = \frac{3}{5}$  (кг); надо взять  $\frac{3}{5}$  кг меди;

5)  $3 \text{ кг} - \frac{3}{5} \text{ кг} = 2 \frac{2}{5} \text{ кг}$  серебра 875-й пробы.

Ответ: 2,4 кг; 0,6 кг.

*Примечание.* Проба сплава должна быть ниже пробы одного сорта и выше пробы другого сорта сплавляемых металлов.

**261.** В каком отношении надо смешать два сорта спирта крепостью  $68^\circ$  и  $43^\circ$ , чтобы получить спирта в  $60^\circ$ ?

*Решение.* Запишем в таблице условие задачи и вычисления

$$\begin{array}{c|c|c|c} 68^\circ & 60^\circ & 8^\circ \text{ убавить} & \\ 48^\circ & & 12^\circ \text{ прибавить} & \\ \hline & & & I : II = 12 : 8 = 3 : 2 \end{array}$$

Если введём в смесь 1 л в  $68^\circ$ , он будет содержать излишек чистого спирта сравнительно с  $60^\circ$  в  $8^\circ$ , т. е.  $\frac{8}{100}$  частей литра; если же введём 1 л спирта в  $48^\circ$ , то придётся прибавить на 1 л  $12^\circ$  спирта, т. е.  $\frac{12}{100}$  частей литра. Чтобы получить спирт в  $60^\circ$ , надо взять на 12 л первого сорта 8 л второго или первый и второй сорт в отношении  $12 : 8 = 3 : 2$ .

Ответ: 3 : 2.

**262.** Велосипедист ехал со скоростью 18 км в час; когда он проехал расстояние на 16 км больше, чем оставшееся, он сделал остановку, после которой ехал со скоростью 14 км в час. Средняя скорость на всём пути оказалась равной  $16\frac{1}{2}$  км. Какое расстояние он проехал?

*Решение.* Запишем условие и вычисления в таблице:

18 км	16,5 км		уменьшить на 1,5 км		2,5		5 : 3
14 км			увеличить на 2,5 км		1,5		

Чтобы средняя скорость была 16,5 км в час, надо скорость на первой части пути уменьшить на 1,5 км в час, на второй части пути увеличить на 2,5 км в час. Общее увеличение скорости будет равно её уменьшению, если число часов движения на первой и второй части пути будет взято в отношении  $2,5 : 1,5 = 5 : 3$ . Предположим, что на первую часть пути пошло 5 часов, тогда на вторую пойдет 3 часа. Разность расстояний на первой и второй части была бы  $18 \text{ км} \cdot 5 - 14 \text{ км} \cdot 3 = 48 \text{ км}$ , в действительности эта разность 16 км, т. е. меньше в 3 раза ( $48 : 16 = 3$ ). Время движения 5 час.  $\cdot \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$  часа и 3 часа  $\cdot \frac{1}{3} = 1$  час; искомое расстояние  $18 \text{ км} \cdot \frac{5}{3} + 14 \text{ км} \cdot 1 = 44 \text{ км}$ .

Ответ: 44 км.

**263.** Магазин продал 25 кг чая трёх сортов: по 80 руб., 70 руб. и 50 руб. за 1 кг. Сколько чая каждого сорта было куплено, если средняя цена 1 кг проданного чая 60 руб.?

*Решение.* Задача неопределённая, имеет бесчисленное множество решений. Действительно: средняя цена 1 кг чая 60 руб. заключается как между ценами 1-го и 3-го сортов, так и между ценами 2-го и 3-го сортов, поэтому часть чая (например, 10 кг) можно взять из 1-го и из 3-го, а остальную часть (15 кг) из 2-го и 3-го. Но можно было бы из 1-го и 3-го сортов взять не 10, а 11, 12 кг и т. д., вообще любое количество чая, а 2-го и 3-го — остальные. Задача допускает бесчисленное множество решений. Ещё больше решений имеют задачи, где смесь составляется из 4, 5 и т. д. сортов. Возьмём 1-й и 2-й сорт, цена которых выше 60 руб. Допустим, что 1-го и 2-го сорта продали поровну: средняя цена 1 кг проданного чая была бы

$$\frac{80 \text{ руб.} + 70 \text{ руб.}}{2} = 75 \text{ руб.}$$

Теперь смешаем чай по 75 руб. и по 50 руб. за 1 кг так, чтобы цена 1 кг смеси была 60 руб.

75 руб.	60 руб.		15 руб. убыток		1 руб.		$\frac{1}{15}$ кг
50 руб.			10 руб. прибыль		1 руб.		$\frac{1}{10}$ кг

При продаже чая по 75 руб. за 1 кг за 60 руб. получают 15 руб. убытку на 1 кг и 1 руб. убытку на  $\frac{1}{15}$  кг; чай по 50 руб. даёт 10 руб. прибыли на 1 кг и 1 руб. прибыли на  $\frac{1}{10}$  кг; в смеси не будет ни прибыли, ни убытка, если взять на  $\frac{1}{15}$  кг первого сорта  $\frac{1}{10}$  кг второго сорта:  $\frac{1}{15} : \frac{1}{10} = 2 : 3$ ;  $25 \text{ кг} : 5 = 5 \text{ кг}$ ;  $5 \text{ кг} \cdot 2 = 10 \text{ кг}$ ;  $5 \text{ кг} \cdot 3 = 15 \text{ кг}$ ; взяли 15 кг третьего сорта и по 5 кг ( $10 \text{ кг} : 2 = 5 \text{ кг}$ ) первого и второго.

Но отношение количества первого и второго сорта можно взять какое угодно, поэтому можно получить сколько угодно решений.

**264.** Из трёх сортов кофе: в  $2\frac{1}{4}$  руб., 1,8 руб. и 1,6 руб. за 1 кг составлено 6,2 кг смеси по 2 руб. за 1 кг. Сколько каждого сорта вошло в смесь, если количества первого и второго сорта были взяты в отношении  $\frac{24}{55} : \frac{3}{11}$ ?

*Решение.*

$$1) \frac{24}{55} : \frac{3}{11} = 8 : 5;$$

2) цена 1 кг смеси первого и второго сорта:

$$\frac{2\frac{1}{4} \cdot 8 + 1\frac{4}{5} \cdot 5}{13} = 2\frac{1}{13} \text{ руб.};$$

3) составим смесь из кофе в  $2\frac{1}{13}$  руб. и  $1\frac{3}{5}$  руб. за 1 кг.

$$\begin{array}{l} 2\frac{1}{13} \text{ руб.} \\ 1\frac{3}{5} \text{ руб.} \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \text{ руб.} \\ 2 \text{ руб.} \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \frac{1}{13} \text{ руб. убыт.} \\ \frac{2}{5} \text{ руб. приб.} \end{array} \right. \left| \frac{2}{5} : \frac{1}{13} = 26 : 5$$

4)  $[6,2 \text{ кг} : (26 + 5)] \cdot 26 = 5,2 \text{ кг}$  (I и II сорта);

5)  $0,2 \text{ кг} \cdot 5 = 1 \text{ кг}$  (III сорта);

6)  $[5,2 \text{ кг} : (8 + 5)] \cdot 8 = 3,2 \text{ кг}$  (I сорта);

7)  $0,4 \text{ кг} \cdot 5 = 2 \text{ кг}$  (II сорта).

Ответ: 3,2 кг; 2 кг; 1 кг.

**265.** Из четырёх сортов конфет: ценою по 12 руб.,  $10\frac{1}{2}$  руб., 9 руб., 8 руб. 75 коп. за килограмм составлено 4,29 кг смеси ценой по 9 руб. 75 коп. за 1 кг. Число килограммов первого сорта относилось к числу килограммов второго сорта, как 0,(6):1,(1), число килограммов второго к числу килограммов третьего, как 25 : 2. Сколько килограммов каждого сорта вошло в смесь?

*Решение.* Найдём отношение количеств первого, второго и третьего сорта.

$$\begin{aligned} \text{I} : \text{II} &= \frac{2}{3} : \frac{10}{9} = 3 : 5 \\ \text{II} : \text{III} &= 25 : 20 = 5 : 4 \\ \hline \text{I} : \text{II} : \text{III} &= 3 : 5 : 4 \end{aligned}$$

Найдём среднюю цену 1 кг смеси из первых трёх сортов (12 руб. · 3 + 10,5 руб. · 5 + 9 руб. · 4) : 12 = 10,375 руб.

Составим смесь из конфет в 10,375 руб. и 8,75 руб. ценою в 9,75 руб. за 1 кг.

$$\left| \begin{array}{l} 10,375 \text{ руб.} \\ 8,75 \text{ руб.} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 9,75 \text{ руб.} \\ 4,29 \text{ кг} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 0,625 \text{ руб. убит.} \\ 1 \text{ руб. приб.} \end{array} \right| \quad 1000 : 625 = 8 : 5$$

(4,29 кг : 13) · 8 = 0,33 кг · 8 = 2,64 кг; 0,33 кг · 5 = 1,65 кг (колич. IV сорта); 2,64 кг разделим в отношении 3 : 5 : 4;

(2,64 кг : 12) · 3 = 0,22 кг · 3 = 0,66 кг; 0,22 кг · 5 = 1,1 кг; 0,22 кг · 4 = 0,88 кг.

Ответ: 0,66 кг; 1,1 кг; 0,88 кг; 1,65 кг.

**266.** Два поезда вышли со станций А и В в различное время; первый двигался в  $1\frac{1}{2}$  раза скорее, но начал движение на 14 час. позже второго. При встрече поездов оказалось, что второй прошёл расстояние в  $1\frac{3}{5}$  раза больше, чем первый. Через сколько часов от начала движения первого поезда произошла встреча?

*1-е решение.* Если бы первый поезд шёл столько же часов, сколько второй (т. е. на 14 час. больше, чем в действительности), то расстояние, пройденное первым поездом, было бы в  $1\frac{1}{2}$  раза больше, чем расстояние, пройденное вторым поездом, т. е. расстояния составляли бы 3 части и 2 части или 12 и 8 частей. В действительности эти расстояния составляют 5 и 8 частей. Очевидно, первый поезд 7 частей своего пути проходил в 14 час., а потому свой действительный путь, состоящий из 5 частей, прошёл в 10 час. Второй поезд шёл 24 часа.

Ответ: через 24 часа после выхода второго.

*2-е решение.* Время движения поездов до встречи пропорционально пройденному расстоянию и обратно пропорционально скорости. Поэтому время движения второго поезда больше, чем время движения первого в  $\frac{8}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{5}$  раза. Если время движения первого поезда принять за 1, то время движения второго будет равно  $\frac{12}{5}$ ; 14 часов равно времени движения первого поезда  $\left(\frac{12}{5} - 1 = \frac{7}{5}\right)$ ; 14 час. :  $\frac{7}{5} = 10$  час. — шёл до встречи первый поезд.

267. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух мест, находящихся на расстоянии 206 км одно от другого. Первый проезжает в каждые 3 часа 30 км, второй за то же время 36 км. Сколько километров проедет тот и другой до встречи, если второй выехал на 3 часа позже первого?

Решение с объяснением.

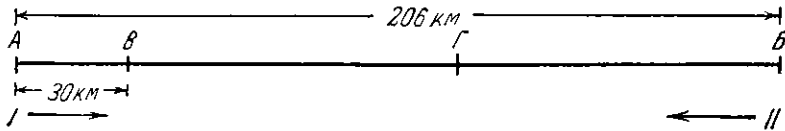


Рис. 5.

Расстояние от  $A$  до  $B$  равно 206 км.

Первый велосипедист выезжает из точки  $A$  и через 3 часа, проехав 30 км, приезжает в точку  $B$ . Расстояние от  $B$  до  $B$  равно  $206 \text{ км} - 30 \text{ км} = 176 \text{ км}$ . Когда первый велосипедист выезжает из  $B$ , ему навстречу начинает двигаться второй велосипедист из  $B$ . Расстояние  $BB$  уменьшается в час с одной стороны ( $B$ ) на  $30 \text{ км} : 3 = 10 \text{ км}$ , которые проезжает в час первый велосипедист; с другой стороны ( $B$ ) расстояние  $BB$  уменьшается в час на  $36 \text{ км} : 3 = 12 \text{ км}$ , которые проезжает в час второй велосипедист навстречу первому. Расстояние  $BB$  уменьшается в час на  $10 \text{ км} + 12 \text{ км} = 22 \text{ км}$ ; велосипедисты встретятся через столько часов, сколько раз в 176 содержится 22, т. е.  $176 \text{ км} : 22 = 8$  (часов). Первый проедет до встречи за 8 часов  $10 \text{ км} \cdot 8 = 80 \text{ км}$  от точки  $B$  до  $G$  (место встречи);  $80 \text{ км} + 30 \text{ км} = 110 \text{ км}$  проедет первый велосипедист от точки  $A$  до  $G$ ; второй проедет до встречи от точки  $B$  до  $G$   $12 \text{ км} \cdot 8 = 96 \text{ км}$ .

Решение вопроса о том, сколько часов ехали велосипедисты на расстоянии 176 км до момента встречи, можно объяснить иначе. На каждые 10 км, которые проезжал первый велосипедист, второй проезжал 12 км. Значит, первый проехал 10 равных частей расстояния, а второй 12 таких же частей.  $10 \text{ част.} + 12 \text{ част.} = 22 \text{ части}$ ;  $176 \text{ км} : 22 = 8 \text{ км}$ ;  $8 \text{ км} \cdot 10 = 80 \text{ км}$ ;  $80 \text{ км} + 30 \text{ км} = 110 \text{ км}$ ;  $8 \text{ км} \cdot 12 = 96 \text{ км}$ .

Вопрос этот может быть решён и методом проверяемого допущения.

Ответ: первый проедет 110 км.

268. На реке, скорость течения которой равна 3 км в час, расположены две пристани на расстоянии 60 км одна от другой. Ежедневно в полдень от каждой отчаливают пароходы, идущие навстречу друг другу. Машины обоих пароходов сообщают им одинаковую скорость, которая в стоячей воде равна 15 км в час. Определить время встречи этих пароходов, время прибытия к месту назначения и расстояние места встречи от каждой пристани.

*Решение с объяснением.*

Для решения этой задачи надо сначала узнать скорость движения парохода в час по течению. Если скорость его движения в стоячей воде  $15 \text{ км}$ , то при движении по течению она увеличивается на скорость течения, т. е. на  $3 \text{ км}$  в час;  $15 \text{ км} + 3 \text{ км} = 18 \text{ км}$ .

Дальше узнаем скорость парохода в час при движении его против течения реки. При этом скорость течения уменьшает скорость парохода в стоячей воде, поэтому  $15 \text{ км}$  надо уменьшить на  $3 \text{ км}$  посредством вычитания:  $15 \text{ км} - 3 \text{ км} = 12 \text{ км}$ .

Так как пароходы движутся навстречу один другому, то за каждый час расстояние между ними уменьшается на столько километров, на сколько один передвинулся за час по течению и другой против течения. Узнаем сумму их скоростей в час:

$$18 \text{ км} + 12 \text{ км} = 30 \text{ км};$$

на  $30 \text{ км}$  каждый час уменьшается расстояние между пароходами.

Первоначальное расстояние между пароходами было  $60 \text{ км}$ , а в час оно сокращалось на  $30 \text{ км}$ , следовательно, сближение пароходов произойдёт через столько часов, столько раз в  $60$  содержится по  $30$ . Узнаем это посредством деления по содержанию:

$$60 \text{ км} : 30 \text{ км} = 2 \text{ (часа)}.$$

Так как пароходы отходят от пристаней в полдень, то встреча произойдёт в 2 часа дня.

Узнаем, сколько часов идёт от одной пристани до другой пароход, идущий по течению со скоростью  $18 \text{ км}$  в час. Для этого надо узнать, сколько раз в  $60 \text{ км}$  содержится по  $18 \text{ км}$ :

$$60 \text{ км} : 18 \text{ км} = 3 \text{ (раза)}; \text{ остаток } 6 \text{ км}.$$

Но  $6 \text{ км}$  — это третья часть  $18 \text{ км}$ , следовательно, были пройдены в третью часть часа, т. е. 20 мин. Итак, пароход шёл от верхней пристани до нижней 3 часа 20 мин.

Точно так же, разделив  $60 \text{ км}$  на  $12 \text{ км}$ , узнаем, сколько часов шёл другой пароход против течения — от нижней пристани до верхней:

$$60 \text{ км} : 12 \text{ км} = 5 \text{ (часов)}.$$

Узнаем теперь расстояние, пройденное каждым пароходом до встречи. Первый пароход шёл со скоростью  $18 \text{ км}$  в час, до встречи за 2 часа прошёл вдвое больше:

$$18 \text{ км} \times 2 = 36 \text{ км}.$$

Встречный пароход прошёл остальное расстояние, а остаток находится вычитанием:

$$60 \text{ км} - 36 \text{ км} = 24 \text{ км}.$$



Вопрос — сколько часов идут пароходы до встречи — можно также решить методом равных частей или методом проверяемого допущения.

Ответ: первый пароход прошёл до встречи 36 км.

**269.** Велосипедист и мотоциклист выезжают из  $A$  в 6 часов утра, чтобы доехать до  $B$ , лежащего в 180 км от  $A$ , и вернуться в  $A$ . Велосипедист делает по 12 км в час и останавливается на 3 часа в  $C$  в расстоянии 84 км от  $A$ . Мотоциклист едет по 30 км в час, останавливается в  $B$  на 5 часов, потом направляется обратно. В каком расстоянии от  $A$  они встретятся? В котором часу произойдёт их встреча?

Решение с объяснением.

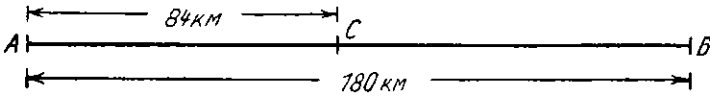


Рис. 6.

- 1)  $84 \text{ км} : 12 \text{ км} = 7$ ; 7 часов едет велосипедист от  $A$  до  $C$ ;
- 2) 7 час. + 3 часа = 10 час.; 10 часов он тратит на этот путь и на остановку в  $C$ ;
- 3)  $180 \text{ км} : 30 \text{ км} = 6$ ; 6 часов едет мотоциклист от  $A$  до  $B$ ;
- 4) 6 час. + 5 час. = 11 час.; 11 часов он тратит на путь от  $A$  до  $B$  и на остановку в  $B$ ;
- 5) 11 час. — 10 час. = 1 час; велосипедист выезжает из  $C$  на 1 час раньше, чем мотоциклист выезжает из  $B$ ;
- 6)  $180 \text{ км} - 84 \text{ км} = 96 \text{ км}$  от  $C$  до  $B$ ;
- 7)  $96 \text{ км} - 12 \text{ км} = 84 \text{ км}$  остаётся между путешественниками в момент выезда мотоциклиста из  $B$ ;
- 8)  $12 \text{ км} + 30 \text{ км} = 42 \text{ км}$ ; на 42 км уменьшается расстояние между ними за 1 час;
- 9)  $84 \text{ км} : 42 \text{ км} = 2$ ; через 2 часа после выезда мотоциклиста из  $B$  они встретились;
- 10)  $30 \text{ км} \cdot 2 = 60 \text{ км}$  проехал до встречи мотоциклист по направлению от  $B$  к  $A$ ;
- 11)  $180 \text{ км} - 60 \text{ км} = 120 \text{ км}$ ; на расстоянии 120 км от  $A$  произошла встреча;
- 12) 6 час. + 7 час. + 3 часа + 2 часа = 19 час.; 19 часов прошло от полуночи до момента встречи; 19 час. — 12 час. = 7 час.; встреча произошла в 7 часов вечера.

Вопрос — во сколько часов путешественники проедут 84 км, двигаясь навстречу друг другу, — можно решить методом паёв или методом проверяемого допущения.

Ответ: встреча произошла в 7 часов вечера.

**270.** Собака преследует зайца, который находится на расстоянии 40 своих прыжков впереди собаки. Собака делает 7 прыжков в то время, как заяц делает их 9, но 3 прыжка собаки равносильны 5 прыжкам зайца. Сколько прыжков надо сделать собаке, чтобы догнать зайца? [Старинная задача Алкуина (735—804 гг.) из рукописного сборника „Задачи для изощрения ума“].

*Решение.*

1)  $40 : 5 = 8$ ; 40 больше 5 в 8 раз;

2)  $3 \cdot 8 = 24$ ; 40 прыжков зайца равны 24 прыжкам собаки;

3) за некоторый промежуток времени собака делает 7 прыжков; величина её прыжка 5 долей, т. е. она продвинется за это время на  $5 \cdot 7 = 35$  долей расстояния;

3) заяц за то же время продвинется на  $3 \cdot 9 = 27$  долей расстояния;

4) так как время их движения одинаково, то расстояние, сделанное собакой, составит 35 долей, а сделанное зайцем 27 таких же долей;

5) если 8 долей расстояния равны 24 прыжкам собаки, то 35 долей, т. е. всё расстояние до встречи с зайцем, составляет 105 прыжков ( $24 \text{ пр.} : 8 = 3 \text{ пр.}; 3 \cdot 35 = 105$ ).

Ответ: 105 прыжков.

**271.** Трое рабочих заработали 464 руб. 90 коп. Первый из них работал 17 дней, второй 24 дня и третий 32 дня. Третий рабочий получал на 30 коп. в день меньше, чем его товарищи. Сколько денег заработал каждый рабочий?

*Решение.* 1) Допустим, что третий рабочий получал в день столько же, сколько его товарищи;  $30 \text{ коп.} \cdot 32 = 9 \text{ руб.} 60 \text{ коп.}$ ; на 9 руб. 60 коп. его зарплата и общая зарплата должна увеличиться;

2)  $464 \text{ руб.} 90 \text{ коп.} + 9 \text{ руб.} 60 \text{ коп.} = 474 \text{ руб.} 50 \text{ коп.}$  получили бы трое рабочих, если бы их подённая оплата была одинакова;

3)  $17 \text{ дней} + 24 \text{ дня} + 32 \text{ дня} = 73 \text{ дня}$ . Рабочие получили зарплату за 73 рабочих дня (73 пая);

4)  $474 \text{ руб.} 50 \text{ коп.} : 73 = 6 \text{ руб.} 50 \text{ коп.}$  платили за день первому и второму (один пай);

5)  $6 \text{ руб.} 50 \text{ коп.} \cdot 17 = 110 \text{ руб.} 50 \text{ коп.}$  заработал первый;

6)  $6 \text{ руб.} 50 \text{ коп.} \cdot 24 = 156 \text{ руб.}$  заработал второй;

7)  $6 \text{ руб.} 50 \text{ коп.} - 30 \text{ коп.} = 6 \text{ руб.} 20 \text{ коп.}$  получал за день третий рабочий;

8)  $6 \text{ руб.} 20 \text{ коп.} \cdot 32 = 198 \text{ руб.} 40 \text{ коп.}$  заработал третий.

Ответ: третий заработал 198 руб. 40 коп.

**272.** В кассе находится 8 руб. 85 коп. монетами в 1 коп., в 2 коп. и в 3 коп. Если заменить 13 копеечных и 31 двухкопеечную монету монетами трёхкопеечными, то монет трёх сортов будет поровну. Сколько монет каждого сорта было в кассе?

*Решение.* 1) 3 коп. — 1 коп. = 2 коп. прибавится к 8 руб. 85 коп., если заменить одну копеечную монету трёхкопеечной;

2) 3 коп. — 2 коп. = 1 коп. прибавится, если заменить двухкопеечную монету трёхкопеечной;

3) 2 коп. · 13 = 26 коп. прибавится, если заменить 13 копеечных монет трёхкопеечными;

4) 1 коп. · 31 = 31 коп. прибавится от замены 31 двухкопеечной монеты трёхкопеечными;

5) 26 коп. + 31 коп. = 57 коп. прибавится к общей сумме от замены двухкопеечных и копеечных монет трёхкопеечными;

6) 8 руб. 85 коп. + 57 коп. = 9 руб. 42 коп. будет общая сумма после замены монет;

7) предположим, что всех монет было по одной: 1 коп. + 2 коп. + + 3 коп. = 6 коп.;

8) 9 руб. 42 коп. : 6 коп. = 157; в 157 раз 9 руб. 42 коп. больше предположенной суммы 6 коп. и во столько же раз число монет каждой стоимости больше предположенного;

9) 157 + 13 = 170; 170 монет было по 1 коп.;

10) 157 + 31 = 188; 188 монет по 2 коп.;

11) 157 — 13 — 31 = 113; 113 монет по 3 коп.

Ответ: 113 монет по 3 коп.

**273.** Два ученика купили себе по книге. Первый израсходовал на это  $\frac{5}{9}$  своих денег, второй, имевший на 1 руб. 20 коп. больше, израсходовал  $\frac{2}{3}$  своих денег. Сколько денег было у каждого, если после покупки у них осталось поровну?

*Решение.*

1)  $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$  денег первого осталось у него после покупки книги.

2)  $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$  денег второго осталось у него;

3) но  $\frac{4}{9}$  денег первого равны  $\frac{1}{3}$  денег второго, значит,  $\frac{4}{3}$  денег первого равны деньгам второго;

4) принимаем за 1 деньги второго:  $\frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$  денег первого равна 1 руб. 20 коп.;

5)  $1 \frac{1}{5}$  руб. :  $\frac{1}{3} = 3 \frac{3}{5}$  руб. деньги первого;

6)  $\frac{3}{5}$  руб. +  $1 \frac{1}{5}$  руб. =  $4 \frac{4}{5}$  руб. деньги второго.

Ответ:  $3 \frac{3}{5}$  руб.;  $4 \frac{4}{5}$  руб.

**274.** Разложить 8,51 на три слагаемых так, чтобы от умножения их по порядку на 0,145; 0,116; 0,174 получились равные произведения.

*Решение.* Произведение первого слагаемого и 0,145 равно произведению второго слагаемого и 0,116; 0,116 составляет от 0,145  $\frac{116}{145}$ , или  $\frac{4}{5}$ , следовательно, первое слагаемое составляет  $\frac{4}{5}$  второго; произведение второго слагаемого и 0,116 равно произведению третьего слагаемого и 0,174, но 0,116 составляет от 0,174  $\frac{116}{174}$ , или  $\frac{2}{3}$ , следовательно, третье слагаемое равно  $\frac{2}{3}$  второго; примем второе слагаемое за 1, тогда первое составит  $\frac{4}{5}$ , а третье  $\frac{2}{3}$  второго;

$\frac{4}{5} + 1 + \frac{2}{3} = \frac{37}{15}$  второго слагаемого равны 8,51;  $8,51 : \frac{37}{15} = 3,45$  (второе слагаемое);  $3,45 \cdot \frac{4}{5} = 2,76$  — первое слагаемое;  $3,45 : \frac{2}{3} = 5,175$  — третье слагаемое.

Ответ: 2,76; 3,45; 5,175.

**275.** В двух карманах лежат деньги. Если из первого кармана переложить во второй 1,6 руб., то в них будет поровну. Если же из второго переложить в первый 0,5 руб., то в первом будет в 2,5 раза больше, чем во втором. Сколько денег в каждом кармане?

*Решение.*

1) 1,6 руб.  $\times 2 = 3,2$  руб. — на столько в первом кармане больше, чем во втором.

2) 0,5 руб. + 0,5 руб. + 3,2 руб. = 4,2 руб. — такова будет разность сумм первого и второго кошелька, когда из второго переложат в первый 0,5 руб.;

3) если принять за 1 сумму, оставшуюся во втором кошельке, то в первом будет 2,5 единицы, а разность равна  $2,5 - 1 = 1,5$  единицы;

4) 4,2 руб. : 1,5 = 2,8 руб. — сумма, оставшаяся во втором кошельке;

5) 2,8 руб. + 0,5 руб. = 3,3 руб. — было во втором кошельке;

6) 3,3 руб. + 3,2 руб. = 6,5 руб. — было в первом кошельке.

Ответ: 6,5 руб.; 3,3 руб.

**276.** Некоторую сумму денег разделили между двумя лицами так, что часть одного составила 3 части другого. Кроме того,  $\frac{1}{10}$  часть первого с  $\frac{1}{20}$  частью второго составила 25 руб. Найти всю сумму денег. Сколько денег досталось каждому лицу?

*Решение.* Примем деньги второго за 1, тогда деньги первого составят  $\frac{3}{4}$ ; возьмём  $\frac{1}{10}$  от  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{1}{20}$  от 1;  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{40}$ ;  $1 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$ ; сумма этих частей:  $\frac{3}{40} + \frac{1}{20} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$ ;  $25 \cdot 8 = 200$  (руб.) — деньги второго;  $200 \cdot \frac{3}{4} = 150$  руб. — деньги первого.

Ответ: 150 руб.; 200 руб.

277. Брат и сестра измерили шагами длину и ширину огорода прямоугольной формы. Сначала брат шёл по длинной стороне, сестра по более короткой стороне прямоугольника и сделали вместе всего 270 шагов; потом брат шёл по короткой стороне, сестра по длинной, и тогда они сделали всего 290 шагов. Зная, что длина шага брата равна 0,8 м, а длина шага сестры 0,6 м, найти длину и ширину огорода.

*Решение.* Брат и сестра сделали всего 270 шаг. + 290 шаг. = 560 шагов, оба прошли одно и то же расстояние, поэтому число шагов каждого обратно пропорционально длине шага; числа шагов брата и сестры относятся, как 0,6 : 0,8 = 3 : 4;

$\frac{560 \cdot 3}{3 + 4} = 240$ ; 240 шагов сделал брат;  $\frac{560 \cdot 4}{3 + 4} = 320$ ; 320 шагов сделала сестра;

длина и ширина огорода составляют  $0,8 \text{ м} \cdot 240 = 192 \text{ м}$ .

На этом расстоянии сделано всего 270 шагов, одни длиной по 0,8 м, другие по 0,6 м; узнаем, сколько тех и других.

Если бы все 270 шагов были по 0,8 м, то пройденное расстояние было бы  $0,8 \text{ м} \cdot 270 = 216 \text{ м}$ ; в действительности оно меньше на  $216 \text{ м} - 192 \text{ м} = 24 \text{ м}$ ;  $0,8 \text{ м} - 0,6 \text{ м} = 0,2 \text{ м}$ ; на 0,2 м это расстояние было бы меньше, если бы один из шагов был по 0,6 м;  $24 \text{ м} : 0,2 \text{ м} = 120$ ; 120 шагов по 0,6 м; 270 шаг. - 120 шаг. = 150 шаг. по 0,8 м; длина огорода:  $0,8 \text{ м} \cdot 150 = 120 \text{ м}$ , ширина  $0,6 \text{ м} \cdot 120 = 72 \text{ м}$ .

Ответ: 120 м; 72 м.

278. Расстояние между станциями 28 км. От этих станций отошли одновременно два поезда в одном направлении так, что один догнал другой через некоторое время. В другом случае поезда, отошедшие одновременно от этих станций с такими же скоростями, как первые, шли навстречу один другому. Оказалось, что время, прошедшее до встречи, в 3,5 раза меньше, чем время, необходимое для того, чтобы один поезд догнал другой. На каком месте пути встретились поезда?

*Решение.* Скорость сближения поездов при встрече больше в 3,5 раза, чем скорость сближения при движении в одном направлении. При встрече поезда сближаются со скоростью, равной сумме их скоростей, при движении в одном направлении со скоростью, равной разности скоростей. Итак, сумма скоростей поездов больше их разности в 3,5 раза. Обозначим разность скоростей через 1 часть, тогда сумма их 3,5 части; большая скорость  $\frac{3,5 + 1}{2} = 2,25$  (части), меньшая  $\frac{3,5 - 1}{2} = 1,25$  (части); расстояние 28 км точкой встречи разделилось в отношении  $2,25 : 1,25 = 9 : 5$ ;  $\frac{28 \text{ км} \cdot 9}{9 + 5} = 18 \text{ км}$ . Поезда встретились в расстоянии 18 км от станции, от которой шёл поезд с большой скоростью.

Ответ: 18 км.

**279.** Турист отправился из одного города в другой. Если бы он проезжал в час на 2 км больше, чем он проезжает, то затратил бы на весь путь  $\frac{5}{6}$  того времени, которое необходимо при настоящей его скорости. Если бы он проезжал в час на 2 км менее, чем он проезжает, то приехал бы на место 3 часами позже, чем придет при настоящей скорости его движения. Найти расстояние между городами и время, за которое совершил свой путь турист.

*Решение.* Время движения на одном и том же расстоянии обратно пропорционально скорости движения, отношение времени движения по первой части условия 6 : 5, следовательно, отношение скоростей 5 : 6; 6 — 5 = 1; 1 часть = 2 км; 2 км · 5 = 10 км скорость движения туриста.

Отношение скоростей движения по второй части условия 10 : (10 — 2) = 5 : 4, следовательно, отношение времени движения 4 : 5; 5 — 4 = 1; 1 часть = 3 час.; 3 час. · 4 = 12 час. — время движения туриста на всём пути; 10 км · 12 = 120 км — расстояние, пройденное туристом.

Ответ: 120 км; 12 час.

**280.** Вдоль полотна железной дороги, ведущей из А в В, лежит тропинка. Поезд, длина которого  $36\frac{2}{3}$  м и который шёл из А в В со скоростью 30 км в час, в 2 часа 10 мин. пополудни догнал крестьянина, шедшего по упомянутой тропинке из А в В, и шёл мимо него в течение 5 сек. В 2 часа 16 мин. 1 сек. пополудни поезд встретил другого крестьянина, шедшего по этой же тропинке из В в А, и шёл мимо него в течение 4 сек. Определить, по сколько километров в час шёл каждый крестьянин и в котором часу два крестьянина встретились.

Ответ: 3,6 км; 3 км; 2 часа 40 мин. 5 сек.

**281.** Отец подарил каждому из трёх сыновей столько рублей, сколько каждому было лет, — всего 24 руб. и сказал: пусть младший, оставив себе половину денег, разделит остальные поровну между старшими братьями; после этого средний, оставив себе половину, разделит другую половину поровну между старшим и младшим, а затем то же сделает старший. В результате оказалось, что у всех братьев стало денег поровну. Сколько лет каждому из них?

*Решение.* После раздачи денег старшим каждый имел 24 руб. : 3 = 8 руб. Перед этой раздачей старший имел 8 руб. × 2 = 16 руб., средний и младший 8 руб. : 2 = 4 руб. Это был результат раздачи денег средним сыном.

Значит, до этой раздачи средний имел 4 руб. × 2 = 8 руб., старший имел 16 руб. — 2 руб. = 14 руб., младший 4 руб. — 2 руб. = 2 руб. Таков был результат раздачи денег младшим.

До этой раздачи у младшего было 2 руб. × 2 = 4 руб., у среднего 8 руб. — 1 руб. = 7 руб., у старшего 14 руб. — 1 руб. = 13 руб. Возраст сыновей: 13 лет, 7 лет, 4 года.

Ответ: 13; 7; 4 года.

**282.** У сестры больше орехов, чем у брата, а именно: на каждые 5 орехов у сестры приходится 4 ореха у брата. Если брат получит ещё столько же орехов, сколько он имеет, а потом съест 9 орехов, то у них будет орехов поровну. Сколько орехов у каждого?

*Решение.*

- 1) 5 частей составляют орехи сестры, 4 части орехи брата;
- 2) 4 части + 4 части = 8 частей у брата, когда он получит ещё столько, сколько имеет;
- 3) 8 частей — 5 частей = 3 части;
- 4) 3 части составляют 9 орехов;  $9 : 3 = 3$  (орехов) в одной части;
- 5)  $3 \cdot 5 = 15$  (орехов) у сестры;
- 6)  $3 \cdot 4 = 12$  (орехов) у брата.

Ответ: 12 орехов у брата.

**283.** На двух чашках весов, находящихся в равновесии, лежат дробинки разных калибров, всего 195 штук. Если с одной чашки снять 11 дробинок, а затем переложить с другой чашки на первую 2 дробинки, то равновесие не нарушится. Сколько дробинок каждого калибра лежит на весах?

*Решение.* Вес двух дробинок, переложённых со второй чашки на первую, это полуразность весов дробинок на двух чашках после того, как с первой сняли 11 дробинок. Значит, 4 дробинки со второй чашки уравновешивали 11 дробинок с первой чашки; на каждые 4 дробинки второй чашки приходилось 11 дробинок первой чашки:

$$11 + 4 = 15; \quad 195 : 15 = 13; \quad 4 \cdot 13 = 52; \quad 11 \cdot 13 = 143.$$

Ответ: на первой чашке 143 дробинки.

**284.** Ученик на вопрос: сколько монет у него в каждой руке, ответил: если к монетам в правой руке прибавить 4 монеты, то в левой руке будет в 4 раза больше, чем в правой; если же в левую руку прибавить 2 монеты, то в ней станет в 6 раз больше монет, чем в правой руке. Сколько монет было в каждой руке?

*Решение.* Если число монет в правой руке увеличить в 4 раза и прибавить к ним  $4 \cdot 4$  монеты, то в правой и левой руке будет монет поровну. Итак: учетверённое число монет правой руки + 16 монет равно числу монет левой руки. Точно так же ушестерённое число монет правой руки без 2 монет равно числу монет левой руки. Отсюда: учетверённое число монет правой руки + 16 монет равно ушестерённому числу монет правой руки + 2 монеты. Поэтому: удвоенное число монет правой руки равно 16 мон. + 2 мон. = 18 мон. — в правой руке 9 монет ( $9 \text{ мон.} + 4 \text{ мон.}$ )  $\times 4 = = 52$  мон. в левой руке.

Ответ: 9 монет; 52 монеты.

**285.** Колхоз заготовил сено для прокормления коров. Если он продаст 20 коров, то этим сеном прокормит остальных коров 10 днями дольше рассчитанного срока; если же прикупит ещё 30 коров, то запас сена кончится 10 днями раньше срока. На сколько коров и на сколько дней заготовлено сено?

*Решение.* Первая часть условия показывает, что 20 коров во все дни намеченного срока съели бы столько же пайков сена, сколько остальные коровы (все — 20 коров) в 10 дней. Вторая часть условия: 30 коров во все дни съедят столько же пайков, сколько все + 30 коров в 10 дней. Из первой части условия выводим: 10 коров во все дни съедят столько же, сколько все — 20 коров в 5 дней, а 30 коров во все дни столько же, сколько все — 20 коров в 15 дней.

Сравнив этот вывод со второй частью условия, видим, что все — 20 коров в 15 дней съедят столько же, сколько все + 30 коров в 10 дней:  $15 : 10 = 1\frac{1}{2}$  (раза), следовательно, число всех коров + 30 коров больше числа всех коров — 20 коров на 50 и в  $1\frac{1}{2}$  раза. Отсюда число всех + 30 коров равно  $\frac{50 \cdot 3}{3 - 2} = 150$ ; число коров:  $150 - 30 = 120$ .  $120 \text{ кор.} - 20 \text{ кор.} = 100 \text{ кор.}$  можно прокормить запасом сена на 10 дней дольше срока, а  $120 \text{ кор.} + 30 \text{ кор.} = 150 \text{ кор.}$  на 10 дней меньше срока.

Второе число коров больше в  $1\frac{1}{2}$  раза ( $150 : 100$ ), поэтому второе число дней (на 10 дней меньше намеченного срока) в  $1\frac{1}{2}$  раза меньше, чем число дней срока + 10 дней. Разности этих чисел  $10 + 10 = 20$ ; большее число дней  $\frac{20 \cdot 3}{3 - 2} = 60$ ;  $60 - 10 = 50$ ; 50 дней срока.

Ответ: 120 коров; 50 дней.

**286.** Два комбайнёра, работая одновременно, должны убрать хлеб с поля в 4 дня. За некоторое время, когда они работали вместе, один убрал  $\frac{2}{9}$ , другой  $\frac{4}{9}$  всего поля; и тогда первый комбайнёр перешёл на другое поле. Во сколько времени второй комбайнёр закончил уборку поля?

*Решение.*

1)  $\frac{4}{9} : \frac{2}{9} = 2$ ; в 2 раза второй комбайнёр работает быстрее первого;

2)  $1 : 4 = \frac{1}{4}$ ;

3)  $\left(\frac{1}{4} : 3\right) \cdot 2 = \frac{1}{6}$  всего поля убирал в день второй комбайнёр;

4)  $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2}{3}$  всего поля убрали вместе;

5)  $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ ;      6)  $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} = 2$  (дня).

Ответ: 2 дня.



287. Двумя насосами можно выкачать содержимое 40-ведёрной бочки в 5 раз скорее, чем одним первым насосом; второй насос выкачивает бочку на 30 минут скорее, чем первый. По сколько ведёр выкачивает каждый насос в минуту?

*Решение.* В то время как первый насос выкачает бочку, оба насоса могли бы выкачать 5 таких бочек, следовательно, второй — 4 бочки. Второму насосу для выкачивания бочки надо времени в 4 раза и на 30 минут меньше, чем первому. Отсюда:  $\frac{30 \text{ мин.}}{4 - 1} = 10 \text{ мин.}$  надо второму насосу;  $10 \text{ мин.} \cdot 4 = 40 \text{ мин.}$  — первому насосу для выкачивания бочки;  $40 \text{ вед.} : 40 = 1 \text{ вед.}$ ;  $40 \text{ вед.} : 10 = 4 \text{ вед.}$

Ответ: 1 ведро; 4 ведра.

286. 4 ящика весят вместе 7 кг 800 г. Первый втрое тяжелее трёх остальных, взятых вместе; второй вдвое тяжелее третьего и четвёртого взятых вместе, а четвёртый на 150 г легче третьего. Найти вес каждого.

*Решение.* 1) Предположим, что вес IV ящика равен 1 части. Тогда вес III ящика будет равен 1 ч. + 150 г;

2) вес II ящика будет 4 ч. + 300 г;

3) вес I ящика будет 18 ч. + 1,35 кг.

Вес всех 4 ящиков составит 24 ч. + 1,8 кг. На 24 части приходится 6 кг. IV ящик весил 6 кг : 24 = 0,250 кг.

Ответ: 0,250 кг вес четвёртого.

289. Из двух селений А и В, расположенных на расстоянии 29,7 км одно от другого, вышли два туриста навстречу друг другу. Первый турист, шедший из А, вышел позже второго, шедшего из В, но проходил в час на 0,9 км больше, чем второй. При встрече оказалось, что второй турист прошёл на 2,7 км больше, чем первый. После встречи туристы продолжали идти с прежней скоростью в том же направлении и пришли одновременно первый в В, а второй в А. На сколько часов первый турист вышел из А позже, чем второй турист из В?

*Решение.*

1)  $29,7 - 2,7 = 27 \text{ (км)}$ ;                      2)  $27 : 2 = 13,5 \text{ (км)}$ ;

3)  $13,5 + 2,7 = 16,2 \text{ (км)}$ ;

4)  $16,2 : 13,5 = \frac{6}{5}$  — в  $1 \frac{1}{5}$  раза скорость первого туриста больше скорости второго;

5) скорость второго примем за 1;  $\frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}$ ;

6)  $0,9 : \frac{1}{5} = 4,5 \text{ (км)}$  — скорость второго;

7)  $4,5 + 0,9 = 5,4 \text{ (км)}$  — скорость первого;

8)  $16,2 : 4,5 = 3 \frac{3}{5} \text{ (час.)}$ ;                      9)  $13,5 : 5,4 = 2,5 \text{ (час.)}$ ;

10)  $3 \frac{3}{5} - 2 \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{10} \text{ (час.)}$ .

Ответ: на 1 час 6 мин.

**290.** Товарный поезд, отходящий из Москвы в 6 часов утра, встречает в Калининe в 2 часа пополудни ленинградский поезд, приходящий в Москву в 6 часов вечера. Однажды товарный поезд вышел из Москвы часом позже и вследствие этого встретил ленинградский поезд в 13,9 км от Калинина. Найти расстояние от Москвы до Калинина.

Ответ: 166,8 км.

**291.** Две бригады рабочих, работая одновременно, могут выполнить некоторую работу в 12 часов. Если бы работало  $\frac{3}{4}$  рабочих первой бригады и  $\frac{5}{6}$  рабочих второй бригады, то работа была бы выполнена в 15 часов. Во сколько часов могла бы выполнить работу каждая бригада в отдельности, работая в полном своём составе?

Ответ: в 30 часов и 20 часов.

**292.** Для выполнения земляных работ были наняты три бригады рабочих. Первая бригада работала в  $1\frac{1}{2}$  раза быстрее второй, а вторая в 2 раза быстрее третьей. Во сколько дней могли бы выполнить земляные работы первые две бригады, если все три бригады выполнили их в  $7\frac{1}{2}$  дней?

Ответ: 9 дней.

**293.** Между двумя городами по одной и той же дороге и с одной и той же скоростью ходят автобусы. Автобус отправляется из первого города в 9 часов утра и прибывает во второй в 3 часа дня. Встречный автобус выходит из второго города в 12 час. 30 мин. дня и прибывает в первый город в 6 час. 30 мин. На каком расстоянии от первого города встречаются автобусы, если расстояние между городами 144 км?

*Решение.*

1) 15 час. — 9 час. = 6 час. идёт первый автобус от одного города до другого;

2)  $144 \text{ км} : 6 = 24 \text{ км}$  в час проходит каждый автобус;

3) в продолжение 12 час. 30 мин. — 9 час. = 3 часа 30 мин. идёт первый автобус до времени выхода второго; ·

4)  $24 \text{ км} \cdot 3 = 72 \text{ км}$ ; 30 мин. — полчаса;  $24 \text{ км} : 2 = 12 \text{ км}$ ;  $12 \text{ км} + 72 \text{ км} = 84 \text{ км}$  проходит первый автобус до времени выхода второго;

5)  $144 \text{ км} - 84 \text{ км} = 60 \text{ км}$  — расстояние между автобусами в момент выхода второго;

6)  $60 \text{ км} : 2 = 30 \text{ км}$  проходит каждый автобус до встречи при одновременном их движении;

7)  $84 \text{ км} + 30 \text{ км} = 114 \text{ км}$ ; в 114 км от первого города происходит встреча автобусов.

Ответ: на расстоянии 114 км.

294. Для письменного стола купили бювар за 12 руб., лампу и чернильницу. Узнать сколько уплатили за лампу и чернильницу порознь, если бювар вместе с лампой в 3 раза дороже чернильницы, а лампа с чернильницей в 4 раза дороже бювара.

- Решение.* 1) Лампа и чернильница стоят 12 руб.  $\cdot 4 = 48$  руб.;  
 2) 3 лампы и 3 чернильницы стоят 48 руб.  $\cdot 3 = 144$  руб.;  
 3) 3 чернильницы стоят 12 руб. + стоимость лампы;  
 4) стоимость 3 лампы + 12 руб. + стоимость лампы равны 144 руб.;  
 144 руб. — 12 руб. = 132 руб.;  
 5) цена лампы 132 руб. : 4 = 33 руб.;  
 6) цена чернильницы 48 руб. — 33 руб. = 15 руб.

Ответ: 33 руб.; 15 руб.

## IX. ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ.

Область применения процентов необычайно обширна. Понятие о проценте как одной сотой части числа уже даётся в начальной школе. Нахождение процента числа и числа по данным его процентам связаны с нахождением дроби числа и нахождением неизвестного числа по данной величине его дроби.

В конце изучения школьного курса арифметики выделяется специальное время на приведение в систему типы задач на проценты. Обыкновенно задачи на проценты в своём большинстве решаются методом приведения к единице, и это целесообразно в школьной практике. Но надо помнить, что задачи на проценты могут быть решены и другими способами, например, методом пропорций, методом пропорционального изменения и др. Разберём основные приёмы решения задач на проценты.

### 1. Нахождение процентов данного числа.

295. При молотье пшеницы получается 69% семян, 28% мякины и 3% других отходов. Сколько зерна, мякины и других отходов получится из 45 ц пшеницы?

- а) 1-е решение. 1)  $69\% = 0,69$ ;  $45 \times 0,69 = 31,05$  (ц);  
 2)  $45 \times 0,28 = 12,6$  (ц);                      3)  $45 \times 0,03 = 1,35$  (ц).  
 б) 2-е решение. 100% веса пшеницы 45 ц  
                           69% „ „                      x ц

Вес пшеницы и число процентов этого веса прямо пропорциональны.

$$x : 45 \text{ ц} = 69\% : 100\% \quad \text{или} \quad x : 45 = 69 : 100;$$

$$x = \frac{45 \cdot 69}{100} = 31,05 \text{ (ц)} \text{ — вес семян.}$$

Таким же образом:

$$y = \frac{45 \cdot 28}{100} = 12,6 \text{ (ц)} \text{ — вес мякины; } 1,35 \text{ (ц)} \text{ — вес отходов.}$$

Ответ: 31,05 ц зерна; 12,6 ц мякины.

**296.** Сколько кубических сантиметров раствора краски надо для окраски 60 г ниток, если краска должна составлять 1,5% веса ниток и в 1 л раствора краски содержится 5 г?

*Решение.* 1)  $1,5\% = 0,01 \cdot 1,5 = 0,015$ ;

2)  $60 \text{ г} \cdot 0,015 = 0,9 \text{ г}$ ;

3) 
$$\begin{array}{r} 5 \text{ г краски в } 1 \text{ л раствора} \\ 0,9 \text{ г} \quad \quad \quad \text{в } x \text{ л} \quad \quad \quad \end{array}$$

$$x : 1 \text{ л} = 0,9 : 5$$

$$x = \frac{1 \text{ л} \cdot 0,9}{5} = 0,18 \text{ л раствора.}$$

$$0,18 \text{ л} = 1000 \text{ куб. см} \cdot 0,18 = 180 \text{ куб. см.}$$

Ответ: 180 куб. см.

**297.** На товар, стоимостью 1120 руб. за центнер, снизили цену сперва на 8%, а через некоторое время понизили новую цену ещё на 8%. Какова теперь стоимость товара, и какова была бы эта стоимость, если бы сразу понизили цену на 16%.

*1-е решение.* 1)  $8\%$  от 1120  $= \frac{1120 \cdot 8}{100} = 89,6$  (руб.);

2)  $1120 \text{ руб.} - 89,6 \text{ руб.} = 1030,4 \text{ руб.}$ ;

3)  $8\%$  от 1030,4 руб.  $= \frac{1030,4 \text{ руб.} \cdot 8}{1000} = 10,304 \text{ руб.} \cdot 8 = 82,432 \text{ руб.}$ ;

4)  $1030,4 \text{ руб.} - 82,432 \text{ руб.} = 947,968 \text{ руб.}$ ;

5)  $16\%$  от 1120 руб.  $= 179,2 \text{ руб.}$ ;

6)  $1120 \text{ руб.} - 179,2 \text{ руб.} = 940,8 \text{ руб.}$

*2-е решение.* 1)  $100\% - 8\% = 92\%$ ;

2)  $92\%$  от 1120 руб.  $= 1120 \text{ руб.} \cdot 0,92 = 1030,4 \text{ руб.}$ ;

3)  $92\%$  от 1030,4 руб.  $= 1030,4 \text{ руб.} \cdot 0,92 = 947,968 \text{ руб.}$ ;

4)  $100\% - 16\% = 84\%$ ; 5)  $1120 \text{ руб.} \cdot 0,84 = 940,8 \text{ руб.}$

Ответ: 947,968 руб.; 940,8 руб.

**298.** Токарь-стахановец при обточке деталей при норме 34 детали выполнил план на 588,2%. Сколько деталей он обточил?

*Решение.*  $588,2\%$  от 34  $= \frac{34 \cdot 588,2}{100} = 0,34 \cdot 588,2 \approx 200$ .

Ответ: 200 деталей.

**299.** Фруктовый магазин получил из колхоза яблоки, стоившие 756 руб. Четвёртую часть этих яблок продали по 7,8 руб., остальные по 7,2 руб., получив от этой продажи  $16\frac{2}{3}\%$  дохода. Сколько килограммов яблок было куплено у колхоза?

*Решение.* Предположим, что был куплен 1 кг яблок.

1)  $7,8 \text{ руб.} \cdot \frac{1}{4} = 1,95 \text{ руб.};$

2)  $1 \text{ кг} - \frac{1}{4} \text{ кг} = \frac{3}{4} \text{ кг};$

3)  $7,2 \text{ руб.} \cdot \frac{3}{4} = 5,4 \text{ руб.};$

4)  $1,95 \text{ руб.} + 5,4 \text{ руб.} = 7,35 \text{ руб.};$

5)  $16 \frac{2}{3} \% = \frac{1}{100} \cdot \frac{50}{3} = \frac{1}{6};$

6)  $\frac{1}{6}$  от 756 руб. = 126 руб.;

7)  $756 \text{ руб.} + 126 \text{ руб.} = 882 \text{ руб.};$

8)  $882 \text{ руб.} : 7,35 \text{ руб.} = 120 \text{ (кг)}.$

Ответ: 120 кг.

**300.** Семья рабочего-стахановца застраховала пианино в 2000 руб., одежду в 10000 руб. и домашнюю обстановку в 4000 руб. За пианино семья платит страховки 1,75%, за одежду 0,625% и за обстановку 2%. Сколько всего платит семья за страховку.

*Решение.*

1)  $1,75\% = 0,00175;$

2)  $2000 \text{ руб.} \cdot 0,00175 = 3,5 \text{ руб.};$

3)  $0,625\% = 0,000625;$

4)  $10000 \text{ руб.} \cdot 0,000625 = 6,25 \text{ руб.};$

5)  $2\% = 0,002;$

6)  $4000 \text{ руб.} \cdot 0,002 = 8 \text{ руб.};$

7)  $3,5 \text{ руб.} + 6,25 \text{ руб.} + 8 \text{ руб.} = 17,75 \text{ руб.}$

Ответ: 17,75 руб.

## 2. Нахождение числа по данным его процентам.

**301.** На 1 января 1938 года площадь лесов СССР, равная 610 млн. га, составляла 25,5% лесов всего мира. Какова площадь лесов во всём мире?

*Решение.* Площадь лесов всего мира = 100%; 1% этой площади равен 610 млн. га : 25,5, а 100% её равны  $\frac{610 \text{ млн. га} \cdot 100}{25,5} = 2392 \text{ млн. га}$  (с точностью до 1 млн. га).

*2-е решение.*  $25,5\% = 0,01 \cdot 25,5 = 0,255$ ; площадь лесов мира примем за 1  $0,255$  этой площади равны 610 млн. га; площадь лесов равна:  $610 \text{ млн. га} : 0,255 = 2,392 \text{ млн. га}$  (с точностью до 1 млн. га).

Ответ: 2392 млн. га.

**302.** Уплата за пересылку товара составляет  $\frac{3}{4}\%$  его стоимости или 3 руб. 75 коп. Сколько стоит товар без пересылки?

*1-е решение.* Узнаем 1% стоимости товара: 3,75 руб. :  $\frac{3}{4} = 5$  руб.;  
узнаем 100% стоимости товара: 5 руб. · 100 = 500 руб.

*2-е решение*

$\frac{3}{4}\%$	.....	3,75 руб.
100%	.....	$x$ руб.

Зависимость между двумя величинами прямо пропорциональная.

$$x : 3,75 = 100 : \frac{3}{4}; \quad x = \frac{3,75 \cdot 100 \cdot 4}{3} = 500 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 500 руб.

**303.** С овощного склада отпущено 33,6% всего количества картофеля, на складе осталось 33,2 т. Сколько тонн картофеля было на складе?

*1-е решение.* 1)  $100\% - 33,6\% = 66,4\% = 0,664$ ;

2)  $33,2 : 0,664 = 50$  (т).

*2-е решение.* Количество картофеля на складе 100%;  $100\% - 33,6\% = 66,4\%$ ;  $66,4\%$  количества картофеля составляют 33,2 т.

66,4%	.....	33,2 т
100%	.....	$x$ т

$$x : 33,2 = 100 : 66,4; \quad x = \frac{33,2 \cdot 100}{66,4} = 50 \text{ (т)}$$

Ответ: 50 т.

**304.** Ученик прочитал в первый день 40% всей книги, во второй день  $66\frac{2}{3}\%$  остатка и в третий день остальные 36 страниц. Сколько страниц было в книге?

*Решение.* Число страниц в книге 100%.

1)  $100\% - 40\% = 60\%$ ;                      2)  $66\frac{2}{3}\% = 0,01 \cdot \frac{200}{3} = \frac{2}{3}$ ;

3)  $60\% \cdot \frac{2}{3} = 40\%$  всей книги прочитано во второй день;

4)  $60\% - 40\% = 20\%$  всей книги равны 36 страницам;

5)  $20\% = \frac{1}{5}$ ;                                      6)  $36 \text{ стр.} \cdot 5 = 180 \text{ стр.}$

Ответ: 180 страниц.

**305.** Магазин продавал метр ткани за 2,75 руб. с накидкой в 10%. Какова себестоимость 1 м ткани?

*Решение.* Себестоимость метра ткани 100%;  $100\% + 10\% = 110\%$  себестоимости равны 2,75 руб.

110%	.....	2,75 руб.	$x : 2,75 \text{ руб.} = 100 : 110$
100%	.....	$x$ руб.	

$$x = \frac{2,75 \cdot 100 \text{ руб.}}{110} = 2,5 \text{ руб.} \quad \text{Ответ: 2,5 руб.}$$

**306.** Трва теряет при высыхании 28% своего веса. Сколько было накошено травы, если получено 144 ц сена?

*Решение.* Вес травы 100%;  $100\% - 28\% = 72\%$  веса травы равны 144 ц.

$$\begin{array}{l} 72\% \dots\dots\dots 144 \text{ ц} \\ 100\% \dots\dots\dots x \text{ ц} \end{array} \left| \begin{array}{l} x : 144 = 100 : 72 \\ x = \frac{144 \cdot 100}{72} = 200 \text{ (ц)} \end{array} \right.$$

Ответ: 200 ц.

**307.** На фабрике работают 4158 мужчин и женщин, причём число женщин составляет 65% числа мужчин. На сколько число мужчин больше, чем число женщин?

*Решение.* Число мужчин 100%;  $100\% + 65\% = 165\%$  числа мужчин равны 4158 человек.

$$\begin{array}{l} 165\% \dots\dots\dots 4158 \text{ чел.} \\ 100\% \dots\dots\dots x \text{ чел.} \end{array} \left| \begin{array}{l} x : 4158 = 100 : 165 \\ x = \frac{4158 \cdot 100}{165} = 2520 \text{ (мужчин);} \end{array} \right.$$

$$4158 \text{ чел.} - 2520 \text{ чел.} = 1638 \text{ чел. (женщин).}$$

$$2520 \text{ чел.} - 1638 \text{ чел.} = 882 \text{ чел.}$$

Ответ: на 882 человека.

**308.** Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды; после пребывания на воздухе он содержит 15% воды. На сколько при этом увеличится вес  $26\frac{3}{4}$  ц угля?

*Решение.* 1)  $2\%$  от  $26\frac{3}{4}$  ц = 0,535 ц;

2)  $26,75$  ц - 0,535 ц = 26,215 ц весит твёрдое вещество каменного угля; после пребывания на воздухе его вес составляет 85% ( $100\% - 15\%$ ) нового веса угля;  $26,215$  ц : 0,85 = 30,8 ц (прибл.);  $30,8$  ц -  $26,75$  = 4,05 ц.

Ответ: на 4,05 ц.

**309.** Книжный магазин получил 600 экземпляров одинаковых книг, заплатив за них на 10% ниже номинальной цены.  $\frac{1}{3}$  этих книг была продана по номинальной цене, остальные со скидкой в 12% с номинальной цены. Какова была номинальная цена книги, если от этой продажи магазин получил на 54 руб. больше, чем сам заплатил?

*Решение.* Предположим, что номинальная цена книги была 1 руб.

1)  $600 \cdot \frac{1}{3} = 200$  (книг);

2)  $600 - 200 = 400$  (книг);

3) 1 руб. · 200 = 200 руб.;

- 4)  $100\% - \text{номинальная цена книги, } 100\% - 12\% = 88\%$ ;  
 5)  $1 \text{ руб.} \cdot 0,88 = 0,88 \text{ руб.}$ ;  
 6)  $0,88 \text{ руб.} \cdot 400 = 352 \text{ руб.}$ ;  
 7)  $200 \text{ руб.} + 352 \text{ руб.} = 552 \text{ руб.}$  было бы выручено за книги;  
 8)  $100\% - 10\% = 90\% = 0,9$ ;  
 9)  $1 \text{ руб.} \cdot 0,9 = 0,9 \text{ руб.}$ ;  
 10)  $0,9 \text{ руб.} \cdot 600 = 540 \text{ руб.}$ ;  
 11)  $552 \text{ руб.} - 540 \text{ руб.} = 12 \text{ руб.}$  было бы получено дохода;  
 12)  $54 \text{ руб.} : 12 \text{ руб.} = 4,5$  (раза);  
 13)  $1 \text{ руб.} \times 4,5 = 4,5 \text{ руб.}$

Ответ: 4,5 руб.

**310.** Комиссионный магазин продал ковёр за 1200 руб. со скидкой в 4% с назначенной цены и получил при этом  $14\frac{2}{7}\%$  прибыли с себестоимости ковра. Какая цена была назначена за ковёр и сколько он стоил магазину?

*Решение.* Назначенная за ковёр цена составляла 100%, за него взяли  $100\% - 4\% = 96\%$  назначенной цены;

$96\% = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$ ;  $\frac{24}{25}$  назначенной цены равны 1200 руб.; назначенная цена:  $1200 \text{ руб.} : \frac{24}{25} = 1250 \text{ руб.}$ ;

себестоимость ковра магазину 100%; 1200 руб. составляют  $100\% + 14\frac{2}{7}\% = 114\frac{2}{7}\%$  себестоимости ковра;

$$114\frac{2}{7}\% = \frac{1}{100} \cdot \frac{800}{7} = \frac{8}{7}; \quad 1200 \text{ руб.} : \frac{8}{7} = 1050 \text{ руб.}$$

Ответ: 1050 руб. себестоимость ковра.

**311.** Магазин продаёт сухое хозяйственное мыло по 1 руб. 20 коп. за 1 кг с наценкой в 8% на покупную стоимость мыла. Сырое хозяйственное мыло теряет при просушке 10% своего веса. Сколько стоит магазину 1 кг сырого мыла?

*Решение.* 100% — стоимость 1 кг сухого мыла;  $100\% + 8\% = 108\%$  стоимости его равны 1 руб. 20 коп.; найдём 100%.

$$108\% \dots \dots 1 \text{ руб. } 20 \text{ коп.} \quad x : 120 = 100 : 108$$

$$100\% \dots \dots x \text{ руб.} \quad x = \frac{120 \cdot 100}{108} \text{ (коп.)} = \frac{1000}{9} \text{ (коп.)} = 111\frac{1}{9} \text{ (коп.)}$$

Следовательно, 1 кг сухого мыла стоит магазину  $111\frac{1}{9}$  коп. На 1 кг сырого мыла теряется при сушке 10% веса или  $\frac{1}{10}$  часть:



1 кг · 0,1 = 100 г; поэтому стоимость 1 кг сырого мыла равна стоимости 1000 г — 100 г = 900 г сухого мыла.

$$1 \text{ кг} \dots 111 \frac{1}{9} \text{ коп.} \quad x : 111 \frac{1}{9} = 900 \text{ г} : 1000$$

$$900 \text{ г} \dots x \text{ коп.} \quad x = \frac{1000 \cdot 900}{9 \cdot 1000} = 100 \text{ (коп.) или 1 руб.}$$

Ответ: 1 рубль.

### 3. Процентное отношение двух чисел.

**312.** Почтовая посылка весит  $2 \frac{1}{2}$  кг, её нетто 2 кг. Сколько процентов веса посылки составляет вес тары? Сколько процентов чистого веса (нетто) составляет вес тары?

*Решение.*

1) Вес тары:  $2 \frac{1}{2} \text{ кг} - 2 \text{ кг} = \frac{1}{2} \text{ кг}$ ;

2) которую часть веса посылки составляет вес тары?

$$\frac{1}{2} \text{ кг} : 2 \frac{1}{2} \text{ кг} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

3)  $0,20 = 20\%$ ;

4) какую часть 2 кг составляет  $\frac{1}{2}$  кг?

$$\frac{1}{2} \text{ кг} : 2 \text{ кг} = 0,25; \quad 0,25 = 25\%.$$

Ответ: 20%; 25%.

**313.** Из 325 т железной руды получено  $165 \frac{3}{4}$  т железа. Сколько процентов руды составляет железо?

*1-е решение.*

Из 325 т руды

165,75 т железа

100 т „

$x$  т „

$$x : 165,75 = 100 : 325;$$

$$x = \frac{165,75 \cdot 100}{325} = 51(\%).$$

Ответ: 51%.

*2-е решение.*

325 т руды . . . . . 100%

165,75 т руды . . . . .  $x$

$$x : 100 = 165,75 : 325; \quad x = \frac{100 \cdot 165,75}{325} = 51(\%).$$

*3-е решение.*

1)  $325 \text{ т} : 100 \text{ т} = 3,25$ ; в 3,25 раза 100 т меньше 325 т;

2)  $165,75 \text{ т} : 3,25 = 51 \text{ т}$ ; 51%.

*4-е решение.*

1) 1% от 325 т = 3,25 т;

2) сколько процентов веса руды составляют 165,75 т?  $165,75 \text{ т} : 3,25 = 51(\%)$

**314.** В школе рабочей молодёжи обучаются 320 мальчиков и 384 девочки. На занятиях присутствуют 304 мальчика и 366 девочек. Сколько процентов: а) мальчиков, б) девочек, в) учащихся присутствуют в школе? Сколько процентов составляет число отсутствующих учащихся от числа присутствующих?

*1-е решение.* 1) Какую часть 304 составляет от 320?

$$304 : 320 = 0,95; \quad 0,95 = 95\%;$$

$$2) 366 : 384 = \frac{183}{192}; \quad 3) 100\% \cdot \frac{183}{192} = 95 \frac{5}{16}\%;$$

$$4) 320 + 384 = 704 \text{ (уч.)}; \quad 5) 304 + 366 = 670 \text{ (уч.)};$$

$$6) 670 : 704 = \frac{335}{352}; \quad 7) 100\% \cdot \frac{335}{352} = 95 \frac{15}{88}\%;$$

$$8) (320 - 304) + (384 - 366) = 34;$$

$$9) 34 : 670 = \frac{17}{335}; \quad 10) 100\% \cdot \frac{17}{335} = 5 \frac{5}{67}\%.$$

*2-е решение.*

$$1) 320 - 100\% \quad x : 100 = 304 : 320$$

$$304 - x\% \quad x = \frac{100 \cdot 304}{320} = 95 (\%)$$

$$2) 384 - 100\% \quad x : 100 = 366 : 384$$

$$366 - x\% \quad x = \frac{100 \cdot 366}{384} = 95 \frac{5}{16} (\%);$$

$$3) 704 - 100\% \quad x : 100 = 670 : 704$$

$$670 - x\% \quad x = \frac{670 \cdot 100}{704} = 95 \frac{15}{88} (\%);$$

$$4) 670 - 100\% \quad x : 100 = 34 : 670$$

$$34 - x\% \quad x = \frac{34 \cdot 100}{670} = 5 \frac{5}{67} (\%).$$

**315.** За неделю завод выпустил 588000 подшипников вместо 510000 по плану. На сколько процентов перевыполнен план?

*1-е решение.*

$$1) 588 \text{ тыс.} - 510 \text{ тыс.} = 78 \text{ тыс.}$$

$$2) 78 \text{ тыс.} : 510 \text{ тыс.} = \frac{13}{85};$$

$$3) 100\% \cdot \frac{13}{85} = 15 \frac{5}{17}\%.$$

*2-е решение.*

$$510 \text{ тыс.} \text{ перевыполнение на } 78 \text{ тыс.}$$

$$100 \text{ ,, ,, ,, на } x \text{ ,, ,,}$$

$$x : 78 = 100 : 510; \quad x = \frac{78 \cdot 100}{510} = 15 \frac{5}{17}\%.$$

*3-е решение.*

$$\text{Вместо } 510 \text{ тыс. подшипников выпущено } 588 \text{ тыс.}$$

$$100 \text{ ,, ,, ,, ,, ,, ,,}$$

$$x : 588 = 100 : 510; \quad x = \frac{588 \cdot 100}{510} = 115 \frac{5}{17};$$

$$115 \frac{5}{17} \text{ тыс.} - 100 \text{ тыс.} = 15 \frac{5}{17} \text{ тыс.}; \quad 15 \frac{5}{17}\% \text{ плана.}$$

*4-е решение.*

Задача может быть решена и так:

$$1\% \text{ от } 510000 = 510000 : 100 = 5100 \text{ (подшип.)}$$

Сколько процентов плана составляют 588000 подшипников?

$$588000 : 5100 = 115 \frac{5}{17}(\%); \quad 115 \frac{5}{17}\% - 100\% = 15 \frac{5}{17}\%.$$

Ответ: на  $15 \frac{5}{17}\%$ .

**316.** На сколько процентов повысился дневной заработок рабочего, если вместо 9 руб. 45 коп. он стал зарабатывать 14 руб. 40 коп.?

*Решение.* 1) 14,4 руб. — 9,45 руб. = 4,95 руб.

$$2) \quad 100\% \cdot \frac{4,95}{9,45} = 52 \frac{8}{21}\% = 52,38\%.$$

Ответ: Повышение равно 52,38% прежнего заработка.

**317.** На сколько процентов повысилась часовая заработная плата рабочих при переходе с восьмичасового дня на семичасовой без изменения подённой заработной платы?

*Решение.* За 8 часов работы рабочий получал 8 единиц зарплаты; те же 8 единиц он получает теперь за 7 часов, по  $\frac{8}{7}$  единиц в час;  $\frac{8}{7} - 1 = \frac{1}{7}$ ;  $100\% \cdot \frac{1}{7} = 14 \frac{2}{7}\%$  — увеличение часовой зарплаты.

Ответ: на  $14 \frac{2}{7}\%$ .

**318.** Производительность труда повысилась на 20%. На сколько процентов уменьшилось время, необходимое для изготовления некоторой детали?

*Решение.* 100% — производительность труда;  $100 + 20\% = 120\%$ ; производительность труда увеличилась в отношении  $120 : 100 = 6 : 5$ ; время изготовления детали уменьшилось в отношении  $6 : 5$ , т. е. на  $\frac{1}{6}$  часть;  $\frac{1}{6} = \frac{100\%}{6} = 16 \frac{2}{3}\%$ .

Ответ: на  $16 \frac{2}{3}\%$ .

**319.** Когда 30 рабочих мастерской перешли на стахановский метод работы, продукция мастерской увеличилась на 20%, когда же 60% всех рабочих мастерской стали работать по-стахановски, продукция мастерской увеличилась в  $2 \frac{1}{2}$  раза. Сколько рабочих в мастерской и во сколько раз увеличится её продукция, когда все рабочие станут стахановцами?

*Решение.* Продукция мастерской была 100%, увеличилась в  $2 \frac{1}{2}$  раза:  $100\% \cdot 2 \frac{1}{2} = 250\%$ , т. е. увеличилась на  $250\% - 100\% = 150\%$ .

Если 60% рабочих, ставших стахановцами, увеличили продукцию на 150%, то 100% рабочих, перейдя на стахановский метод работы, увеличат продукцию на  $150\% \cdot \frac{100}{60} = 250\%$ ;  $100\% + 250\% = 350\%$ ;  $350\% : 100\% = 3,5$  (раза).

Увеличение продукции на 20% дали 30 рабочих  
 „ „ „ 250% „  $x$  „

$$x : 30 = 250 : 20; \quad x = \frac{30 \cdot 250}{20} = 375 \text{ (рабочих).}$$

Ответ: 375 рабочих; в  $3\frac{1}{2}$  раза.

#### 4. Задачи на проценты, связанные с денежными расчётами.

В задачи этого типа могут входить следующие величины: 1) начальный капитал, 2) процентная такса, 3) время, 4) процентные деньги, 5) наращённый капитал, который равен начальному капиталу, сложенному с процентными деньгами или уменьшенному на процентные деньги.

Капитал и процентные деньги при постоянном времени прямо пропорциональны; время и процентные деньги при постоянном капитале прямо пропорциональны; капитал и время при постоянных процентных деньгах обратно пропорциональны.

Различают 4 вида задач на процентные вычисления, связанные с денежными расчётами: 1) задачи на нахождение процентных денег, 2) процентной таксы, 3) на нахождение времени, 4) начального капитала. В этих задачах по данным значениям трёх пропорциональных величин находится соответствующее им значение четвёртой величины.

Все задачи приведены на простые проценты, т. е. проценты начисляются только на начальный капитал.

**320.** Сколько процентных денег получится с 400 руб. в 5 лет, считая по 3% в год?

*Решение.*

100 руб. дают в 1 год 3 руб. процентных денег

400 руб. „ „ 5 лет  $x$  руб.

$$100 \text{ руб.} - 3 \text{ руб.} \quad y : 3 = 400 : 100$$

$$400 \text{ руб.} - y \text{ руб.} \quad y = \frac{3 \cdot 400}{100}$$

1 г. —  $y$  руб.

5 л. —  $x$  руб.

$$x : y = 5 : 1$$

$$x = \frac{3 \cdot 400 \cdot 5}{100} = 60 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 60 (руб.).

**321.** Сколько процентных денег получится за  $4\frac{1}{2}$  мес.; с 2400 руб., считая по  $2\frac{1}{2}\%$ ?

*Решение.*

С 100 руб. (в 12 м.) получится  $2\frac{1}{2}$  руб.

С 2400 руб. (в  $4\frac{1}{2}$  м.) „ „  $x$  руб.

С 100 руб. —  $2\frac{1}{2}$  руб.

С 2400 руб.  $y$  руб.

$$y : 2,5 = 2400 : 100$$

в 12 мес.  $y$  руб.  $x : y = 4,5 : 12$

в  $4\frac{1}{2}$  мес.  $x$  „  $xy : 2,5 y = 2400 \cdot 4,5 : 100 \cdot 12$

$$x = \frac{2,5 \cdot 2400 \cdot 4,5}{100 \cdot 12} = 22,5 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 22,5 (руб.).

**322.** Сколько процентных денег получится с 5000 руб. по 2,25% с 12 ноября по 2 марта следующего года?

*Решение.* Счёт дней по календарю:

в ноябре: 30 дн. — 11 дн. = 19 дн.; 19 дн. + 31 день + 31 день + 28 дн. (29 дн.) + 2 дн. = 111 дн. (112 дн.);

со 100 руб.	в 365 дн. (366 дн.)	2,25 проц. денег
с 5000 руб.	в 111 дн. (112 дн.)	$x$ руб.

Найдём ответ, составив формулу решения:

$$x = \frac{2,25 \cdot 5000 \cdot 111}{100 \cdot 365} \text{ руб.} = 34,21 \text{ руб. (или 34,52 руб.)}$$

Ответ: 34,21 руб.

**323.** По сколько процентов надо начислить на 3412,5 руб., чтобы за 48 дней получить 22,75 руб. процентных денег?

*Решение.*

3412,5 руб. дают в 48 дн. 22,75 руб. дохода

100 руб. дают в 360 дн.  $x$  руб. дохода

1 руб. в 48 дней даёт дохода  $\frac{22,75}{3412,5}$  руб.

1 руб. в 1 день даёт дохода  $\frac{22,75}{3412,5 \cdot 48}$  руб.

100 руб. в 1 день даёт дохода  $\frac{22,75 \cdot 100}{3412,5 \cdot 48}$  руб.

100 руб. в 360 дней даёт дохода  $\frac{22,75 \cdot 100 \cdot 360}{3412,5 \cdot 48}$  руб.

Ответ: 5%.

*Примечание.* Если нет указания, что число дней надо считать по календарю, для удобства расчётов принимают каждый месяц за 30 дней и год за 360 дней.

**324.** На какое время надо отдать 1200 руб. в сберегательную кассу, платящую 3% годовых, чтобы иметь 14,4 руб. дохода?

*Решение.*

100 руб. дают доход 3 руб. в 12 мес.

1200 руб. дают доход 14,4 руб. в  $x$  мес.

1 руб. даёт доход 3 руб. в  $12 \cdot 100$  мес.

1 руб. даёт доход 1 руб. в  $\frac{12 \cdot 100}{3}$  мес.

1200 руб. дают доход 1 руб. в  $\frac{12 \cdot 100}{3 \cdot 1200}$  мес.

1200 руб. дают доход 14,4 руб.  $\cdot x = \frac{12 \cdot 100 \cdot 14,4}{3 \cdot 1200}$  мес. = 4,8 мес.

Ответ: 4,8 мес.

**325.** Во что обратится сумма 10423,5 руб. по 3% через 2 г. 6 мес. 20 дн.?

*Решение.* 1) Узнаем процентные деньги со 100 руб. в 2 г. 6 мес. 20 дн. или в  $2\frac{5}{9}$  года; 3 руб.  $\cdot 2\frac{5}{9} = \frac{23}{3}$  руб. =  $7\frac{2}{3}$  руб.

2) 100 руб. через  $2\frac{5}{9}$  года обращаются в 100 руб. +  $7\frac{2}{3}$  руб. =  $107\frac{2}{3}$  руб.

3) 100 руб. обращаются в  $107\frac{2}{3}$  руб.; 10423,5 руб. обращаются в  $x$  руб.

(Наращённый и начальный капитал прямо пропорциональны.)

$$x : 107\frac{2}{3} = 10423,5 : 100; \quad x = \frac{323 \cdot 10423,5}{3 \cdot 100} = 11222,635 \text{ (руб.)}$$

Ответ:  $x = 11222,635$  руб.

*2-е решение.*

Найдём процентные деньги с 10423,5 руб. по 3% за 2 г. 6 мес. 20 дн. и приложим их к начальному капиталу. Первый из этих вопросов может быть решён сложным тройным правилом.

Примечание. Так как наращённый капитал, прямо пропорциональный начальному, вовсе не пропорционален времени, задача не может быть решена сложным тройным правилом без предварительного определения процентных денег.

100 руб. в 1 г. дают 3 руб. процентных денег

10423,5 руб. в  $2\frac{5}{9}$  г. дают  $x$  руб.

$$x = \frac{3 \text{ руб.} \cdot 23 \cdot 10423,5}{9 \cdot 100} = 799,135 \text{ руб.}$$

$$10423,5 \text{ руб.} + 799,135 \text{ руб.} = 11222,635 \text{ руб.}$$

**326.** По сколько процентов (годовых) уплачено в банк за ссуду, если вместо 1440 руб. через 2 г. 20 дн. уплачено 1652,48 руб.

*1-е решение.* 1) 2 г. 3 мес. 20 дн. =  $27\frac{2}{3}$  мес.;

2) найдём процентные деньги за  $27\frac{2}{3}$  мес. с 1440 руб.;  
1652,48 руб. — 1440 руб. = 212,48 руб.;

3) дальше применим сложное тройное правило.

1440 руб. дают в  $27\frac{2}{3}$  мес. 212,48 руб. процентных денег

100 руб. дают в 12 мес.  $x$  руб. процентных денег.

Составим формулу решения:

$$x = \frac{212,48 \cdot 100 \cdot 12}{1440 \cdot 27\frac{2}{3}} = 6,4 \text{ (руб.)}$$

2-е решение.

1) Процентные деньги с 1440 руб. за год  $\left(212,48 \text{ руб.} : 27\frac{2}{3}\right) \cdot 12 = 92,16$  руб.;

2) процентные деньги со 100 руб. за год  $(92,16 \text{ руб.} : 1440) \cdot 100 = 6,4$  руб.

Примечание. Без определения процентных денег с 1440 руб. сложное тройное правило нельзя применить, потому что наращённый капитал не пропорционален времени.

Ответ: 6,4%.

**327.** На какое время банк выдал ссуду в 2912 руб. по  $5\frac{1}{4}\%$ , если в конце этого срока получил всего 3007,55 руб.

1-е решение. 1) 3007,55 руб. — 2912 руб. = 95,55 руб. — процентные деньги с 2912 руб.

2) со 100 руб. — 5,25 руб. в 12 мес.

с 2912 руб. — 95,55 руб. в  $x$  мес.

$$x = \frac{12 \cdot 100 \cdot 95,55}{2912 \cdot 5,25} = 7\frac{1}{2} \text{ (мес.)}$$

Примечание. Наращённый капитал не пропорционален времени, поэтому необходимо найти процентные деньги с 2912 руб.

2-е решение.

1) Процентные деньги со 100 руб. за неизвестное время  $(95,55 \text{ руб.} : 2912) \cdot 100 = 3\frac{9}{32}$  руб.;

2) время, за которое получили со 100 руб.  $3\frac{9}{32}$  руб.

$$\left(12 \text{ мес.} : 5\frac{1}{4}\right) \cdot 3\frac{9}{32} = 7\frac{1}{2} \text{ мес.}$$

Ответ:  $7\frac{1}{2}$  мес.

### 5. Смешанные задачи.

**328.** Двое рабочих могут выполнить определённый заказ в 7,5 часа, работая с одинаковой производительностью. Один из них, применив стахановский метод работы, увеличил свою производительность на 40%. Во сколько часов рабочие выполнили заказ?

Решение. 1)  $(1 : 7,5) : 2 = \frac{1}{15}$  работы в час выполняет рабочий нестакановец;

2)  $100\% + 40\% = 140\%$  выработки нестакановца составляет выработка стахановца;

$$3) \left(\frac{1}{15} : 100\right) \cdot 140 = \frac{7}{75}; \quad 4) \frac{1}{15} + \frac{7}{75} = \frac{12}{75} = \frac{4}{25};$$

$$5) 1 : \frac{4}{25} = 6 \frac{1}{4} \text{ (часа).}$$

Ответ: в  $6 \frac{1}{4}$  часа.

**329.** Каков процент раствора соли, полученного от разбавления водой 7 г 8% раствора до 12 г?

*Решение.* 1) Количество соли в 8% растворе:  $7 \text{ г} \cdot 0,08 = 0,56 \text{ г}$ ;

$$2) \text{ процент } 12 \text{ г раствора: } (0,56 : 12) \cdot 100 = 4 \frac{2}{3} (\%).$$

Ответ:  $4 \frac{2}{3} \%$ .

**330.** Сколько граммов воды надо прибавить к 50 г 35% соляной кислоты, чтобы получить 10% кислоту?

*Решение.* 1)  $50 \text{ г} \cdot 0,35 = 17,5 \text{ г}$ ;

$$2) 17,5 : 0,1 = 175; \quad 3) 175 \text{ г} - 50 \text{ г} = 125 \text{ г}.$$

Ответ: 125 г.

**331.** Сколько процентов себестоимости товара составляет доход, если он составляет I) 10%, II) 20% с продажной стоимости?

*Решение.* I. 1) 100% — продажная стоимость, 10% её — доход;

2)  $100\% - 10\% = 90\%$  продажной стоимости равняется себестоимость товара;

$$3) \frac{10}{90} = \frac{1}{9};$$

$$4) 100\% \cdot \frac{1}{9} = 11 \frac{1}{9} \% \text{ себестоимости составляет доход.}$$

$$\text{II. } 1) 100\% - 20\% = 80\%; \quad 20\% : 80\% = 0,25 : 25\%.$$

Ответ: I.  $11 \frac{1}{9} \%$ ; II. 25%.

**332.** На сколько уменьшается прибыль, если покупатель требует 10% скидки с продажной стоимости, а прибыль составляет 25% себестоимости?

*Решение.* Себестоимость равна 100%, доход 25% её; продажная стоимость равна  $100\% + 25\% = 125\%$  себестоимости,  $10\% = 0,1$ ;  $0,1$  от 125% себестоимости равна  $125\% : 10 = 12,5\%$  себестоимости, прибыль, составляющая 25% себестоимости, уменьшается на  $25\% - 12,5\% = 12,5\%$  себестоимости.

Ответ: на 12,5%.

**333.** а) Получено 15% убытка с оборота. Сколько процентов себестоимости это составляет?

*Решение.* Оборот (продажная цена) 100%, убыток 15% оборота, себестоимость  $100\% + 15\% = 115\%$  оборота, убыток 15% оборота равен

$$\frac{15}{115} \text{ или } \frac{100\% \cdot 15}{115} = 13 \frac{1}{23} \% \text{ себестоимости.}$$

Ответ:  $13 \frac{1}{23} \%$ .



б) Получено 15% убытка с себестоимости товара. Сколько процентов оборота это составит?

*Решение.* Себестоимость 100%, убыток 15% себестоимости, оборот  $100\% - 15\% = 85\%$  себестоимости; 15% от 85% составляет  $\frac{15}{85}$  частей или  $\frac{100\% \cdot 15}{85} = 17\frac{11}{17}\%$ .

Ответ:  $17\frac{11}{17}\%$ .

**334.** Этикетная цена товара 1 руб. 50 коп. за килограмм, скидка промышленности на товаропроведение 12%. Найти в процентах торговую накидку товаропроводящей сети.

*Решение.* 12% от 1,5 руб. =  $\frac{150 \text{ коп.} \cdot 12}{100} = 18$  коп.

150 коп. — 18 коп. = 132 коп. платит за 1 кг товаропроводящая сеть: 18 коп. дохода берет на 132 коп.

$$132 \text{ коп.} - 100\% \quad x : 100 = 18 : 132$$

$$18 \text{ коп.} - x\% \quad x = \frac{100 \cdot 18}{132} = 13\frac{7}{11}(\%) = 13,6\%.$$

Ответ: 13,6%.

**335.** Трест отпускает товар оптовым покупателям со скидкой в 4% с розничной цены, причём сохраняет 5% наценки на себестоимость. Сколько процентов наценки делает трест, отпуская товар по розничной цене?

*Решение.* Розничная цена 100%; скидка оптовым покупателям 4% розничной цены;  $100\% - 4\% = 96\%$  розничной цены получает трест; они составляют  $100\% + 5\% = 105\%$  себестоимости товара;  $96\% : \frac{105}{100} = 91\frac{3}{7}\%$  продажной цены равны себестоимости товара; на  $91\frac{3}{7}\%$  получена наценка в розничной цене:

$$100\% - 91\frac{3}{7}\% = 8\frac{4}{7}\%; \quad 8\frac{4}{7} : 91\frac{3}{7} = \frac{3}{32} \quad \text{или} \quad \frac{100\% \cdot 3}{32} = 9\frac{3}{8}\%$$

Ответ:  $9\frac{3}{8}\%$ .

**336.** В сберегательную кассу положено 600 руб. Сколько денег будет к концу третьего года, если касса платит 3% годовых (сложных)?

*Решение.*  $100\% + 3\% = 103\%$  начальной суммы равняются внесённые в сберкассу деньги к концу первого года оборота.

$$600 \text{ руб.} \cdot \frac{103}{100} = 618 \text{ руб. к концу первого года;}$$

$$618 \text{ руб.} \cdot \frac{103}{100} = 636,54 \text{ руб. к концу второго года;}$$

$$636,54 \text{ руб.} \cdot \frac{103}{100} = 655,64 \text{ руб. к концу третьего года.}$$

Ответ: 655,64 руб.

**337.** Магазин покупает на заводе газовые трубы со скидкой 18% оптового прейскуранта, а продаёт их по розничному прейскуранту, который выше оптового на 10%. Сколько процентов прибыли имеет магазин?

*Решение.* Цена труб по оптовому прейскуранту 100%;

$100\% - 18\% = 82\%$  оптовой цены магазин уплатил за трубы;

$100\% + 10\% = 110\%$  оптовой цены получил магазин за трубы;

прибыль  $110\% - 82\% = 28\%$  оптовой цены или  $100\% \cdot \frac{28}{82} = 34\frac{6}{41}\%$  уплаченной цены.

Ответ:  $34\frac{6}{41}\%$ .

**338.** Длину и ширину прямоугольного участка земли увеличили на 20%. На сколько процентов увеличилась его площадь?

*Решение.* 1)  $100\% + 20\% = 120\%$ ;

2)  $120\% : 100\% = \frac{6}{5}$ ; длина и ширина прямоугольника увеличились в  $\frac{6}{5}$  раза;

3)  $\frac{6}{5} \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{25}$ ; площадь прямоугольника увеличилась в  $\frac{36}{25}$  раза;

4)  $\frac{36}{25} = 100\% \cdot \frac{36}{25} = 144\%$ ;

5)  $144\% - 100\% = 44\%$ ; площадь увеличилась на 44%.

Ответ: на 44%.

**339.** В бассейн проведена труба; вследствие засорения трубы приток воды через неё уменьшился на 60%. На сколько процентов увеличилось вследствие этого время, необходимое для наполнения бассейна?

*Решение.* 1)  $100\% - 60\% = 40\%$ ;

2)  $100\% : 40\% = \frac{2}{5}$ ; в  $2\frac{1}{2}$  раза приток воды уменьшился, время наполнения бассейна во столько же раз увеличилось;

3)  $100\% \cdot \frac{5}{2} = 250\%$ ;

4)  $250\% - 100\% = 150\%$ ; время наполнения увеличилось на 150%.

Ответ: на 150%.

**340.** Если магазин продаст ткань по 5 руб. 60 коп. за 1 м, то получит дохода 12%, если же он продаст эту ткань по 4 руб. 90 коп., то будет иметь 24 руб. убытка. Сколько метров ткани продавал магазин и сколько вся ткань стоила?

*Решение.* 1)  $100\% + 12\% = 112\%$ ;

2)  $5,6 \text{ руб.} : 112 \cdot 100 = 5 \text{ руб.}$ ;    3)  $5 \text{ руб.} - 4,9 \text{ руб.} = 0,1 \text{ руб.}$ ;

4)  $24 \text{ руб.} : 0,1 \text{ руб.} = 240 \text{ (м)}$ ;    5)  $5 \text{ руб.} \cdot 240 = 1200 \text{ руб.}$

Ответ: 240 м; 1200 руб.

**341.** За 3 кг сахара и 0,5 кг сливочного масла надо было заплатить 22 руб.; когда цена сахара возросла на 37,5%, а цена сливочного масла — на 40%, за ту же покупку надо заплатить 30,5 руб. По какой цене покупали 1 кг сахара и 1 кг сливочного масла?

*Решение.* Стоимость сахара (масла) — это произведение цены 1 кг на число килограммов. Вследствие увеличения первого множителя это произведение должно возрасти на 37,5% (на 40%). Но это произведение увеличится на 37,5%, если, считая цену 1 кг неизменной, предположим, что число килограммов сахара увеличилось на 37,5% (масла на 40%);

$$\frac{3 \text{ кг} \cdot 137,5}{100} = 4,125 \text{ кг}; \quad \frac{0,5 \text{ кг} \cdot 140}{100} = 0,7 \text{ кг}.$$

3 кг сахара и 0,5 кг масла — 22 руб.

4,125 кг сахара и 0,7 кг масла — 30,5 руб.

Увеличим первую покупку в 7 раз, вторую в 5 раз.

21 кг — 3,5 кг — 154 руб.

$20 \frac{5}{8}$  кг — 3,5 кг — 152,5 руб.

$21 \text{ кг} - 20 \frac{5}{8} \text{ кг} = \frac{3}{8} \text{ кг};$  154 руб. — 152,5 руб. = 1,5 руб.;

1,5 руб. :  $\frac{3}{8} = 4$  руб.; 22 руб. — 4 руб. · 3 = 10 руб.;

10 руб. : 0,5 = 20 руб.

Ответ: 4 руб.; 20 руб.

**342.** Мальчик, собирая деньги на радиоприёмник, обратился за помощью к отцу и двум дядям. Первый дядя обещал добавить 25% того, что будет собрано без него, включая накопления мальчика. Второй дядя обещал добавить  $33 \frac{1}{3}\%$ , и отец 50% того, что будет собрано без них, включая накопления мальчика. Сколько стоил радиоприёмник, если у мальчика было 104 руб.?

*Решение.* Первый дядя даёт 25%; то, что собрано без него, включая накопления мальчика, — это 100%. Поэтому взнос первого дяди составляет  $\frac{25}{100 + 25} = \frac{1}{5}$  всей стоимости радиоприёмника; точно

так же второй дядя даёт  $33 \frac{1}{3}\%$ ; если вся остальная сумма составляет 100%, т. е.  $\frac{33 \frac{1}{3}}{100 + 33 \frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$  стоимости радиоприёмника; отец даёт

$\frac{50\%}{100 + 50} = \frac{1}{3}$  стоимости радиоприёмника; эти трое дают  $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{47}{60}$

стоимости радиоприёмника;  $1 - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$ ; 104 руб. :  $\frac{13}{60} = 480$  руб. стоимость радиоприёмника.

Ответ: 480 руб.

**343.** В доме отдыха имелся запас сахара на 27 дней. На сколько дней хватило этого запаса, когда число отдыхающих уменьшилось на 4%, но норма расхода сахара на 1 человека увеличилась на 12,5%?

*Решение.* 1)  $100\% - 4\% = 96\%$ ;

2)  $100 : 96 = \frac{25}{24}$  — во столько раз число отдыхающих уменьшилось, а норма расхода сахара увеличилась;

3)  $100\% + 12,5\% = 112,5\%$ ;

4)  $112,5 : 100 = \frac{9}{8}$  — во столько раз увеличился расход сахара в день и уменьшилось время расхода сахара;

5)  $\left(27 \text{ дней} \cdot \frac{25}{24}\right) : \frac{9}{8} = 25 \text{ дней}$ .

Ответ: на 25 дней.

## Х. ЗАДАЧИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ.

Многие геометрические задачи решаются приёмами арифметики, например, из сборника задач по геометрии Рыбкина, ч. 1, § 2, № 22, 23; § 3, № 38; § 4, № 12 и т. д. Ниже приведены задачи на вычисление площадей прямоугольников и объёмов прямоугольных параллелепипедов, которые чаще всего встречаются в сборниках арифметических задач.

### 1. Измерение площадей прямоугольников.

В этот раздел входят: 1) задачи на вычисление площади прямоугольника и квадрата по данным их сторонам и 2) задачи на вычисление стороны прямоугольника по данной площади и другой стороне.

**344.** Два участка земли огородили забором одинаковой длины. Первый участок имеет вид прямоугольника со сторонами 180 м и 140 м, второй имеет вид квадрата. Какой из участков больше по площади?

*Решение.* 1)  $180 \text{ м} + 140 \text{ м} + 180 \text{ м} + 140 \text{ м} = 640 \text{ м}$  — длина забора вокруг каждого участка;

2)  $640 \text{ м} : 4 = 160 \text{ м}$  — длина стороны квадрата;

3)  $180 \cdot 140 = 25200$ ;  $25200 \text{ кв. м}$  — площадь прямоугольного участка;

4)  $160 \cdot 160 = 25600$ ;  $25600 \text{ кв. м}$  — площадь квадратного участка.

Ответ: площадь квадрата больше.

**345.** Какой участок потребует больше ограды: прямоугольный со сторонами 16 м и 4 м или квадратный, имеющий такую же площадь?

*Решение.* 1) Длина ограды прямоугольного участка:  $16 \text{ м} + 4 \text{ м} + 16 \text{ м} + 4 \text{ м} = 40 \text{ м}$ ;

2) площадь каждого участка  $16 \cdot 4 = 64 \text{ (кв. м)}$ ;

3) сторона квадратного участка равна 8 м, так как  $64 = 8 \cdot 8$ ;

4) длина ограды квадратного участка:  $8 \cdot 4 = 32$ ; 32 м.

Ответ: длина ограды прямоугольного участка больше.

**346.** Прямоугольник со сторонами 4 см и 3 см изображает на плане земельный участок в масштабе 1 : 100000. Сколько гектаров в этом участке?

- Решение.* 1) Длина участка:  $4 \text{ см} \cdot 100000 = 400000 \text{ см} = 4000 \text{ м}$ ;  
2) ширина участка:  $3 \text{ см} \cdot 100000 = 3000 \text{ м}$ ;  
3) площадь участка:  $4000 \cdot 3000 = 12000000 \text{ (кв. м)} = 1200 \text{ (га)}$ .

Ответ: 1200 га.

**347.** Материя, будучи намочена, уменьшается по длине на одну пятнадцатую часть и по ширине на одну шестнадцатую часть. Сколько этой материи, имеющей ширину 80 см, надо взять, чтобы после стирки иметь 105 кв. м?

*Решение.* Для решения этой задачи надо узнать ширину и длину материи после стирки, затем длину материи до стирки, т. е. то количество её, которое надо купить.

Вычислим ширину материи после стирки.  $80 : 16 = 5 \text{ (см)}$ ;  $80 - 5 = 75 \text{ (см)}$ . Длина материи после стирки  $1050000 : 75 = 14000 \text{ (см)}$  или 140 м. Но первоначальная длина материи уменьшена на одну пятнадцатую часть. Значит, 140 м составляют четырнадцать пятнадцатых частей первоначальной длины. Поэтому  $140 \text{ м} : 14 = 10 \text{ м}$  и  $10 \text{ м} \cdot 15 = 150 \text{ м}$  — первоначальная длина материи.

Ответ: 150 м.

## 2. Объём прямоугольного параллелепипеда.

В этот раздел входят задачи: а) на вычисление объёма по данным размерам прямоугольного параллелепипеда и б) определение одного из измерений — по данному объёму и другим двум измерениям параллелепипеда.

**348.** Длина двускатной крыши 14 м, высота ската 3 м 2 дм. Найти вес снега, лежащего на крыше слоем в 25 см, если 1 куб. дм снега весит 500 г.

*Решение.* 1)  $140 \text{ кв. дм} \times 32 = 4480 \text{ кв. дм}$  — площадь одного ската крыши;

2)  $4480 \text{ кв. дм} \times 2 = 8960 \text{ кв. дм} = 89 \text{ кв. м} \ 60 \text{ кв. дм}$  — площадь крыши;

3)  $896000 \times 25 = 22400000 \text{ куб. см} = 22400 \text{ куб. дм}$  — объём снега;

4)  $500 \text{ г} \times 22400 = 11200000 \text{ г} = 11 \text{ т} \ 200 \text{ кг}$  = вес снега.

Ответ: 11 т 200 кг.

**349.** Над полем в 8 га прошёл дождь; в бачке с днищем в 1 кв. м набралось воды 35 мм. Сколько воды по весу выпало над всем полем?

*Решение.* 1)  $8 \text{ га} = 80000 \text{ кв. м}$ ;

2)  $35 \cdot 80000000000 = 2800000000000 \text{ (куб. мм)} = 2800 \text{ куб. м}$ ;

3) вес 2800 т.

Ответ: 2800 т.

**350.** Для хранения молочных продуктов в колхозе сделан ледник. Дно ледника имеет форму квадрата со сторонами 4 м 5 дм, глубина его 2 м 8 дм. Какую площадь льда на реке надо вырубить, чтобы набить ледник до половины его глубины, если толщина льда 5 дм?

*Решение.* 1)  $2\text{ м } 8\text{ дм} : 2 = 1\text{ м } 4\text{ дм}$  — толщина слоя льда в леднике;

2)  $45\text{ куб. дм} \times 45 \times 14 = 28\text{ куб. м}$  350 куб. дм — объём льда в леднике;

3)  $28\text{ куб. м } 350\text{ куб. дм} : 5\text{ куб. дм} = 5670\text{ (кв. дм)}$ ; площадь льда на реке 56 кв. м 70 кв. дм.

Ответ: 56 кв. м 70 кв. дм.

**351.** Внешние размеры деревянного ящика: 7 см, 8 см и 10 см, толщина стенок и крышки 5 мм. Вычислить вместимость этого ящика.

*Решение.* 1)  $5\text{ мм} \cdot 2 = 1\text{ см}$  — толщина стенок ящика или дна и крышки;

2)  $7\text{ см} - 1\text{ см} = 6\text{ см}$  — высота внутреннего объёма ящика;

3)  $8\text{ см} - 1\text{ см} = 7\text{ см}$  — ширина внутреннего объёма;

4)  $10\text{ см} - 1\text{ см} = 9\text{ см}$  — длина внутреннего объёма ящика;

5)  $9\text{ кв. см} \cdot 7 = 63\text{ кв. см}$  — площадь дна внутри ящика;

6)  $63\text{ куб. см} \cdot 6 = 378\text{ куб. см}$  — вместимость ящика.

Ответ: 378 куб. см.

**352.** Железный брусок, имеющий в сечении квадрат со стороной в 40 мм и длину 3 м 6 дм, вытягивают, заставляя проходить через отверстие, имеющее форму квадрата со стороной 24 мм. Какую длину будет он иметь после вытягивания?

*Решение.* 1)  $360 \cdot 4 \cdot 4 = 5760\text{ (куб. см)}$ ; объём бруска 5760 куб. см;

2)  $5760\text{ куб. см} = 5760000\text{ куб. мм}$ ;

3)  $24 \cdot 24 = 576$ ;

4)  $5760000 : 576 = 10000$ ; 10000 мм или 10 м — длина бруска после вытягивания.

Ответ: 10 м.

**353.** Во сколько времени можно обновить воздух в комнате, имеющей 18 м длины, 10 м ширины и 35 дм высоты, если воздух проходит через две форточки, имеющие форму прямоугольника размерами 5 дм  $\times$  3 дм, со скоростью 6 дм в секунду?

*Решение.* 1)  $180 \cdot 100 \cdot 35 = 630000\text{ (куб. дм)}$  — объём комнаты;

2)  $5 \cdot 3 \cdot 6 = 90\text{ (куб. дм)}$  — объём воздуха, проходящего в секунду через форточку;

3)  $630000 : 90 = 7000\text{ (сек.)}$  — надо для обмена воздуха при одной форточке;

4)  $7000\text{ сек.} : 2 = 3500\text{ сек.} = 58\text{ мин. } 20\text{ сек.}$  — надо для обмена воздуха в комнате при двух форточках.

Ответ: в 58 мин. 20 сек.

**354.** Сколько кирпичей потребуется для постройки стены в 8,7 м длиной, 4,5 м высотой и 0,4 м толщиной, если размеры кирпича 25 см, 15 см и 6 см? Промежутки между кирпичами заливаются известью, которая занимает 0,1 всего объёма.

- Решение.* 1) Найдём объём стены в кубических метрах:  $8,7 \cdot 4,5 \cdot 0,4$ ;  
2) какую часть стены заполняют кирпичи:  $1 - 0,1$ ;  
3) какой объём стены заполняют кирпичи:  $8,7 \cdot 4,5 \cdot 0,4 \cdot (1 - 0,1)$ ;  
4) объём одного кирпича в кубических метрах:  $0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,06$ ;  
5) сколько кирпичей потребуется для построения стены:

*Формула решения.*

$$[8,7 \cdot 4,5 \cdot 0,4 \cdot (1 - 0,1)] : (0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,06) = 6264.$$

Ответ: 6264 кирпича.

## XI. ЗАДАЧИ НА ВРЕМЯ.

### 1. Перевод календарного времени в арифметическое и обратно.

**355.** Найти промежуток времени от начала суток до 2 час. 10 мин. дня.

*Решение.* 12 час. + 2 часа 10 мин. = 14 час. 10 мин.

Ответ: 14 час. 10 мин.

**356.** Найти промежуток времени от 1 января 1936 года до 17 сентября того же года.

*Решение.* Сложить число дней всех месяцев, начиная с января и кончая сентябрём, в котором считать 16 дней (полных), в феврале 29 дней, так как 1936 год високосный.

$$31 \text{ д.} + 29 \text{ дн.} + 31 \text{ д.} + 30 \text{ дн.} + 31 \text{ д.} + 30 \text{ дн.} + \\ + 31 \text{ д.} + 31 \text{ д.} + 16 \text{ дн.} = 260 \text{ дн.}$$

Ответ: 8 мес. 16 дней или 260 дней.

**357.** Сколько полных лет, месяцев, суток, часов и минут прошло от начала эры до: а) 8 ноября 1917 года; б) 28 февраля 1927 года; в) 6 час. 30 мин. вечера 13 апреля 1936 года; г) 20 час. 9 сентября 1944 года?

Ответ: а) 1916 лет 10 мес. 7 сут. или 1916 лет 311 сут.;  
б) 1926 лет 1 мес. 27 сут. или 1926 лет 58 сут.; в) 1935 лет 3 мес. 12 сут. 18 час. 30 мин. или 1935 лет 103 сут. 18 час. 30 мин.;  
г) 1943 года 8 мес. 8 сут. или 1943 года 252 суток.

**358.** От начала високосного года прошло 100 дней 13 час. 30 мин. Какой наступил месяц, число и час дня?

*Решение.* 100 дн. — 31 д. — 29 дн. — 31 д. = 9 дней.

Ответ: 10 апреля 1 час. 30 мин. дн я.

**359.** Какой наступил год и месяц, если от начала эры прошло:  
а) 1907 лет 4 мес.; б) 1904 года 10 мес.; в) 1938 лет 1 мес.?

Ответ: а) май 1908 года; б) ноябрь 1905 года;  
в) февраль 1939 года.

**360.** Какой год, месяц, число и час дня наступили, если от начала эры прошло: а) 1875 лет 250 дн. 13 час.; б) 1920 лет 178 дн. 18 час. 15 мин.; в) 1907 лет 20 час.

*Решение.* а) 250 дн. — 31 д. — 29 дн. — 31 д. — 30 дн. — 31 д. —  
— 30 дн. — 31 д. — 31 д. = 6 дн.; 1 час дня 7 сентября 1876 г.;

б) 178 дн. — 31 д. — 28 дн. — 31 д. — 30 дн. — 31 д. = 27 дн.;  
6 час. 15 мин. вечера 28 июня 1921 года;

в) 8 час. вечера 1 января 1908 года.

## 2. Задачи на определение времени последующего события.

**361.** Поезд вышел со станции в 8 час. 15 мин. утра и до конечной станции шёл 5 час. 55 мин. Когда он пришёл на конечную станцию?

*Решение.* 1) 8 час. 15 мин. + 5 час. 55 мин. = 14 час. 10 мин.;

2) 14 час. 10 мин. — 12 час. = 2 часа 10 мин.

Ответ: в 2 часа 10 мин. дня.

**362.** Самолёт вылетел в тренировочный полёт в 22 часа 30 мин. и был в полёте 2 часа 50 мин. Когда он вернулся?

*1-е решение.* 1) 24 часа — 22 часа 30 мин. = 1 час 30 мин. самолёт летал до полуночи;

2) 2 часа 50 мин. — 1 час 30 мин. = 1 час 20 мин.; в 1 час 20 мин. утра следующего дня самолёт вернулся.

*2-е решение.*

1) 22 часа 30 мин. + 2 часа 50 мин. = 25 час. 20 мин.

2) 25 часа 20 мин. — 24 часа = 1 час 20 мин.

**363.** Пароход отплыл от Ярославля 24 июня в 8 час. 40 мин. утра и шёл до Астрахани 8 сут. 15 час. 35 мин. Когда он прибыл в Астрахань?

*Решение.* От начала июня до отплытия парохода прошло 23 сут. 8 час. 40 мин., от начала июня до прибытия парохода в Астрахань прошло:

1) 23 сут. 8 час. 40 мин. + 8 сут. 15 час. 35 мин. = 32 сут. 15 мин.;

2) переведём это число в календарное — 32 сут. — 30 сут. = 2 сут.; 3 июля в 15 мин. первого часа утра (в июне 30 суток).

Ответ: 3 июля в 15 мин. первого часа утра.

**364.** Конституция РСФСР была опубликована 19 июля 1918 г., а Сталинская Конституция была принята через 18 лет 4 мес. 16 дн. Когда была принята Сталинская Конституция?



*Решение.* 1) От начала эры до 19 июля 1918 г. прошло 1917 лет 6 мес. 18 дн., а до принятия Сталинской Конституции 1917 лет 6 мес. 18 дн. + 18 лет 4 мес. 16 дн. = 1935 лет 11 мес. 4 дня.

2) Переведём последнее число в календарное: 5 декабря 1936 года.

Ответ: 5 декабря 1936 года.

### 3. Задачи на определение промежутка времени между двумя событиями.

**365.** Занятия в школе начались в 8 час. 15 мин. утра и продолжались до 1 часа 35 мин. дня. Сколько времени продолжались занятия?

*1-е решение.* 1) 12 час. — 8 час. 15 мин. = 3 часа 45 мин. шли занятия до полудня;

2) 3 часа 45 мин. + 1 час 35 мин. = 5 час. 20 мин. продолжались занятия.

*2-е решение.* 1) От начала суток до начала занятий прошло 8 час. 15 мин.;

2) до конца занятий прошло 13 час. 35 мин.;

3) занятия продолжались: 13 час. 35 мин. — 8 час. 15 мин. = 5 час. 20 мин.

Ответ: 5 час. 20 мин.

**366.** Снег падал с 10 час. 45 мин. вечера до 1 часа 10 мин. ночи. Сколько времени падал снег?

*1-е решение.* 1) От 10 час. 45 мин. вечера до полуночи прошло 12 час. — 10 час. 45 мин. = 1 час. 15 мин.;

2) снег шёл 1 час 15 мин. + 1 час 10 мин. = 2 часа 25 мин.

*2-е решение.* 1) От начала суток до 1 часа 10 мин. следующих суток прошло: 24 часа + 1 час 10 мин. = 25 час. 10 мин.;

2) от начала суток до 10 час. 45 мин. вечера прошло 12 час. + 10 час. 45 мин. = 22 часа 45 мин.;

3) снег падал: 25 час. 10 мин. — 22 час. 45 мин. = 2 час. 25 мин.

Ответ: 2 часа 25 мин.

**367.** За первую половину месяца зарплату служащим выдали 16 числа в 2 часа 30 мин. дня, а за вторую половину — 31 числа в 1 час 25 мин. дня. Сколько времени прошло между выдачами зарплаты?

*Решение.* 1) От начала месяца до второй выдачи зарплаты прошло 30 сут. 13 час. 25 мин., а до первой выдачи 15 сут. 14 час. 30 мин.;

2) промежуток между двумя выдачами: 30 сут. 13 час. 25 мин. — 15 сут. 14 час. 30 мин. = 14 сут. 22 часа 55 мин.

Ответ: 14 сут. 22 часа 55 мин.

**368.** Поле было засеяно овсом 20 апреля, а убрано 1 августа. Сколько времени прошло от сева до уборки урожая?

*Решение.* 1) 30 дн. — 20 дн. = 10 дн. прошло после сева в апреле;

2) май, июнь, июль прошли полностью, т. е. 3 мес.;

3) 3 мес. + 10 дн. = 3 мес. 10 дн. прошли от сева до уборки.

Ответ: 3 мес. 10 дн.

**369.** Дрейф ледокола „Георгий Седов“, начавшись 23 октября 1937 года, окончился 13 января 1940 года. Сколько времени он продолжался?

*Решение.* 1) От начала эры до 13 января 1940 года прошло 1939 полных лет и 12 дней;

2) от начала эры до 23 октября 1937 года прошло 1936 лет 9 месяцев 22 дня;

3) найдём промежуток между этими событиями: 1939 лет 12 дн. — 1936 лет 9 мес. 22 дня = 2 года 2 мес. 21 день. (При вычитании 22 дней занимаем 31 день, т. е. декабрь 1939 года).

Число 2 года 2 мес. 21 день выразим в днях. 2 года = 365 дн. · 2 = 730 дней (это промежуток времени от 23/X 1937 года до 23/X 1939 года); 2 мес. = 31 день + 30 дн. = 61 день (это время от 23/X 1939 года до 23/XII 1939 года); 730 дн. + 61 день + 21 день = 812 дней.

Ответ: 812 дней.

**370.** А. М. Горький родился 16 марта 1868 года, а умер 18 июня 1936 года. Сколько времени он жил?

*Решение.* 1) От начала эры до смерти А. М. Горького прошло 1935 полных лет 5 мес. 17 дн., а до рождения его — полных 1867 лет 2 мес. 15 дн.;

2) 1935 лет 5 мес. 17 дн. — 1867 лет 2 мес. 15 дн. = 68 лет 3 мес. 2 дня.

Ответ: 68 лет 3 мес. 2 дня.

#### 4. Задачи на определение времени предыдущего события.

**371.** Самолёт летел из одного города в другой 3 часа 35 мин. и прилетел во второй город в 1 час 20 мин. дня. Когда он начал свой полёт?

*1-е решение.* 1) От начала суток до 1 часа 20 мин. дня прошло: 12 час. + 1 час 20 мин. = 13 час. 20 мин.;

2) самолёт вылетел из первого города в 13 час. 20 мин. — 3 часа 35 мин. = 9 час. 45 мин.

*2-е решение.* 1) 3 часа 35 мин. — 1 час 20 мин. = 2 часа 15 мин.; от начала полёта до полудня прошло 2 часа 15 мин.;

2) 12 час. — 2 часа 15 мин. = 9 час. 45 мин.; в 9 час. 45 мин. начался полёт.

Ответ: в 9 час. 45 мин.

**372.** Рабочий вернулся с работы в 7 час. 55 мин. утра, пробыв в отсутствии 9 час. 10 мин. Когда он ушёл на работу?

*Решение.* 1) 9 час. 10 мин. — 7 час. 55 мин. = 1 час 15 мин.; за 1 час 15 мин. до полудня рабочий ушёл на работу;

2) 12 час. — 1 час 15 мин. = 10 час. 45 мин.; рабочий ушёл на работу в 10 час. 45 мин. вечера.

Ответ: 10 час. 45 мин. вечера.

**373.** Турист вернулся домой 29 июня в 7 час. 20 мин. утра, пробыв в путешествии 25 сут. 10 час. 35 мин. Когда он начал путешествие?

*Решение.* 1) От начала июня до возвращения туриста домой прошло 28 сут. 7 час. 20 мин.;

2) от начала июня до начала путешествия прошло: 28 сут. 7 час. 20 мин. — 25 сут. 10 час. 35 мин. = 2 сут. 20 час. 45 мин.;

3) переведем это число в календарное: 3 июня 8 час. 45 мин. вечера.

Ответ: 3 июня в 8 час. 45 мин. вечера.

**374.** Река вскрылась 21 марта после того, как была подо льдом 4 мес. 26 дней. Когда река замёрзла?

*Решение.* 1) От начала года, в котором река замёрзла, до вскрытия реки прошло:

$$12 \text{ мес.} + 2 \text{ мес.} + 20 \text{ дн.} = 14 \text{ мес.} 20 \text{ дн.}$$

2) До замерзания реки прошло меньше этого промежутка на 4 мес. 26 дн., а именно: 14 мес. 20 дн. — 4 мес. 26 дн. = 9 мес. 22 дня (9 мес. 23 дня). (При вычитании 26 дней из 20 дней занимаем из 14 мес. последний, т. е. февраль, равный 28 дням или 29 дням.)

3) Переведем это число в календарное 23 (24) октября.

Ответ: 23 (24) октября.

**375.** Выборы в Верховный Совет СССР происходили 12 декабря 1937 года. Сталинская Конституция была утверждена на 1 год 7 дн. раньше. Когда была утверждена Сталинская Конституция?

*Решение.* 1) От начала летосчисления до 12 декабря 1937 года, прошло 1936 лет 11 мес. 11 дн.;

2) от начала летосчисления до утверждения Сталинской Конституции прошло меньше на 1 год 7 дн.: 1936 лет 11 мес. 11 дней — 1 год 7 дн. = 1935 лет 11 мес. 4 дня;

3) переведем последнее число в календарное: 5 декабря 1936 года.

Ответ: 5 декабря 1936 года.

**376.** Первая газета выпущена в России 2 января 1703 года, а первая книга напечатана в Москве раньше на 139 лет 8 мес. 5 дн. Когда напечатали первую книгу?

*Решение.*

$$\begin{array}{r} 1702 \text{ года } 0 \text{ мес. } 1 \text{ день} \\ - 139 \text{ лет } 8 \text{ мес. } 5 \text{ дн.} \\ \hline 1562 \text{ года } 3 \text{ мес. } 27 \text{ дн.} \end{array}$$

Занимая месяц (декабрь), раздробляем его в 31 день. Календарное число: 28 апреля 1563 года.

Ответ: 28 апреля 1563 года.

## 5. Задачи на долготу и широту.

**377.** Долгота Одессы  $30^{\circ} 44'$ . Перевести в долготу, выраженную во времени. (Долгота считается от Гриничского меридиана.)

Примечание. Географическую долготу места измеряют или единицами дуги (градусы, минуты, секунды) или во времени (часы, минуты, секунды), исходя из следующих соотношений:

За 24 часа	Земля поворачивается на . . .	360°
„ 1 час	„ „ „ . . .	15°
„ 1 мин.	„ „ „ . . .	15'
„ 1 сек.	„ „ „ . . .	15''
или на $1^{\circ}$ Земля повернется в 4 мин.		
„ 1'	„ „ в 4 сек.	

*Решение задачи.* 4 мин.  $\times$  30 = 2 часа  
4 сек.  $\times$  44 = 2 мин. 56 сек.

2 часа 20 мин. + 2 мин. 56 сек. = 2 часа 22 мин. 56 сек.

Ответ: 2 часа 22 мин. 56 сек.

**378.** Долгота Владивостока  $131^{\circ} 53'$ . Перевести в долготу, выраженную во времени.

*Решение.* 4 мин.  $\cdot$  131 = 8 час. 44 мин.  
4 сек.  $\cdot$  53 = 3 мин. 32 сек.

8 час. 47 мин. 32 сек.

Ответ: 8 час. 47 мин. 32 сек.

**379.** Долгота Горького 2 часа 56 мин. Перевести в долготу, измеренную в единицах дуги.

*Решение.*  $15^{\circ} \cdot 2 = 30^{\circ}$ ;  $15' \cdot 56 = 14'$ ;  $30^{\circ} + 14' = 44^{\circ} 0'$ .

Ответ:  $44^{\circ}$ .

**380.** Долгота Благовещенска 8 час. 30 мин. Перевести в долготу, выраженную в единицах дуги.

*Решение.*  $15^{\circ} \cdot 8 = 120^{\circ}$ ;  $15' \cdot 30 = 7^{\circ} 30'$ ;  $127^{\circ} 30'$ .

Ответ:  $127^{\circ} 30'$ .

Определить поясное время для Ленинграда (2-й пояс), если в Новосибирске (6-й пояс) 8 час. 20 мин.

Примечание. Поверхность земного шара разделена по экватору на 24 часовых пояса, каждый шириною в  $15^{\circ}$ . Каждый пояс имеет средний меридиан, называемый поясным. Средний меридиан начального (нулевого) пояса проходит через Гриничскую астрономическую обсерваторию. Средний меридиан 1-го пояса проходит на  $15^{\circ}$  восточнее Гринича и т. д.

Так как  $15^{\circ}$  соответствуют 1 часу времени, то поясное время в соседних поясах разнится ровно на 1 час. Во всех пунктах одного пояса время одинаково. Разница поясного времени равна разности номеров поясов, причём если пункт лежит к востоку, время увеличивается, а если к западу — уменьшается.

*Решение.*  $6 - 2 = 4$  (часа); 8 час. 20 мин. — 4 часа = 4 часа 20 мин.

Ответ: 4 часа 20 мин.

## ОГЛАВЛЕНИЕ.

Предисловие . . . . .	2
Введение . . . . .	3
I. Простые задачи . . . . .	12
II. Составные (сложные) задачи . . . . .	14
III. Задачи на зависимость между компонентами и результатами четырёх арифметических действий . . . . .	25
IV. Задачи на нахождение дроби числа и числа по данной его дроби . . . . .	44
V. Задачи на вычисление среднего арифметического . . . . .	57
VI. Типовые задачи . . . . .	64
1. Задачи на нахождение двух или нескольких чисел по их сумме и разности (деление числа на части, разность неравные) . . . . .	64
2. Задачи, в которых для нахождения неизвестных величин необходимо предварительно найти разность данных величин:	
а) задачи, решаемые способом исключения неизвестного путём вычитания	75
б) задачи, решаемые способом исключения неизвестного путём замены . . . . .	82
в) задачи, решаемые способом остатков . . . . .	90
г) задачи, решаемые способом метатезиса . . . . .	93
д) смешанные задачи . . . . .	95
VII. Задачи на тройное правило . . . . .	109
1. Простое тройное правило . . . . .	—
а) способ приведения к единице . . . . .	—
б) способ обратного приведения к единице . . . . .	110
в) способ приведения к общему делителю, к общей мере . . . . .	111
г) способ отношений, пропорционального изменения . . . . .	112
д) способ пропорций . . . . .	114
е) смешанные задачи на все приёмы . . . . .	115
2. Сложное тройное правило . . . . .	116
VIII. Задачи на деление числа на части, кратно неравные . . . . .	124
а) задачи, решаемые способом равных частей (паёв) . . . . .	—
б) задачи, решаемые способом подобия . . . . .	133
в) задачи, решаемые способом пропорционального деления . . . . .	137
г) смешанные задачи . . . . .	148
IX. Задачи на проценты . . . . .	166
1. Нахождение процентов данного числа . . . . .	—
2. Нахождение числа по данным его процентам . . . . .	168
3. Процентное отношение двух чисел . . . . .	172
4. Задачи на проценты, связанные с денежными расчётами . . . . .	175
5. Смешанные задачи . . . . .	178
X. Задачи геометрического содержания . . . . .	183
1. Измерение площадей прямоугольников . . . . .	—
2. Объём прямоугольного параллелепипеда . . . . .	184
XI. Задачи на время . . . . .	186
1. Перевод календарного времени в арифметическое и обратно . . . . .	—
2. Задачи на определение времени последующего события . . . . .	187
3. Задачи на определение промежутка времени между двумя событиями . . . . .	188
4. Задачи на определение времени предыдущего события . . . . .	189
5. Задачи на долготу и широту . . . . .	191